

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES.

ANNÉE MDCCLIV.



A BERLIN.

CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour & de l'Académie Royale.
MDCCLVI.

Permis d'imprimer.

P. L. Moreau de Maupertuis,
Préſident.



MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.

* * *



RECHERCHES
SUR L'USAGE PRÉTENDU DANGEREUX DE LA VAISSELLE DE CUIVRE DANS NOS CUISINES.

PAR M. ELLER.

Il y a quelques années seulement, qu'on a commencé à décrier, comme très-nuisible, la vaisselle des cuisines faite de cuivre; & cet avis s'étant répandu très-rapidement presque dans toute l'Europe, on n'a fait depuis que condamner comme empoisonnés les alimens, ou les mets, qu'on ose préparer dans les vaisseaux de ce métal; & au lieu d'en faire la recherche comme il faut, tout le monde ajoute foi à ce bruit, on tache d'éloigner à jamais le cuivre de la batterie de cuisine, & on en défend l'usage, après qu'on s'en est servi fort paisiblement pendant trente Siècles, ou environ.

Cependant il me semble que la chose mérite qu'on y fasse des réfléxions plus mûres, avant que de se laisser entrainer avec le vulgaire. Il est facile de prouver, qu'aucun de tous les métaux n'a soutenu chez les Anciens une réputation plus distinguée que le Cuivre, ou l'Airain, & les compositions métalliques, qu'on en fait, savoir le Leton & le Bronze. La premiere monnoye qu'on battit à Rome étoit de cuivre, ou d'airain; d'où est venu le nom d'*Ærarium*, ou Trésor public; & les Romains se sont contentés uniquement de la monnoye faite de ce métal pendant les cinq premiers Siècles de la fondation de Rome; ce ne fut qu'après la défaite de *Pyrrhus*, l'an de Rome 483. qu'on commença à battre des especes d'or & d'argent.

L'origine, ou la découverte du Cuivre, brille aussi d'un certain éclat; on le consacra à cette belle Etoile qui embellit le crépuscule, & que nous connoissons sous le nom de *Venus;* laquelle on crut présider à sa génération: du moins prétend-on que l'Isle de *Chypre* est la commune patrie de la Divinité Payenne de ce nom, & de notre métal, celui-ci ayant été tiré en premier lieu des entrailles de la terre de cette Isle, dans le tems que la Déesse des Amours sortit des ondes qui l'environnent; & c'est apparement cette tradition qui fit que les Anciens nommerent le Cuivre *Æs Cyprium*, & dans la suite *Cuprum*. Les Romains encore, & avant eux les Grecs, lorsqu'ils jugeoient à propos d'immortaliser la mémoire de quelques Héros, qui avoient rendu des services éclatans à la patrie, confioient la ressemblance de ces grands hommes à la fonte de ce métal que nous voyons braver la corruption depuis les Siecles les plus reculés. De là nous viennent encore ces précieux monumens de l'Antiquité, & ces chefs-d'œuvre de l'art de la fonderie, dont Rome & l'Italie nous éblouïssent, & qui en même tems éternisent la mémoire des grands Artistes de la Grece & de l'Italie, comme les *Phidias*, les *Polycletes*, les *Myrons*, les *Leontins*, les *Lysippes*, les *Euthycrates*, les *Praxiteles*, les *Pericles*, les *Zenodores*, & tant d'autres dont *Pausanias* * & *Pline* ** donnent le récit le plus circonstancié.

* *Pausf. Eliac.* l. 6. & in Attic. l. 1. &c.

** *Plin. Hist. nat.* l. 34.

Ce

Ce n'est pas tout; l'Histoire sainte nous enseigne que Dieu, lorsqu'il donna ses ordres à *Moyse*, de quelle maniere il devoit construire le Tabernacle d'assignation & l'Arche de l'alliance, lui apprit en même tems la construction de l'Autel des Holocaustes, ordonnant tout exprès, *Exode c.27. v.3. & c.38. v.3.* que tous les utensiles de cet Autel, comme les chaudrons, les racloirs, les bassins &c. devoient être d'airain, ou de cuivre; ce qui fut exécuté aussi par *Bezaleel* & *Ahaliab*, qui étoient sans doute les plus grands Artistes dans ces sortes d'ouvrages, puisque selon l'*Exode c.31. v.2.* ils étoient instruits par l'Esprit de Dieu même. Parmi les arrangemens encore, qui concernoient la maniere dont les sacrifices se devoient exécuter, Dieu ajoute, *Exode c.29. v.31.* & dit à *Moyse*: „ Tu prendras le „ bélier de consécration, & tu feras bouillir sa chair dans le lieu saint, „ & *Aaron & ses fils* mangeront à l'entrée du Tabernacle d'assigna„ tion la chair du bélier; „ & dans le *Levitique c.6. v.15.* il ordonne: „ Qu'on levera une poignée de la fleur de farine du gâ„ teau & de son huile, &c. ajoûtant, qu'*Aaron & ses fils* mangeront „ ce qui en restera. „ Or tous ces vaisseaux, dont se servoit le Sacrificateur sur l'Autel des Holocaustes, étoient d'airain, ou de cuivre, comme nous venons de le voir, & étant sacrés avec la sainte huile & dédiés à Dieu comme des choses très-saintes, selon l'*Exode c.30. v.28.29.* il n'est pas permis de croire, que la divine Sagesse eut choisi pour son service sacré un métal tel que le cuivre, s'il cachoit dans son sein un poison si redoutable: d'autant plus qu'il fut ordonné, qu'*Aaron & ses fils* devoient manger la chair de ce bélier de consécration, aussi bien que le reste des gâteaux cuits & préparés dans ces sortes de vaisseaux. Ce n'étoit pas faute d'avoir des meilleurs métaux pour cet usage, puisque l'or & l'argent furent tellement prodigués dans la construction & l'embellissement du Tabernacle & de l'Arche de l'alliance, qu'on a de la peine de comprendre la présence de tant de trésors en or & en argent chez un peuple exilé qui avoit été esclave en Egypte, & qui se trouvoit alors au milieu d'un vaste desert du plus ingrat pays de l'Univers.

Ajoutons à tout cela, que les Médecins les plus experts dans la Chymie n'ont jamais pu découvrir un poison, ou quelque chose d'approchant à un véritable vénin, dans le cuivre bien purifié de tout corps étranger ; au contraire, il y en a plusieurs qui ont tâché d'y trouver quelques remèdes d'un effet sûr & approuvé par l'expérience. *Aretæus*, ce fameux Médecin Grec, s'est déjà servi du cuivre dans la guérison du haut mal, & même dans les mouvemens convulsifs des enfans (*). *Van Helmont*, ce savant Chymiste, ne balance point de nous assurer, qu'il avoit trouvé dans le cuivre un remède excellent dans la plûpart des maladies chroniques ; & quoiqu'il ait caché sa véritable composition, il ne laisse pas d'en donner la description, conçuë à peu près dans ces termes : „ *Ens sive ignis Veneris*, c'est à dire, „ l'Etre ou le feu de cuivre, n'est point cet esprit du vitriol de cuivre, quoique rectifié même à l'excès ; c'est plûtot le souffre volatil de ce métal sous la forme d'une huile verte, plus douce que le miel, irréductible à sa premiere substance métallique, entièrement separée de sa portion mercurielle, à laquelle on pourroit néanmoins rendre la forme métallique d'un nouveau métal anonyme d'une couleur d'argent „ &c. Le fameux *Robert Boyle* approuve ce remède en nous donnant la composition de son *Ens Veneris*. Les Auteurs Pharmacologistes, comme *Schröder*, *Zwelfer*, *Angeli Sala*, *Hofman*, &c. nous donnent la composition de plusieurs remèdes dans lesquels entrent quelques préparations de cuivre, surtout l'*esprit de de verd de gris*. D'ailleurs certains Médicamens, que nous connoissons sous le nom de *Teintures Lunaires Antépileptiques*, ne sont autre chose qu'une solution du cuivre tirée par l'*esprit vineux du Sel Ammoniac*, de l'argent qui cache encore un peu de l'alliage de cuivre. Et qui est-ce qui ignore l'usage fréquent & le bon effet de la *Teinture des métaux* dans les maladies secretes ? . Cependant cette Teinture n'est autre chose que l'*Extrait des Scories du regule de l'Antimoine*, *de l'Acier*, *du Cuivre & de l'Etain*, & on n'a jamais vû une

(*). V. *libr. 1. de morbis acut. cap. 5. pag. m. 84. Edit. ult. in fol. Lugd. Batav. 1735.*

une opération équivoque, ou pernicieuse de ce remède. Je passe sous silence plusieurs onguens, & autres médicamens des Chirurgiens, ou les préparations de cuivre sont les principaux ingrédiens, & qui leur sont d'un bon secours. Il suffira d'alléguer encore l'expérience consommée de mon Précepteur pendant plusieurs années, le savant *Boerhaave*, auquel tout le Monde accordera sans doute une connoissance achevée des Simples, & des autres matériaux qui composent les remèdes. Si ce grand Médecin & très habile Chymiste avoit jamais pû découvrir une action destructive, approchante de l'opération d'un poison, il auroit bien eu garde de nous enseigner un remède tiré du cuivre par l'*Esprit du Sel Ammoniac*, ayant sans doute appris par l'expérience, que cette Teinture du cuivre étoit un puissant diurétique, qui fond les glaires & la pituite qui menacent de suffoquer les Cachectiques & ceux qui sont attaqués de l'hydropisie. D'ailleurs le *Docteur William Henry*, dans sa Description des Mines, ou Sources de Cuivre du Comté de *Wicklow* en Irlande, nous apprend, que les ouvriers de ces sources de Cuivre, & beaucoup d'autres gens, boivent fréquemment de cette eau sans en éprouver aucune suite facheuse, étant un Spécifique pour differentes maladies, particulièrement pour toutes les éruptions à la peau. On remarque que la Livre de cette eau contient à peu près une Drachme de Cuivre bien dépuré.

Mais tout ceci ne sera peut-être pas suffisant pour convaincre ceux qui tiennent trop aux prejugés vulgaires que les assurances publiques ont fait naitre, du danger que l'usage de la vaisselle de ce métal pourroit causer. C'est pour cette raison que j'ai fait toutes les réfléxions nécessaires jointes à l'expérience, pour me convaincre premièrement moi-même, & pour me débarrasser aussi de tout préjugé que je reproche aux autres, avant que de déterminer en quoi l'usage des vaisseaux de cuivre sera indifférent, & de quelle maniere il pourra devenir nuisible. Mais, avant que de détailler les expériences en question, j'ai jugé nécessaire de remarquer auparavant quelques phènomenes, qui dans cette vuë regardent tous les métaux en général.

On

On sait, & chacun pourra facilement l'éprouver par l'expérience, que généralement tous les métaux pris dans leur état pur & naturel, n'impriment aucun goût remarquable à la langue, même quand on les a broyés ou raclés aussi menus qu'il est possible; ce qui prouve que la salive n'en peut rien dissoudre, ni les autres liquides de notre corps, si on en excepte les aigreurs dont les estomacs de quelques personnes sont souvent surchargés, qui peuvent dissoudre alors quelque chose des métaux imparfaits, surtout le fer & le plomb; ce que la limaille de fer ou d'acier, prise intérieurement, nous apprend, parce que la dissolution de ce métal se manifeste après par sa couleur, lorsqu'elle est rejettée par la voye ordinaire: mais les personnes destituées des aigreurs de l'estomac, rendent ce métal sans avoir été entamé, ou qu'il ait souffert presque le moindre changement. Il n'y a donc que les métaux dissouts, & réduits, (soit dehors ou dedans notre corps,) en forme saline ou vitriolique, qui puissent se mêler avec les liqueurs telles que la masse fluide de notre sang. Cette production saline, ou vitriolique, de tous les métaux en général, se manifeste par un goût adstringent, fort âpre, dégoûtant, & quelquefois caustique même & corrosif, selon la qualité du dissolvant qu'on a employé pour cet effet.

Personne n'ignore l'usage sûr, & pour la plûpart salutaire, du Vif argent, ou du Mercure, tel qu'il existe naturellement, & sans la moindre préparation chimiqne, quand il est pris intérieurement dans plusieurs maladies du corps humain; sa dose excessive n'a pas été trouvée nuisible, quand même on l'a augmentée jusqu'à huit ou douze onces pesant, pour la faire avaler dans cette maladie désespérée qu'on nomme *la passion iliaque*, ou *le miserere*. D'un autre côté, ce même Mercure, dissous dans l'*Esprit acide du Nitre*, & précipité par l'évaporation en poudre rouge, devient un corrosif assez puissant, de sorte qu'on ne l'employe qu'extérieurement pour dissoudre & emporter la chair morte & la callosité des ulcéres; c'est pourquoi la dose la plus petite causeroit des symptomes fâcheux, si quelqu'un hazar-

gardoit de le donner intérieurement. Ce même métal diſſous dans l'*acide du Vitriol*, & converti en *Turpeth*, ou *précipité blanc*, devient un corroſif encore plus nuiſible que le précédent. Et le Mercure lié & uni par la ſublimation avec l'*acide du Sel commun*, ou *marin*, ſous le nom de *Sublimé corroſif*, devient le poiſon le plus redoutable connu dans l'Univers par ſa force corroſive & détruiſante. Auſſi n'eſt-ce pas le Mercure ſeul parmi les métaux, qui par les diſſolvans minéraux ſouffre un changement ſi étrange ; le métal le plus bienfaiſant, & reconnu pour tel depuis longtems, le Fer, lorsqu'on le diſſout dans l'*acide du Nitre*, quoiqu'on ait ôté ce diſſolvant corroſif par l'évaporation, acquiert néanmoins un ſi haut degré de corroſion & de cauſticité, qu'on ſent un charbon allumé ſur la langue, quand on y en met ſeulement autant que la pointe d'une épingle peut en porter. Mais que dira-t-on de ces métaux parfaits de l'or, & de l'argent, dont les Adeptes ſe flattent de tirer cette *Panacée*, ou ce remède univerſel, par le moyen duquel ils nous flattent de pouvoir vivre nombre de Siècles, à l'imitation de leur Confrères, *les Morienes, les Flamels, les Artephius, &c. ?* Nous voyons cependant, que, nonobſtant cette matiere parfaite & incorruptible, que ces deux précieux métaux, (ſelon le ſentiment unanime de ces Artiſtes,) renferment dans leur centre, ce tréſor bienfaiſant, dis-je, n'empêche pourtant pas, qu'ils ne ſe laiſſent gâter par *les acides minéraux ſusdits*, & qu'ils ne deviennent des corroſifs ſi redoutables que toute leur force *panaceïſtique* ne ſauroit les vaincre.

Je viens de faire cette petite digreſſion, uniquement dans l'intention de montrer, que la corroſion cauſtique & vénimeuſe des métaux dépend presque uniquement des diſſolvans par lequels ils ont été changés en ſels, ou en vitriols, dont la concluſion naturelle s'enſuit : Que tel métal, qui n'eſt pas diſſous dans quelques acides minéraux, & qui permet une diſſolution d'un diſſolvant pris d'un autre régne de la Nature, n'acquiert pas une qualité vénimeuſe proprement dite par une ſolution de cette nature ; quoiqu'on ne ſauroit éviter par là cette adſtriction plus ou moins âpre, dégoûtante, & nuiſible en trop grande quan-

quantité, qui eſt ſi naturelle à tous les métaux diſſouts, & qu'on ne ſauroit même corriger dans le fer, lorsqu'il eſt délié dans quelque jus acide des végétaux, conſtituant néanmoins un bon remède, & ſouvent d'un grand ſecours dans pluſieurs maladies. Même le feu ſeul, convertiſſant les métaux imparfaits en chaux, leur imprime cette âpreté adſtringeante & nuiſible, lorsqu'on voudroit s'en ſervir intérieurement en trop grande doſe.

Pour prouver encore davantage ce que j'ai avancé jusqu'ici, & pour en faire l'application à notre métal, ſavoir au Cuivre, je m'en vais donner un petit détail des recherches que j'ai faites par les expériences les plus néceſſaires à ce ſujet. J'avouë, que depuis qu'on a décrié ce métal comme trop dangereux pour s'en ſervir dans les cuiſines, je faiſois dabord mes réfléxions, que non ſeulement les braſſeurs de bière & les diſtillateurs d'eau de vie s'étoient toujours ſervis de chaudieres & d'alembics de cuivre, ſans qu'on ſe fut apperçu du moindre inconvénient, ou d'une mauvaiſe qualité imprimée par ce métal aux boiſſons préparées dans ces vaiſſeaux depuis tant de ſiècles, ſachant d'ailleurs, que c'eſt ſeulement la quantité, & non pas la qualité, qui en eſt nuiſible aux beuveurs immodérés. Mais il me venoit en même tems auſſi dans l'eſprit, que les Apoticaires ſe ſervoient toujours de chauderons & de caſſerolles de cuivre pour y faire bouillir leurs Tiſanes & potions médicales, auſſi bien que les Extraits & pluſieurs herbes & racines, dont la décoction traine pluſieurs heures avant que les Extraits gagnent cette conſiſtance épaiſſe qu'il leur faut pour être conſervés; & nonobstant ces opérations journalieres des Apoticaires, faites par le moyen des vaſes d'airain, les Médecins n'ont jamais remarqué un mauvais effet communiqué par là aux remèdes préparés de cette façon. D'ailleurs le raffinage du Sucre, où cette moëlle mielleuſe des cannes des Indes entre tant de fois dans des chaudieres de cuivre, avant qu'elle ait acquis ce degré de pureté, nous doit convaincre par ſon goût & par ſa blancheur luiſante, que ce métal n'a rien communiqué à cette drogue qui puiſſe altérer le goût & la couleur, effet qui en de-

devoit ſuivre abſolument ſi la moindre ſolution du cuivre y avoit été mêlée.

Quoique tout ceci m'auroit déjà ſuffiſamment convaincu, que l'uſage de la vaiſſelle de cuivre ne dévroit pas être ſi pernicieux par rapport à notre ſanté, qu'on a tâché de nous le perſuader, j'ai néanmoins voulu faire le Cuiſinier moi-même, & examiner de près les productions en qualité de Chymiſte, pour pouvoir mieux combattre les préjugés, & en faire le rapport au public. Pour cet effet je me ſuis procuré deux chaudrons, neufs, l'un de cuivre rouge, l'autre de léton, ou de cuivre jaune; j'y ai fait bouïllir pluſieurs choſes tant liquides que ſolides priſes des végétaux & des animaux, & généralement de toutes ſortes de choſes dont les Cuiſiniers ſe ſervent à l'ordinaire pour préparer leurs mets. Il s'agiſſoit de découvrir exactement les petites molecules métalliques, pour voir s'il s'en détacheroit quelques unes des chauderons pendant la décoction, & déterminer leur quantité. Pour ce qui regarde les choſes cuites, tout à fait liquides, la ſimple évaporation de l'humidité me parut ſuffiſante pour ramaſſer ce qui pourroit reſter des atomes du cuivre, ſi la décoction en avoit détaché quelques uns, quoiqu'avant l'évaporation, l'*eſprit de Sel Ammoniac* verſé en petite quantité dans ces ſortes de bouïllons, découvrit déjà, par le changement de la couleur, ces ſortes d'atomes. Mais les choſes cuites plus ſolides & épaiſſes demandoient une autre manœuvre; j'étois obligé d'évaporer premièrement toute l'humidité, de calciner le reſte dans un creuſet, & de le convertir en cendres pour en tirer les parties de cuivre par un diſſolvant convenable. De cette manèire j'étois ſûr, qu'il ne m'en pourroit pas échaper la moindre molecule. Auſſi ſuis-je allé par degré en commençant par les expériences les plus ſimples; je fis bouïllir de l'eau de puits la plus pure pendant deux heures, mais l'ayant verſée dans quelques vaiſſeaux de verre, je n'y pus pas découvrir la moindre empreinte de cuivre, ni par le goût, ni par l'examen chymique.

Quatre Onces de Sel commun, que je fis bouïllir avec cinq livres d'une eau bien dépurée de la terre calcaire par la décoction, dans le

chau-

chaudron de cuivre rouge, me fournirent après l'évaporation une espece de poussiere, de laquelle le Vinaigre distillé sépara vingt grains d'une espece de *Verd de gris;* mais une pareille quantité d'eau & de sel cuite dans le chaudron de léton montra seulement une foible nuance de couleur verdâtre; ce qui marque, que la terre mercurielle du *Zinc*, qui réside dans sa mine, la *pierre calaminaire*, & qui a changé le cuivre rouge en léton, a trop rempli les pores du cuivre, pour que le Sel commun y puisse trouver entrée.

De deux mesures, pesant cinq livres, d'une bonne bierè faite d'orge & le houblon, que je fis bouïllir pendant une heure dans mes chaudrons, après en avoir fait évaporer l'humidité, & calciner le reste en cendres, j'en ai fait bouïllir une portion dans *l'esprit de Vinaigre*, & une autre dans l'*esprit de Sel Ammoniac;* mais ni l'une, ni l'autre, ne montroit cette belle couleur de Saphir, qui est si particuliere aux solutions du cuivre : au contraire je n'ai séparé après l'exhalaison de ces dissolvans, qu'un peu de matiere épaisse, couleur de paille, transparente à la chaleur, mais qui se souïlloit dans la suite par l'attouchement de l'air, à cause de l'alcalescence des ingrédiens végétaux dans la calcination.

La même chose m'est arrivée avec le lait que je fis bouïllir en pareille quantité, & que je traitai de la même façon que la biere dans l'expérience précédente. L'extrait des cendres, par les dissolvans susdits, ne montroit qu'une coagulation pâle, blanchâtre, que l'air mouïlloit un peu, mais dans laquelle je ne découvris pas la moindre marque d'atomes de cuivre.

Une pareille quantité du Vin blanc de France, savoir cinq livres dans chaque chaudron, que j'avois fait bouïllir pendant une heure, ne montroit, dans le chaudron de léton, presqu'aucun phénoméne différent des précédens. L'extrait des cendres du Vin cuit dans le cuivre rouge, au contraire faisoit une foible couleur d'un bleu verdâtre, dans laquelle, après l'évaporation de son dissolvant, (*l'esprit du Sel Ammoniac*,) je trouvai vingt & un grains d'une espece de *Verd de gris* pâle. Mais le peu de cendres pâles, tirées de l'Extrait du vin cuit dans le

chau-

chaudron de léton, refusoient absolument une réduction métallique, même sur le charbon à la pointe d'une flamme soufflée par une petite canule à souder.

Je pris ensuite trois livres de bœuf avec la quantité requise de sel, en ajoutant encore des choux & des carottes; je fis cuire le tout dans le chaudron de cuivre rouge pendant quatre heures, & je passai de plus le bouillon par un linge, par lequel, en l'entortillant, comme il faut, je fis passer aussi tout ce qu'il y avoit de liquide dans la viande & dans les légumes; tout ce jus étant évaporé ensuite, je convertis en cendres ce qui en restoit, pour tâcher d'extraire les petites parties de cuivre, s'il y en avoit quelques unes de détachées; mais quoique l'*esprit de Sel Ammoniac* eut bouïlli quelques heures dans une phiole à long tuyau avec les cendres, il n'étoit teint que d'un foible céladon; & cette couleur se perdit encore, à mesure que l'esprit se dissipa par l'évaporation, de sorte qu'il n'en restoit qu'une belle coagulation blanche, un peu saline, & presque transparente.

Pour une nouvelle expérience je pris du lard avec des poires & des pommes coupées en quartiers, que je fis cuire comme le menu peuple est accoûtumé de faire, pour s'en préparer un plat assez friand; je pris ensuite tout le jus, comme dans l'expérience précedente, & je procédai de la même maniere par l'évaporation, par la calcination, & par l'extraction des cendres; mais je ne pouvois jamais attraper la moindre teinture de cuivre, ni par l'*esprit de Sel Ammoniac*, moins encore par l'*esprit de Vinaigre:* de sorte que l'évaporation de ces dissolvans ne montroit qu'une concrétion d'une matiere blanchâtre, tirant sur le jaune, dans laquelle il n'étoit pas possible de découvrir autant de parties métalliques, qu'on auroit pu en estimer par le poids le plus leger.

A' l'occasion de ceci il me vint dans l'esprit, que peut-être quelques végétaux doüés d'une espece de Sel volatil, approchant à la nature alcaline, pourroient dissoudre quelques molecules de mes vaisseaux de cuivre. Dans cette vuë je fis bouïllir de la viande avec des

oignons, de l'ail, des raiforts, &c. & ayant procédé comme dans les expériences précédentes, je n'obtenois pas la moindre marque d'une teinture dans les cendres que j'avois tirées de cette nouvelle décoction par mes dissolvans, par conséquent aucune dissolution métallique du cuivre que je cherchois. Une expérience semblable à celle-ci, où, au lieu des racines & de l'ail, j'avois mêlé la viande avec plusieurs sortes d'épiceries, me réüssit de la même façon, sans que je pusse découvrir la moindre solution du cuivre.

Je me souvenois encore de certaine *Marmelade*, que le menu peuple en plusieurs endroits de l'Allemagne, prépare pour la manger avec le pain en guise de beure; on la compose du jus tiré des bayes de sureau mêlé avec des prunes, qu'on fait bouïllir ensemble dans un chaudron de cuivre, en le remuant sans cesse avec un petit ais, ou planche fabriquée en forme de houë, jusqu'à ce que le mêlange, par l'évaporation, que la décoction entretient, acquiere la consistance & l'épaisseur d'une *Marmelade*. J'en ai pris huit onces, que j'ai fait calciner dans un creuset; je croyois pouvoir extraire de ces cendres quelques marques du métal, sur lequel ce mêlange succulent & aigrelet avoit été frotté pendant plusieurs heures dans une chaleur bouïllante: mais l'*esprit de sel Ammoniac*, avec lequel je fis bouillir les cendres, resta clair comme l'eau la plus pure, sans avoir souffert le moindre changement de couleur.

Il me restoit encore à essayer des poissons dans le chaudron de cuivre, qui est le vaisseau ordinaire dans lequel on les fait bouïllir. Ce fut un brochet de trois à quatre livres, coupé en pieces, qui fut cuit avec son sel, comme il faut; j'en exprimai tout le jus que je fis évaporer avec l'eau, dans laquelle il avoit été cuit jusqu'a siccité; la pâte qui en restoit fut calcinée dans un creuset, & les cendres furent également éprouvées par les dissolvans, dont je me servois dans ces sortes d'expériences: mais n'y ayant pas remarqué la moindre teinture, je m'apperçus par l'évaporation, que ces dissolvans s'étoient chargés seulement d'une poussiere blanche un peu saline, communiquée par les sels.

Pour

Pour ôter aussi toute crainte au beau Sexe, s'il lui arrive par hazard de boire sa boisson favorite, le Caffé préparé dans une Caffetiere de cuivre, j'ai fait l'expérience suivante, qui dissipera la crainte. Je fis bouïllir trois onces de Caffé dans un chaudron de cuivre à la maniere ordinaire, & l'ayant fait reposer jusqu'à ce qu'il fut clair, j'en chassai successivement toute l'humidité par le feu; je convertis le reste en cendres par la calcination; mais, au lieu d'en extraire des atomes de cuivre par mes dissolvans, je n'attrapai que de petites lames, ou feuilles blanches & minces, attachées les unes sur les autres, d'un goût *alcalin*, comme le produit de la calcination d'une matiere végétale.

Comme j'ai remarqué auparavant, que l'eau seule avec le sel commun, lorsque je les avois fait bouïllir ensemble dans le chaudron de cuivre, en avoit dissous quelques grains; j'étois un peu confondu de n'avoir pas rencontré une dissolution semblable dans mes décoctions des viandes & des poissons, où il entroit non seulement la même quantité de sel, mais dont la décoction avoit continué plus longtems. Après bien des réfléxions faites là-dessus, je n'en trouvois d'autre raison, sinon que le sel commun, seul avec l'eau dépurée durant les cuissons, étant poussé sans cesse par le feu, agissoit avec force contre la surface du chaudron, au lieu que, quand il rencontre dans cette action des corps mucilagineux qui émoussent son acreté, comme la viande, les poissons, les légumes &c., il s'y arrête & s'envelope, comme à des corps qui sont plus faciles à dissoudre que le cuivre; & c'est pour cette raison sans doute, que je n'ai pas remarqué une solution de ce métal dans toutes mes expériences précédentes, où le sel trouvoit autre chose que le métal pour agir là-dessus.

Enfin, pour peu qu'on fasse des expériences semblables à celles que je viens de raconter fidélement icy, on ne manquera pas de découvrir beaucoup de préjugés, vantés comme des vérités par rapport à l'usage nuisible du cuivre. Il y a des Auteurs qui soutiennent (*), que l'eau pure gardée une nuit seulement dans un vaisseau de ce métal, en

(*) Voyez la Dissertation, *Mors in Olla.*

en montre d'abord la marque, lorsqu'on y verse quelques gouttes de l'*esprit de Sel Ammoniac*; mais, ni dans une telle eau, ni dans celle que j'avois fait bouïllir auparavant dans un vaisseau de cuivre, & que j'y avois laissé réfroidir, je n'ai pu rencontrer le succés de cette prétenduë expérience. J'ai poussé encore plus loin cette recherche, en laissant réfroidir le bouïllon de quelques livres de bœuf bien cuites avec du sel commun dans un chaudron de cuivre; mais je n'ai pû découvrir la moindre marque d'une dissolution métallique, ni le changement de la couleur du bouïllon, lorsque j'y avois mêlé l'*esprit de sel Ammoniac*; & avant ce mêlange même je n'ai point trouvé le goût du bouïllon altéré, moins encore âpre, ou dégoûtant; ce qui arrive seulement lorsque le *Vin*, le *Vinaigre*, ou le *Jus de Citron*, comme dissolvans acides du cuivre, y sont mêlés, pendant que la viande, ou les légumes cuisent dans ces sortes des vaisseaux, ou qu'ils y sont gardés trop longtems dans un endroit où l'humidité de l'air peut altérer ce métal, & en détacher un *Verd de gris*. Alors les mets préparés de cette maniere reprochable, (où l'acide a dissous le cuivre,) ou qu'on a gardé dans ce métal, pendant quelque tems, pourront bien devenir nuisibles à la santé en causant des angoisses, des vomissemens, & autres accidens facheux. Et alors on aura un Emétique plus ou moins violent, selon la quantité du Verd de gris détachée du Cuivre, mais non pas une drogue qu'on puisse ranger dans la classe des poisons, ou proprement appellés vénins.

Au reste j'aurois souhaité, que quelques savans Médecins, comme *Lanzoni*, *Valisneri*, *Mauchart*, &c. eussent fait une recherche un peu plus exacte sur les circonstances des effets pernicieux causés par la vaisselle de cuivre qu'ils alléguent dans les *Ephémerides Germaniques;* & que ces Messieurs qui se sont récemment si fort déchainés contre l'usage de ce métal, eussent auparavant recherché le prétendu danger par des expériences solides, avant que de répéter des faussetés, ou d'étaler des nouveautés peu constatées, & d'en imposer au public.

INS-

INSTRUCTIONS NÉCESSAIRES
POUR LA CONNOISSANCE DE DIVERSES PLANTES DU PAÏS, DONT L'USAGE PEUT SERVIR A' E'PARGNER LES CHENES ET L'EMPLOI DES MATIERES ÉTRANGERES DANS LA TANNERIE DES CUIRS.

PAR M. GLEDITSCH.

Traduit de l'Allemand.

Entre les principaux avantages d'un Païs, dont la situation est d'ailleurs favorable au Commerce, on peut surtout compter l'abondance des productions naturelles, qui servent non seulement à l'Oeconomie, mais aussi de celles qui sont utiles aux Manufactures & au Négoce. Elles mettent en état de tirer de grands profits de l'exportation, d'ériger les Fabriques les plus considérables, & d'y donner de l'ouvrage à un très grand nombre de personnes; ce qui favorise la consommation des vivres & de toutes les denrées. Mais une des choses, qui entrent le plus dans la réüssite de ce plan, c'est une quantité suffisante de toutes les especes de bois à brûler, à bâtir, & propre à une infinité d'autres usages. La nécessité du bois augmente surtout à mesure que les contrées sont plus Septentrionales, ou qu'elles deviennent plus habitées, & que le nombre des Manufactures & des Fabriques s'y accroit.

Il n'est donc pas besoin de s'étendre sur les inconvéniens de la disette du bois, ni sur l'étonnante destruction qu'on ne cesse d'en faire pour toutes les nécessités de la vie, & pour toutes les préparations re-

quiſes dans un ſi grand nombre d'Arts & de Profeſſions. Pour peu qu'on y reflêchiſſe, on ne ſçauroit que craindre qu'il ne vienne à s'épuiſer, & penſer aux moyens de prévenir ce malheur.

Il n'y a qu'à jetter un coup d'œil ſur les Nations auxquelles le bois manque, pour ſentir combien cette privation eſt incommode. Elles n'en ont qu'à grands fraix en l'achetant ailleurs, & n'oſent, pour dire, le brûler que par poids & par meſure. Il y en a même qui, faute de bois pour faire divers vaiſſeaux, comme ſont les tonneaux, caiſſes, &c. ſont obligées d'empaqueter les marchandiſes de transport dans des peaux couſuës enſemble, dans des paniers de jonc, &c. A plus forte raiſon n'oſeroit-on penſer dans de ſemblables contrées à l'érection d'aucunes Manufactures: on y eſt obligé de vendre les productions naturelles du païs à l'Etranger, ſans avoir pû les préparer, & par conſéquent à un très vil prix.

La tourbe & la paille ne ſçauroient ſuppléer au defaut du bois que pour les beſoins œconomiques; ou du moins il n'y a que très peu de Manufactures auxquelles leur uſage convienne. D'ailleurs dans les lieux même où l'on ſe ſert de tourbe & de paille, on n'en a pas autant qu'on veut. En un mot une foule de choſes de la derniere importance pour la Société, roulent ſur la quantité néceſſaire du bois. Et rien ne ſeroit plus propre à faire retomber les Nations policées dans leur ancien état de groſſiereté, que de ſe trouver deſtituées de ce ſecours.

De très habiles gens ont déjà traité cette importante matiere à fonds dans des Ecrits de la derniere ſolidité; & l'on n'a pas manqué non plus de prendre partout les meſures les plus efficaces pour empêcher toute ſortie des bois qui pourroit devenir préjudiciable au païs d'où on les tire. Ces meſures deviennent de plus en plus eſſentielles, vû la diminution ſenſible du bois. Pluſieurs Provinces de l'Allemagne qui étoient autrefois toutes couvertes de forêts, en ſont à préſent presque entièrement dégarnies. La multiplication des habitans, & l'accroiſſement de toutes ſortes de Manufactures, ou Fabriques, annoncent à

nos

nos descendans, l'embarras où ils ne tarderont pas à se trouver à l'égard du bois nécessaire à leur entretien. Après avoir été trop prodigue à cet égard, on va bride en main, on ménage ce qui reste, & on tâche de réparer les pertes en semant & en plantant.

Il est certain qu'on pourroit faire bien des choses trés utiles à cet égard, si l'on vouloit accorder aux idées & aux conseils que fournissent quelquefois les personnes qui s'appliquent à l'étude de la Nature, l'attention qu'ils méritent, & ne pas les confondre avec les chimères des faiseurs de Projets. Il peut arriver, & il arrive souvent, que les découvertes des premiers sont d'un ordre à être appliqueés avec succés aux opérations œconomiques qui sont subordonnées au Gouvernement politique d'un Etat. On auroit tort assurément de croire que tout ce que la Physique, ou quelcune de ses parties, comme la Chymie, la Botanique, &c. découvrent, est d'abord d'une utilité publique & décidée ; il faut avouër qu'il y a dans ces Sciences plusieurs essais infructueux, plusieurs travaux inutiles ; mais on ne sçauroit nier non plus que de tems en tems elles ne fournissent des moyens d'améliorer le sort des hommes, & de rendre la Société plus florissante.

C'est le but auquel nous nous proposons d'arriver dans ce Mémoire, en indiquant un moyen qui nous paroit mériter d'être distingué parmi ceux qui sont destinés à prévenir la destruction du bois. Celui de Chêne est, comme on le sçait, un des principaux & des plus précieux. Or la Tannerie en fait une prodigieuse consommation. Il seroit d'un autre côté très facheux de renoncer à cette profession, dont l'exercice est fort avantageux au païs, le cuir tant fin que grossier étant une des marchandises les utiles, & dont on a le plus d'occasions de se servir. C'est ce besoin qui fait qu'annuellement dans le voisinage de presque toutes les Villes, tout petites que grandes, on dépouïlle de leur écorce autant de chênes & de bouleaux qu'on en trouve, ou qu'il est permis de le faire ; on prépare à l'aide de ces écorces la quantité de cuir à laquelle elles suffisent, & l'on est obligé de laisser le reste

du cuir non préparé aux voisins qui n'en donnent presque rien, & qui nous revendent ensuite fort cher celui dont nous ne sçaurions nous passer.

Voici une découverte qui conservera tout à la fois le bois & les Tanneries, & qui pourra même augmenter le nombre de celles-ci. Elle a été faite dans le cours de l'Eté dernier; & dès le mois d'Aout on a produit huit nonvelles especes de cuir préparé & tanné sans aucune écorce d'arbres, & par des moyens dont nous allons rendre un compte détaillé. Ces moyens vont encore plus loin; ils épargnent non seulement les écorces, mais encore diverses drogues étrangères qu'on est obligé d'employer dans cette préparation. Il est surprenant qu'on n'ait pas pensé plutôt à faire les Expériences sur lesquelles cette découverte est fondée, puisqu'elles sont les plus aisées du monde, & que divers moyens dont d'autres Nations, & même les plus sauvages, se sont servies pour la préparation des cuirs, mettoient tout à fait sur la voye de s'en aviser. En effet en plusieurs contrées, soit faute d'écorces, soit en conséquence d'anciens usages, on est dans l'habitude constante de se servir pour la préparation des cuirs, de feuïlles, de racines, de fruits, & de sucs. Nous n'entrerons pas ici dans tous les détails historiques dont cette matiere seroit susceptible; mais il convient pourtant d'en donner une espece d'échantillon.

Une partie de ces Tartares Calmuques qui exercent leurs brigandages vers la grande Muraille de la Chine, se servent pour tanner la peau de leurs chevaux, de lait de cavale aigri. En Perse, en Egypte, & dans quelques Etats situés sur les frontieres de l'Afrique, on tanne les peaux de bouc & de chévre, avec le fruit astringent & légumineux de l'*Acacia vera*, qu'on prend avant sa maturité. Les mêmes peaux en plusieurs endroits de l'Empire Turc se préparent en maroquin par le moyen de la noix de Galle. Les noix encore vertes de l'arbre de Terebenthine, & à ce que quelques uns prétendent, les feuïlles mêmes, aussi bien que celles de *Lentisque*, servent au même usage dans le Levant. Le *Smak*, qui consiste en rouleaux de feuïlles

&

& de jeunes branches de l'arbre dit *Sumach*, ou *Rhus*, est parfaitement connu, & il n'y a guères de païs où l'on ne l'employe pour la préparation du Cuir, dit *Corduan*. Personne ne sçauroit ignorer non plus que dans plusieurs Provinces d'Italie, d'Espagne, & de France, il y a actuellement en usage plusieurs Plantes qu'on peut appeller *Plantæ coriariæ*, l'*Arbutus*, le *Celtis*, le *Tamarisque*, le *Rhamnus*, le *Rhus myrtifolia*, &c. On a mis en oeuvre en Suède l'ecorce d'une des moindres especes de Saules de montagne, aussi bien qu'une Plante sauvage assez connuë sous le nom d'*Ura ursi*. En Allemagne les Silesiens employent dans la mégisserie une espece de *Myrtille*, nommé *Rausch*; mais pour la Tannerie on ne connoit guères en Allemagne que les écorces de chêne & de bouleau, avec quelques calices de gland: & pour la préparation du Corduan & du Maroquin on prend le *Smack* & la *Galle*, à l'imitation de presque tous les autres Peuples connus.

Quand les huit nouvelles préparations de cuir déjà indiquées, auront une fois pris consistance & crédit, toutes les matieres susdites ne seront plus nécessaires; & l'on trouvera dans les Etats du Roi les véritables herbes propres à la Tannerie, parmi lesquelles il y en a une partie qui serviront en même tems à la teinture des cuirs. Le nombre des especes de ces herbes va déjà bien à 60; & quand, après avoir fait un choix exact, il n'en resteroit qu'une vintaine, les vuës de S. M. seroient suffisamment remplies, tant pour la conservation des bois que pour l'épargne des drogues étrangeres, sans qu'aucune des autres parties de l'Oeconomie politique en souffre la moindre atteinte.

Pour prévenir l'objection qu'on pourroit faire, que la Tannerie, quelque importante qu'elle puisse être à divers égards, ne paroit pas un objet convenable aux recherches d'un homme d'étude, je demande seulement qu'on se fasse l'idée des différentes choses, qui appartiennent à cet Art, de toutes ses manoeuvres, & des circonstances qui y sont requises. On commence par dépouiller les animaux de leurs peaux, ou cuirs; on en fait une premiere préparation, d'où l'on passe à la tan-

tannerie même & à tous ses travaux ; il en résulte différentes especes de cuirs, dont les qualités dépendent du concours de productions tirées des trois Régnes de la Nature ; ce qui suppose l'étude de ces productions, la connoissance de leurs parties constitutives, & l'examen des effets variés qui peuvent en résulter. Après cela qu'on juge qui est-ce qui est le plus propre à influër sur le succès de semblables opérations, du Physicien, du Chymiste, du Naturaliste, ou du simple Tanneur, qui suit la routine de sa profession ? Il seroit tout au contraire à souhaiter que depuis longtems les Savans versés dans les connoissances dont on vient de parler, eussent tourné leurs vuës de ce côté-là, qu'ils eussent rassemblé de bonnes Expériences sur ce sujet, & qu'ils en eussent déduit des Principes propres à former une Théorie. On auroit tiré du nombre des Plantes inutiles celles qui peuvent rendre de si bons offices, & elles seroient dans une possession confirmée de la préparation des Cuirs. Les Chymistes les auroient soumises aux épreuves qui peuvent en découvrir les propriétés ; les Botanistes en auroient soigneusement indiqué les especes & les caractères ; & tout seroit sur le pied où nous aspirons à le mettre. C'est ici le lieu de donner en peu de mots une idée de la Tannerie, & des Plantes qu'on peut y appliquer.

Après que les peaux des animaux ont été séparées exactement de la chair, & de la graisse, qu'on les a nettoyées du sang & des poils, & qu'on les a suffisamment macérées, le Tanneur en fait l'objet de son travail, & à l'aide de certaines drogues, ou matieres, il en ôte toutes les parties qui pourroient encore être sujettes à la pourriture & aux vers, & les condense de façon qu'on peut s'en servir à tous les usages auxquels le cuir est propre. La peau d'un animal, dans son état d'intégrité, est un tissu des plus artistement faits, fort serré, & qui est uniquement composé de fibres étroitement entrelassées ensemble, qui sortent de vaisseaux réünis. Ce tissu en le tannant devient encore plus sensible ; & les fibres du cuir peuvent être presque toutes séparées les unes des autres. Néanmoins les peaux different les unes des

des autres suivant les especes d'animaux, aussi bien que suivant leur âge, leur nourriture, & leur climat : ce qui requiert des differences dans la maniere de tanner, & dans les matieres employées à la préparation des Cuirs. Tout cela peut pourtant être réduit aux trois especes qu'on nomme en Allemand, *Weiss-gahr*, *Semisch-gahr*, & *Loh-Gahre;* qui font trois tanneries differentes. Je ne parle point ici du parchemin, du chagrin, ni de tout ce qui regarde la pelleterie.

La premier travail, on la premiere préparation, ne diffère point dans ces trois Tanneries. Les peaux étant bien débarrassées de toutes leurs impuretés, on employe la chaux, ou bien le sable & le sel, pour en détacher les poils, & ensuite on les lave & rince à plusieurs reprises, en raclant un peu le côté uni de quelques unes.

Mais le travail suivant ne demeure pas le même dans les diverses sortes de Tanneries, par lesquelles on acheve la préparation & la teinture des cuirs. Nous passons volontairement sous silence les deux premieres sortes, qui empruntent le secours de divers ingrédiens tirés des trois Régnes de la Nature, comme l'Alun, le Sel commun, le Tartre crud, le son, le farine, & l'huile de poisson. Mais nous sommes obligés d'entrer dans un plus grand détail par rapport à la troisième, qui se borne uniquement à l'usage des végétaux, qui servent à faire l'espece de lessive dans laquelle les cuirs achevent de se tanner.

Cette troisième Tannerie peut encore être subdivisée en quatre especes, rélativement aux quatre principales sortes de Cuirs, qu'on y prépare à l'aide de differens végétaux; savoir 1. le cuir commun, 2. le cuir de vache, 3. le Corduan, & 4. le Maroquin.

Toute lessive de végétaux propre à changer ces peaux en cuirs, est froide, ou chaude.

La maniere de préparer les cuirs à froid est la plus simple, la plus aisée, mais en même tems la plus lente. On s'en sert pour les cuirs les plus grossiers & les plus pesans, qu'on met dans des vaisseaux de bois avec de l'écorce de chêne ou de bouleau grossièrement pulvérisée, ou

ou bien dans des trous faits en terre, en jettant dessus de la même écorce ; ce qu'on réïtére diverses fois, & aussi longtems qu'il est nécessaire pour que les peaux se changent en cuirs.

La maniere de tanner par une lessive chaude, est le plus souvent fort pénible, mais elle est aussi beaucoup plus expéditive que la précédente. Il y a des sortes de cuirs qui demandent trois semaines; pour d'autres il ne faut que 8. 12. ou 15. jours; le Corduan ne requiert que 24. à 36. heures; & le Maroquin tantôt 7 ou 8, tantôt 16 à 20. Voici l'ordre qu'on suit dans ce travail. On verse la lessive dans des vaisseaux de bois avec de l'eau chaude, on y met les peaux, & on a soin de les bien remuër, & souvent. Au bout de huit jours on tire l'eau du vaisseau par l'ouverture du bondon, on la réchauffe, on la rejette dans de nouvelle lessive, & on rend le tout aux peaux. On continuë & l'on réïtére cette opération jusqu'à ce que les parties végétales ayant pénétré la substance de la peau, au point d'en faire du cuir, que l'on pend pour le faire sécher, & que l'on donne ensuite à l'Apprêteur.

Remarquons ici en passant au sujet du cuir de vache, qu'on ne sçauroit le préparer chez nous à aussi bon marché qu'en Russie; & que l'espece odoriférante qui porte le nom de *Cuir de Roussi*, tire cette qualité de deux huiles empyreumatiques dont on le frotte en le préparant.

A l'egard du Corduan & du Maroquin, qui sont les deux derniers & principaux objets de la Tannerie, ils ne consistent qu'en peaux de bouc & de chévre, dont les premieres se préparent avec le *Smack*, & les secondes avec la Galle. On cout ensemble les peaux blanches par demi-douzaine, on les met dans l'eau, & on les couvre bien de cette poudre de végétaux grossièrement pilés dont on a déjà parlé. En les cousant on y observe cette différence, que le côté uni est mis en dehors pour le Corduan, & en dedans pour le Maroquin.

Cela peut suffire pour le but que nous nous étions proposé de donner une idée générale de la Tannerie, & de ses principales especes, qui

qui fut propre à répandre du jour sur ce qui concerne les Plantes qui y sont appliquables.

Ces Plantes qui croissent en abondance dans nos contrées, & à l'aide desquelles on a déjà trouvé huit nouvelles préparations du Cuir, ont été le sujet d'un Mémoire présenté & lû à l'Académie le 5 Decembre dernier. L'Auteur de ce Mémoire, & l'Inventeur des nouveaux Cuirs, est M. *Klein*, natif de *Nauen*, homme laborieux & habile, qui a toujours eu un penchant decidé pour tout ce qui concerne les Manufactures, & a déjà fourni plusieurs instructions utiles dans ce genre. C'est pour étendre de plus en plus ses connoissances qu'il s'est appliqué à la Physique, à l'Histoire Naturelle, & à la Chymie, & que l'Eté dernier s'étant mis à herboriser, il m'a requis de lui montrer toutes les Plantes, que je pourrois croire propres à la Tannerie, d'après la connoissance que j'ai de leurs principes & de leurs autres propriétés. J'ai nommé toutes ces Plantes à l'Académie, & j'ai indiqué leurs caractères. Ce sont toutes des Plantes du païs, des plus communes, des plus abondantes, & qu'on a mis jusqu'ici au rang des mauvaises herbes, faute d'en connoitre l'usage. Ainsi le train de l'Oeconomie ordinaire ne souffrira aucune altération de l'usage qu'on veut en faire pour la Tannerie. M. *Klein* a rassemblé des quantités considérables de ces diverses especes de Plantes; & entre les huit sortes de Cuirs qu'elles ont produit, il y a un très beau Corduan préparé sans *Smack*, & deux sortes de bon cuir de veau, tanné avec de simples feuilles d'arbre.

Ces nouvelles Plantes à cuir croissent dans presque tous les creux profonds & les lieux marêcageux; il s'en trouve aussi dans les campagnes sablonneuses, sur les collines & dans les bois, & elles abondent également dans la Marche Electorale, dans la Nouvelle Marche, dans la Poméranie, & dans la Prusse. Le foin qu'elles donnent, est le plus grossier & le moindre de tous; & les bestiaux en font si peu de cas qu'ils n'y touchent que lorsqu'ils sont affamés. Ainsi ces Plantes ne servent proprement qu'à gâter les bonnes prairies. On en trouve sur-

ſurtout autour des grandes eaux & des lacs ; & l'on ne croit point exagérer en diſant que cela va à LX eſpeces différentes.

Les principes en vertu desquels ces Plantes ſe trouvent propres à la Tannerie, ſont aiſés à découvrir, ſi l'on eſt au fait de ceux que la Chymie tire du *Smack*, de la Galle, & des différentes écorces. Rélativement à ces principes, les Plantes en queſtion peuvent être diviſées en deux Claſſes principales. Les principes auxquels on doit faire le plus d'attention, ſe trouvent en général dans toutes ces Plantes ; ils ſont d'une nature *fixe*, & cependant *active*, *terreo-gommeuſe*, ou *terreo-réſinoſo-gommeuſe*. Mais, outre ceux-là, on en trouve dans quelques-unes, en plus grande ou en moindre quantité, de très actifs ; & c'eſt ce qui établit la différence que nous mettons entre les Plantes propres à la Tannerie.

Celles de la premiere ſorte n'ont point d'odeur, ou n'en ont qu'une très foible ; mais elles ont un goût tout à fait acre & conſtringent. Elles ne fourniſſent que les principes actifs & fixes dont on a parlé, ou du moins on n'y découvre qu'un mêlange très peu conſidérable de parties oleoſo-inflammables, qui donnent à l'eau qu'on en diſtille une foible odeur balſamique, ſans aucune ſaveur acre ſtyptique. La portion de ces parties dans la ſubſtance terreo-réſinoſo-gommeuſe, varie ; mais celle qui exiſte communément dans la plûpart des véritables Plantes à cuir connuës, eſt, par exemple, que ſur une livre de ſemblables végétaux la terre fait un tiers, ou même la moitié, le principe gommeux environ un quart, dans d'autres auſſi un tiers, & dans quelques unes jusqu'à la moitié ; tandis que la partie reſineuſe eſt la moindre de toutes, & ne va dans une livre que de XX à L grains, ou pour le plus à une dragme, & quelques vint grains au delà.

Dans la ſeconde eſpece de nos Plantes on trouve à la vérité les principes actifs fixes ſusdits, mais la proportion indiquée ne ſçauroit y avoir lieu, parce qu'ils ſe trouvent mêlés avec d'autres principes tant volatils que fixes, de ſorte qu'ils font la moindre partie du compoſé, &

qu'il leur arrive, ou d'être exaltés avec les parties volatiles, ou d'être considérablement affoiblis. On trouve donc dans ces substances, outre les parties fixes, un principe unguineux, acromatico-balsamique, *oleoso-* ou *vaporoso-spirituoso-ëtherien*, &c. Les parties volatiles se dégagent bientôt des autres dans la chaleur de la lessive à tanner, & s'envolent, de façon qu'il n'est pas toujours possible d'en découvrir quelques traces spécifiques dans les cuirs.

Si l'on veut ensuite approfondir, en quoi consiste proprement la substance fixe terreo-gommeuse, ou terreo-résino-gommeuse, c'est ce dont on pourra acquérir une connoissance fort claire, soit en considérant sa génération naturelle, soit par la voye des Expériences Chymiques. Cette terre est, tantôt plus grossière, tantôt plus fine, tantôt en plus grande, tantôt en moindre quantité; & elle contient une substance oléeuse, ou un principe inflammable, engagé dans un acide leger; tel qu'il peut s'en trouver dans les végétaux, & non caustique, comme celui des Minéraux. Quand on détruit au feu la substance fixe des Plantes coriaires, on obtient par la retorte, d'une livre poids de Médecine, à peu près les produits suivans, dans une proportion plus ou moins variée; 1. environ deux lots, & deux dragmes, d'un phlegme pellucide & empyreumatique, non adstringent; 2. environ cinq lots & une dragme d'une liqueur acide jaunâtre, ou d'un jaune tirant sur le brun; 3. trois lots & plus de deux dragmes d'une huile empyreumatique. Le *Caput mortuum* fait souvent la moitié, ou même au delà, & contient dans quelques sujets une portion de sel alcali fixe, que s'engendre à un feu violent. Dans les fruits sces, les sucs, & les racines carneuses, cette proportion souffre quelques exceptions. On comprend donc que la connoissance de ces parties constitutives, des quantités dans lesquelles elles existent, & de leurs propriétés bien connuës des Physiciens & des Chymistes, peut aisément conduire à celle de leurs effets, & de la maniere dont elles les produisent. Par ce moyen on se trouvera en état de distinguer une fausse plante coriaire d'avec une véritable, ou d'écarter celles qui sont trop foibles

pour cet usage. Il s'en trouve, par exemple, qui sont beaucoup plus propres à donner une belle teinture au cuir qu'à le tanner.

Il n'est pas difficile non plus, après l'exposition qu'on vient de donner des principes contenus dans ces Plantes, de se faire une idée de leur action sur des peaux duëment nettoyées & macérées. Ces peaux mises à tremper dans la décoction de ces Plantes, ou seulement avec leur poudre grossiere, y demeurent assez longtems, & se travaillent ensuite assez, pour que la tissure de leurs parties souffre un changement, qui en fait une production nouvelle, à laquelle on ne donne plus le nom de peau, mais celui de cuir. Dans cette opèration, les parties solubles & actueuses des végétaux sont séparées de la masse grossière, par le secours de l'air, de l'humidité vaporeuse, de l'eau, du travail, & des divers degrés de chaleur qu'on employe: elles s'écartent insensiblement les unes des autres, & s'étendent en partie d'une maniere fort douce, qui les rend propres à pénétrer aussi tout doucement la substance des peaux, & à y effectuer imperceptiblement le changement qu'elles subissent. Il n'y a rien de plus aisé que de concevoir les effets qu'est capable de produire dans un semblable cas un acide dissous & étendu avec douceur, lorsqu'il est mêlé & mis en mouvement avec d'autres particules souverainement volatiles, oleoso-éthériennes, d'une extréme mobilité. Les peaux sont pénétrées de ces particules, aussi bien que de celles que nous avons nommeés terreo-resino-gommenses, comme d'une espece de baume, & cela les condense en cuir, de façon à les préserver désormais de toute atteinte de la pourriture, ou des Insectes. Mais comme notre dessein n'est pas de nous engager dans une théorie formelle de la Tannerie, nous nous bornons à notre objet, qui concerne uniquement la détermination des Plantes à tanner, & nous ajoutons encore un de leurs caractéres assurés, qui les rend sensiblement reconnoissables entre toutes les autres. Ce caractére se rencontre dans leur poudre, ou dans leur décoction, lorsqu'on la mêle avec le vitriol de Mars.

On

On prend donc des Plantes susdites, réduites en poudre, & on les jette dans une solution de vitriol de Mars; ou l'on met une portion de vitriol de Mars, dans une infusion, ou décoction de ces Plantes, qui a été auparavant filtrée. Ce mêlange produit, tantôt une couleur rougeâtre, ou d'un rouge foncé, tantôt une couleur bleuë, ou aussi noire. La cause de ce phénomene est connuë des Chymistes, qui sçavent aussi rendre à ces décoctions, ou infusions, leur transparence, & en faire évanouïr les couleurs, en y versant goutte à goutte une quantité suffisante d'huile de vitriol.

Les caractères des Plantes coriaires étant suffisamment dévelopés par tout ce qui a été dit jusqu'ici, & ces Plantes se trouvant dans la plus grande abondance tout autour de nous, il dépendra présentement des Connoisseurs & des Amateurs, d'en étendre l'usage, & d'en faire de nouvelles applications, utiles aux Manufactures du Païs. Il en résultera les avantages suivans.

1. Les intentions de Sa Majesté seront exactement suivies, par rapport à la conservation des forêts; & en particulier des chênes, dont l'écorce sera desormais épargnée, en y substituant nos Plantes.

2. Avec le tems on pourra se passer des drogues étrangeres, dont le prix hausse tous les jours, & qui sont employées dans la préparation du Corduan, & du Maroquin.

3. On pourra avoir au-delà de ce qu'il faut de matieres propres à la Tannerie, tirées du païs même, sans porter la moindre atteinte aux autres parties de l'Oeconomie.

4. Plusieurs personnes pauvres, ou âgées, femmes & enfans, pourront en certains tems de l'année gagner leur pain à cueillir des Plantes.

5. Tous les lieux incultes, soit parce qu'ils sont trop marécageux, soit à cause de leur extrème aridité, pourront dans la suite être mis en valeur & en rapport.

6. De petites Villes où il n'y a point encore de Tanneries, pourront s'en procurer, parce que les Moulins ne feront plus nécessaires, les Plantes en question, n'ayant besoin que d'être grossièrement coupées, ou pilées.

7. Les Cuirs communs du païs, aussi bien que les peaux de bouc & de chévre, pourront être tannés en beaucoup plus grande quantité, soit pour la consommation, soit pour le Commerce, & l'on ne sera pas contraint de les laisser à bas prix aux Etrangers.

Je finis en reconnoissant & en déclarant ingenuëment, que je n'ai d'autre part à une découverte aussi interessante pour le Public, que l'est celle dont je viens de rendre compte, si ce n'est d'y avoir apporté toute l'attention qu'elle méritoit, & d'avoir rempli à cet égard tous les devoirs de ma vocation, qui m'appelle à l'étude de la Nature.

EXPÉRIENCES

QUI CONCERNENT LA RÉGÉNÉRATION DE L'ALUN DE SA PROPRE TERRE, L'APRÈS AVOIR SÉPARÉ PAR L'ACIDE VITRIOLIQUE; AVEC QUELQUES COMPOSITIONS ARTIFICIELLES DE L'ALUN PAR LE MOYEN D'AUTRES TERRES, ET DUDIT ACIDE.

PAR M. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

I.

Que l'Alun si connu soit un sel moyen terrestre, composé de l'acide du Vitriol, & d'une terre, c'est ce qu'aucune personne tant soit peu versée dans la Chymie ne s'avisera jamais de nier; puisque la précipitation de l'Alun par un Alcali fixe en fournit la preuve incontestable. Mais une chose sur laquelle on n'a pas encore pû être bien d'accord, c'est de déterminer de quelle espece étoit cette terre d'Alun, & d'où l'Acide de vitriol la tiroit pour l'employer à la génération de ce Sel.

II. Le célébre *Stahl* regardoit (*a*) la terre d'alun comme une espece de craye; & il prétendoit (*b*) que la craye mêlée avec l'acide vitriolique produisoit une sorte d'alun. Selon lui (*c*) on trouve dans l'Alun une terre fort tendre, & autant qu'on peut en juger, de la nature de la craye. Il allégue même (*d*) une Expérience curieuse, concer-

(*a*) Voy. *Specim. Becher.* Part. II. *Experim.* 107. *pag.* 269.

(*b*) Dans son *Traité des Sels*, p. 121. (*c*) *Ibid.* p. 58. Conf. p. 110. (*d*) *Ibid.* p. 129.

cernant un tuyau d'argille, qui, après avoir été employé pour la distillation de l'Esprit de vitriol, s'étoit détruit par l'air, & produisit en le lessivant un véritable Alun. Il revient encore à la craye (e), & assure qu'il nait un vrai Alun de la craye & de l'esprit de vitriol. M. *Neumann*, Chymiste qui n'a pas moins de réputation, a suivi la même opinion dans ses Ecrits (f).

III. M. *Pott*, dans sa *Lithogéognosie* (g), dit qu'on a cru jusqu'à présent, que la terre d'Alun étoit une terre calcaire, de craye, ou d'ardoise, dissoute dans l'Acide du vitriol; mais qu'on n'a pû encore venir à bout de produire aucun alun par le moyen de de ces terres & de cet acide: en quoi il a parfaitement raison, puisque toutes les terres de chaux, ou de craye, jointes à l'acide du vitriol, ne donnent point d'alun, mais qu'il en résulte un Selenite. Le même Chymiste rapporte (h) une Expérience importante, dans laquelle ayant fait une abstraction de l'Huile de Vitriol sur l'argille, ensuite filtré dans l'eau, & crystallisé le résidu, il avoit obtenu des crystaux, qui étoient un Alun formel, & qui avoient donné un précipité blanc avec une lessive alcaline.

IV. Ces diverses opinions des Auteurs ont excité en moi le desir de faire aussi quelques Expériences sur le même sujet, pour arriver à une entiere certitude à cet égard, en remarquant attentivement toutes les circonstances dont mes opérations seroient accompagnées. Il me vint dans l'esprit d'opérer d'abord la régénération de l'Alun de sa propre terre, qui en auroit été auparavant séparée. Pour y réüssir je pris quelques livres d'Alun, que je fis dissoudre dans une quantité convenable d'eau nette distillée bouïllante, je filtrai la liqueur, & je précipitai cette solution d'alun claire, avec une lessive alcaline; ensui-

(e) *Traité des Sels*, p. 305.

(f) Voy. Tom. I. 3e Part. p. 146. Conf. *Chym. Junckeri*, Part. II. p. 273. de l'Edition Latine.

(g) pag. 31. Voyez aussi p. 9. de la premiere Continuation du même Traité.

(h) *Ibid.* p. 31.

fuite j'édulcorai le précipité le mieux qu'il fut possible par le moyen de de l'eau chaude, & le fis sécher. Mais comme ce n'est pas là l'unique moyen de séparer la terre d'Alun, j'en fis aussi fortement calciner une partie, j'édulcorai bien cette calcination avec de l'eau, & la fis pareillement sécher.

V. Je pris de la terre susdite d'Alun, fort legère & meuble, que j'avois obtenuë par la précipitation, j'en fis dissoudre une once dans quatre onces d'acide de Vitriol délayé, (qui avoit été préparé d'une partie d'acide de Vitriol concentré, autrement dit huile de Vitriol, & de trois parties d'eau qu'on y avoit mêlées, mêlange auquel dans le reste de ce Mémoire je donnerai le nom d'Esprit de Vitriol ;) je jettai à diverses reprises de ma terre d'Alun dans cet Esprit. Au commencement il n'y avoit qu'une legère effervescence de la terre d'Alun avec l'acide, & à peine étoit elle sensible; mais plus l'acide devint voisin de la saturation, & plus l'effervescence devint forte avec une chaleur considérable. Cependant l'acide n'étoit pas encore entierement saoulé, & je pus y jetter encore près d'une dragme & demie de terre d'Alun avant qu'il le fut. Là dessus j'y versai encore un peu d'eau distillée, pour le délayer; après quoi je filtrai ce mêlange, je le fis évaporer, & je cherchai à en procurer la crystallisation, qui réüssit. Mais elle ne me donna point des crystaux, durs, fermes, & ressemblans à l'Alun ordinaire; ils étoient au contraire petits, mous, d'une apparence toute autre que l'Alun, & ils ne voulurent point se dessécher exactement. Cela me fit résoudre à laisser ce mêlange, pour passer à une autre tentative.

VI. Je pris une quantité de cette terre d'Alun, je la fis calciner dans un creuset couvert, jusqu'au point de devenir d'une couleur ardente obscure. J'en pesai ensuite une once, & je la mêlai aussi-tôt avec la quantité susdite d'esprit de Vitriol. Il faut remarquer ici que cette terre calcinée n'entroit plus en effervescence avec l'acide vitriolique. Je mis ensuite mon mêlange dans du sable chaud, & le fis digérer jusqu'à la coction; mais il s'en falut bien que je trouvasse ma terre entièrement dis-

dissoute. Je jettai encore un peu d'eau dessus, je filtrai le mélange, je fis évaporer la filtration, & je tâchai de la faire crystalliser. Mais l'evénement fut le même que celui de l'opération précédente, j'eus précisément des Crystaux pareils, mous, & qui n'avoient pas la moindre ressemblanee avec l'Alun. Je repris alors le travail avec l'acide vitriolique concentré, autrement dit huile de Vitriol, en procédant comme auparavant, hormis qu'au lieu de quatre onces d'huile de Vitriol je n'en pris qu'une, pour la mêler avec une once de terre d'Alun. Mais la production des crystaux n'eut pas un meilleur succés cette fois-ci que les précedentes. Il en fut de même avec la terre que j'avois tirée de l'Alun calciné, & sur laquelle je procédai de la même maniere; il ne s'en forma que de petits crystaux mous. Je ne sçaurois pourtant passer ici sous silence, qu'après une forte calcination de cette terre d'Alun, qui avoit été précipitée de l'Alun par une lessive alcaline, j'en tirai ensuite, en la traitant avec l'Esprit de Vitriol sans addition, quelque chose qui avoit du rapport avec de l'Alun consistant. Je mis alors toutes les crystallisations de côté pour quelque temps, & je m'attachai à la terre argilleuse.

VII. Entre les différentes sortes de terres argilleuses, que je conserve pour diverses autres opérations, & qui sont le plus soigneussement épureés, je choisis celles qui me parurent les plus convenables pour le travail que j'entreprenois; sçavoir premièrement une belle argille de *Buntzlau* en Silesie; ensuite une argille blanche de *Ziegesar*; & quelques unes de celles qu'on trouve dans le territoire d'*Halberstadt*, à *Hottensleben*, *Hornhausen*, & *Sommersdorf*; enfin une couple d'autres, dont l'une étoit de *Spietkowitz* en Pologne, & l'autre de *Goltze* dans le Brandebourg. Toutes ces terres se trouverent propres pour mon dessein. Je réduisis d'abord en poudre deux onces de chaque sorte à part dans une retorte de verre proportionnée, & je versai dessus trois onces de bonne huile de Vitriol. Ayant appliqué le récipient, je mis le vaisseau dans une coupelle de sable, & fis distiller par dégrés toute l'humidité jusqu'à l'exsiccation, en sorte que vers la fin

le

le vaiſſeau étoit preſque ardent. Après que les vaiſſeaux furent réfroidis, je réduiſis en poudre très fine ce qui étoit reſté dans la retorte, je verſai deſſus de l'eau chaude diſtillée, j'en procurai la digeſtion, & en fis une filtration claire. Je verſai de nouveau ſur ce qui reſtoit de l'eau fraîche, & répétai les opérations précédentes. A' la fin je fis évaporer la ſolution claire qui avoit paſſé par le filtre, & je cherchai à en effectuer la cryſtalliſetion. Mais il arriva encore ici la même choſe qu'auparavant avec la terre d'Alun, c'eſt à dire que j'eus des cryſtaux, mais qui n'avoient, ni la figure, ni la conſiſtance, ni la ſéchereſſe néceſſaire pour reſſembler à de l'Alun. Je les gardai auſſi pour être employés à un travail ultérieur; & comme j'attribuai la cauſe du défaut de ſuccès des Expériences précédentes à quelque graiſſe, qui demeuroit encore attachée à l'argille, je mis en œuvre celle qui avoit été calcinée.

VIII. Je pulvériſai d'une des ſortes d'argilles épurées dont j'ai fait mention, dans un mortier de verre bien net, & j'en pris de crüe, parce que celle qui eſt cuite, ſe brûle trop au feu, & devient ſi dure qu'il eſt enſuite difficile de la pulvériſer; je remplis de cette argille pulvériſée un creuſet de Heſſe, que je couvris legèrement d'un autre, pour empêcher qu'il n'y tombât des charbons, je le mis devant le ſouffler entre des charbons ardens, & je donnai un feu véhément pendant l'eſpace d'un quart d'heure. Apres le réfroidiſſement des vaiſſeaux, je pulveriſai mon argille ainſi calcinée encore plus fine; j'en mêlai enſuite une once avec une once & demie d'huile de Vitriol dans une retorte, & je vis réſulter de ce mêlange préciſément les mêmes effets qui ont été indiqués dans le §. précédent. Je ne parvins point encore par cette voye à des cryſtaux ſolides; ceux que ce travail me procura par le moyen de l'acide de Vitriol délayé, reſſemblerent à tous égards aux cryſtaux des autres opérations. Cependant je dois remarquer ici, que lorsque l'argille a été calcinée avec beaucoup de force, & plus longtems que ci-deſſus, elle donne avec l'acide de Vitriol des cryſtaux affectifs, qui ne reſſemblent pas mal à l'Alun; mais

ils

ils ne font pourtant pas aussi beaux qu'ils le deviennent par l'addition d'une lessive alcaline, suivant le procédé dont je vais rendre compte.

IX. J'avois fort bien remarqué qu'il manquoit encore quelque chose pour l'entiere perfection d'un Alun ordinaire. Je recourus donc aux moyens accoutumés, & d'un usage indispensable dans les préparations ordinaires d'Alun ; c'est d'employer des additions, qui consistoient auparavant dans de l'urine en putréfaction, à laquelle on a substitué aujourdhui une lessive d'alcali fixe, qu'on pourroit aussi changer, comme l'Expérience m'en a instruit, en une solution de quelque alcali volatil, ou dans ce qu'on appelle un Esprit urineux. Je fis donc fondre mes Crystaux imparfaits d'alun, dont j'ai parlé dans les §. §. VI. VII. & VIII. & cela chaque sorte séparément, & dans des verres à part, avec une quantité convenable d'eau nette bien chaude; & ensuite je versai aussi à part sur chaque solution, d'une lessive d'alcali fixe, peu à peu, & aussi longtems jusqu'à ce que je remarquai, qu'il se précipitoit au fonds quelques corps crystallins d'une certaine pesanteur, sur quoi je continuai à verser de la lessive alcaline goutte à goutte, jusqu'à ce qu'il se manifestât quelque chose de plus leger, comme un précipité en poudre, qui pourtant rentra d'abord en solution. Alors il faut s'arrêter, & cesser de verser de la liqueur alcaline, sans quoi on ne parviendroit pas à la génération de l'Alun. Je laissai reposer ce mêlange pendant une nuit, après laquelle je trouvai au fonds une menuë possière crystalline, dont je fis écouler la liqueur claire qui étoit au dessus ; je fis ensuite fondre la poussiere susdite dans une quantité d'eau bouïllante, j'en fis la filtration, & je la mis à crystalliser : ce qui me réüssit parfaitement, ayant trouvé dans tous mes verres un Alun tout à fait beau, net, en forme crystalline, véritable, & ayant toutes les propriétés de l'Alun naturel. Cela fait bien voir la nécessité de l'addition d'un alcali dans ce travail. Car bien que, comme il a été dit ci-dessus, on puisse obtenir des crystaux d'une certaine solidité, ou d'une certaine grandeur, en se servant d'une argille qui ait été fortement calcinée, ou en faisant l'abstraction de l'acide du

Vitriol par des opérations d'un feu véhément ; ces cryſtaux, qui moyennant de ſemblables circonſtances peuvent avoir les propriétés susdites, n'arrivent pourtant jamais à une reſſemblance extérieure parfaite avec le véritable Alun. Je ne voudrois pourtant nier que la choſe fut abſolument impoſſible, à la faveur de quelques circonſtances ultérieures.

X. J'avois obſervé dans toutes les Expériences faites ſur l'argille, qu'une bonne partie de cette terre demeuroit non diſſoute, (& c'eſt une obſervation qui a auſſi été faite par Mr. *Pott.*) Je voulus ſavoir, combien d'argille avoit été détruite par l'acide du Vitriol, & y étoit entrée en ſolution. Je pris donc une once d'argille blanche épurée, que je mêlai avec une once & demie d'huile de Vitriol, j'en fis l'abſtraction dans une retorte de la maniere ſusdite, je pulvériſai ce qui étoit reſté dans la retorte, je paſſai à l'extraction par le moyen d'une grande quantité d'eau, j'édulcorai le mieux qu'il me fut poſſible ce qui étoit reſté dans le filtre, & l'ayant fait ſécher, j'y trouvai le poids de cinq dragmes & deux ſcrupules. Ainſi il s'etoit perdu dans ce travail deux dragmes & un ſcrupule d'argille, qui avoient par conſéquent paſſé dans l'huile de Vitriol, avec laquelle elles s'étoient changées en Alun. Sur ce qui étoit reſté d'argille deſſéchée je verſai encore une fois la quantité ſusdite d'huile de Vitriol, & je réitérai le même procédé. Mais je ne pus point remarquer que l'acide vitriolique eut attaqué davantage d'argille, puisque la liqueur que j'en fis écouler, & qui fut enſuite filtrée, n'éprouva aucune précipitation avec la ſolution d'un alcali fixe ; & que d'un autre côté le reſte de l'argille bien édulcoré n'avoit ſouffert dans ſon poids que le déchet de quelques grains, qui ne ſçauroient être mis en ligne de compte, parce que dans le travail ils peuvent aiſément ſe fondre.

XI. Il paroit donc être certain, d'une maniere à n'en pouvoir plus douter, que l'argille contient ſeulement en ſoi l'eſpece de terre, qui eſt néceſſaire pour la génération de l'Alun, & qu'ainſi toute ſa ſubſtance ne ſçauroit paſſer dans l'acide du Vitriol. Cette terre que l'acide

de en queſtion tire de l'argille, n'eſt point non plus une terre crétacée, ou calcaire, comme j'en fournirai des preuves dans le détail des Expériences ſéparées ſur la terre d'Alun, dont je ſuis préſentement occupé.

XII. Il s'agiroit à préſent de répondre à la queſtion; Pourquoi l'addition d'un ſel alcali fixe eſt ſi néceſſaire pour l'entiere perfection de l'Alun? & quel eſt l'effet que l'alcali produit dans cette occaſion? Car il n'eſt pas croyable que l'alcali entre auſſi dans le mêlange de l'Alun, ſurtout, lorſqu'on le diſſout encore une fois dans l'eau, & qu'on le met une ſeconde fois en cryſtalliſation. Je ſuis dans l'idée que cet alcali ſert en partie à détruire une certaine quantité d'une graiſſe tendre, qui tient encore à cette leſſive d'Alun, en partie, & principalement, à ſaouler l'acide qui exiſte en trop grande quantité dans la leſſive en queſtion; en ſorte que cet Alun, comme un véritable ſel moyen, n'a, ni trop, ni trop peu, d'acide, ce qui le rend plus propre à ſe coaguler aiſément, & à former des cryſtaux. C'eſt ce qu'on obſerve d'une façon particuliere à l'égard du Mercure ſublimé corroſif, qui eſt un ſel moyen métallique, & dans lequel il peut encore entrer une grande quantité de Mercure, avant qu'il ſoit pleinement ſaoulé.

XIII. Je jugeai encore à propos de faire quelques eſſais ſur diverſes autres ſortes de terres, pour voir ſi, avec le ſecours d'un acide vitriolique, j'en pourrois auſſi tirer de l'Alun. Je fis d'abord choix pour cet effet de deux eſpeces d'ardoiſes. La premiere eſt celle dont on ſe ſert ordinairement pour couvrir les toits. J'en pulvériſai bien une once, que je mêlai avec trois onces d'eſprit de Vitriol; je fis digérer ce mêlange, & ſuivis le fil des opérations indiquées dans les §§. V. VI. & VII. & j'obtins les mêmes cryſtaux, qui ſont propres à produire un bon Alun par l'addition d'une leſſive alcaline. Je tirai encore un ſemblable Alun de la même maniere, d'une autre ſorte d'ardoiſe, qui ſe trouve parmi les charbons de terre près d'*Ihlefeld*; & ſur laquelle on voit l'empreinte végétale de la fleur nommée *Aſter præcox Pyrenaicus*, dont Mr. *Lehmann* a entretenu l'Académie dans un Mémoire intéreſſant qu'il a lû depuis peu. Seulement il faut remarquer

que

que ces deux especes d'Alun ont aussi quelque chose de ferrugineux, à cause des parties martiales que contiennent ordinairement les ardoises. C'est encore de la même maniere que j'ai tiré d'une terre brune de Silésie, qui a cette proprieté singuliere qu'en la jettant dans l'eau elle y éclate avec bruit, & à laquelle on donne communément le nom de Terre de *Striegau*, j'en ai, dis-je, tiré pareillement un véritable Alun.

XIV. J'essayai encore de la maniere susdite, de tirer de l'Alun, par l'acide de Vitriol tant concentré que délayé, d'un Bolus blanc, aussi bien que de la craye d'Espagne. Mais mes tentatives n'on point eu de succès, l'acide que j'avois employé n'ayant précipité, après la filtration, rien de remarquable de l'une ni de l'autre, en y versant une lessive alcaline, de sorte qu'il n'y a aucune preuve qu'il ait dissous quoi que ce soit des Terres en question.

XV. Enfin j'ai fait encore quelques essais plus conformes à la nature pour parvenir à l'*Aluminification;* mais la briéveté du tems ne m'a pas permis jusqu'ici de les conduire à leur entiere perfection. Il s'agit des opérations suivantes. Ayant remarqué qu'il se trouvoit souvent dans les couches d'argille, des marcassites, ou pyrites, en abondance, & de toutes sortes de figures, en particulier de ceux qui se dissolvent aisément à l'air, & donnent ensuite du Vitriol, aussi bien que de l'Alun, après qu'on les a lessivés, & traités d'une maniere convenable; je fis le mélange d'une quantité de pyrite réduit en poussière avec partie égale d'argille, j'humectai la masse avec de l'eau, j'en fis sécher une partie, & la calcinai foiblement, ne laissant parvenir ce mixte qu'à un degré modéré d'ardeur. Je pulvérisai de nouveau la matiere calcinée, je la lessivai; & je fis l'essai, avec une lessive alcaline; mais je ne trouvai aucun précipité remarquable: c'est pourquoi je remis l'autre moitié à l'air par la laisser végéter, (*auswittern,*) car il faut que j'attende ce qu'elle deviendra.

XVI. J'ai aussi mêlé de l'argille, tant calcinée que non calcinée, avec parties égales de souffre pulvérisé, & j'ai procédé de la même

maniere. Mais je n'ai pas pû remarquer davantage, que l'acide du ſouffre ait attaqué l'argille. J'ai encore fait un mélange de limaille de fer, d'argille ; & de ſouffre pulvériſé, parties égales, je l'ai humecté d'eau, & l'ai ſoumis à l'opération rapportée au §. VIII. Mais jusqu'à préſent cela ne m'a rien du tout produit, & je ſuis obligé d'attendre l'iſſuë de l'efflorefcence. J'ai pareillement pris parties égales de vitriol, de cuivre, & d'argille, je les ai mêlées, les ai pouſſées jusqu'à l'ardeur, enſuite leſſivées, & enfin j'ai tenté la production de l'Alun par cette voye, auſſi bien que par celle du Spath fuſible, & de l'argille, ou du ſel admirable & de l'argille, toujours traités pareillement ; mais tout cela ne m'a jamais donné d'Alun. J'ai encore fait des mêlanges des Corps ſusdits, que j'ai cuits avec de l'eau, filtrés, & diſpoſés de même à la génération de l'Alun, pour voir ſi l'acide vitriolique qui exiſte en eux, attaqueroit la terre d'Alun dans l'argille ; mais mes peines ont été perduës. J'eſpère pourtant d'être en état d'en dire davantage ſur le même ſujet dans quelque autre occaſion.

EXPE-

EXPERIENCES
FAITES SUR LA TERRE D'ALUN,
PAR M. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

I.

On a vû dans le Mémoire précedent, que la terre d'Alun est une terre particuliere, séparée de la terre argilleuse par l'acide du Vitriol; & j'en ai fourni des preuves convainquantes dans les §§. VII, VIII. IX. & XII. de ce Mémoire. Mais comme j'y ai en même tems promis, §. X. un examen à part de la terre d'Alun, je vais à présent dégager ma parole, & rapporter ici les Expériences que j'ai faites sur la terre susdite.

II. Avant que d'entrer dans le détail de ces Expériences, je crois devoir rappeller ce que j'ai déjà dit au §. IV. du prémier Mémoire, où j'ai indiqué deux manieres différentes de séparer la terre de l'Alun, afin de remarquer que toutes les Expériences qui vont faire le sujet du présent Mémoire, ont été faites uniquement & absolument sur la sorte de terre d'Alun, qui est produite par voye de précipitation au moyen d'un Alcali fixe, & dont j'ai enseigné la préparation dans l'endroit cité. Mais j'ajoute, qu'il faut être soigneux d'y observer cette précaution nécessaire, c'est d'édulcorer bien exactement & longtems cette terre précipitée de l'Alun par un sel alcali fixe, avec une grande quantité d'eau chaude distillée, & de la faire ensuite parfaitement sécher. Ainsi, quoiqu'il y ait encore plusieurs méthodes de séparer la terre de l'Alun, outre celle que j'ai rapportée dans cet endroit, j'ai néanmoins choisi & constamment mis en œuvre celle qui est produi-

 te

te de la maniere susdite par la précipitation due à un alcali fixe, l'ayant trouvée une des plus convenables à mes Expériences.

III. Je viens à présent, sans m'arrêter davantage, au fonds même de mon sujet, & je déclare positivement, que la terre d'Alun est à la vérité une terre soluble dans les acides, & par conséquent qu'elle est douée de quelques unes des propriétés des terres, qu'on nomme alcalines & calcaires, mais que malgré cela elle n'est point réellement une terre calcaire; ce que prouveront suffisamment les Expériences suivantes que j'ai faites sur la terre d'Alun. Notre terre est une terre alcaline, parce qu'elle se dissout aisément dans les acides, & particulièrement dans ceux qu'on nomme minéraux. J'ai déjà rapporté sa solution dans l'acide minéral le plus fort, sçavoir l'acide vitriolique, aux §§. I. V. & VI. du Mémoire précédent, & j'ai montré comment de son mêlange avec cet acide il résulte toujours un Alun. J'ai aussi eu occasion de faire voir ailleurs (a), d'une maniere étenduë & distincte, que le mêlange de la terre calcaire avec le même acide vitriolique, ne manquoit jamais de produire un Sélénite, qui, suivant l'opinion de divers Auteurs, doit être compté parmi les especes de pierres, ou de terres gypseuses, mais qui est réellement un sel moyen terrestre, à la vérité d'un genre particulier. Cependant ce sel différe de l'Alun, tant en ce qu'il est peu soluble dans l'eau, que par d'autres propriétés, sur lesquelles ce n'est pas ici le lieu d'insister, mais dont je trouverai peut-être une autre occasion de parler plus au long.

IV. Je passe donc aux diverses rélations de la terre précipitée de l'Alun par un alcali fixe, (§. II.) & premiérement à celles qu'elle a avec l'acide nitreux. Voici ce que j'ai remarqué là dessus. Deux onces d'un acide nitreux net, & passablement fort, dissolvent commodément, & dans les commencemens sans effervescence, une demi-once de la terre susdite d'Alun, auparavant pulvérisée, & qu'on jette peu à peu dans l'esprit de nitre, en se servant d'un verre net & proportionné. A la fin cette terre entre dans une effervescence assez forte,

(a) Mém. de l'Acad. T. VI. p. 156. & 158.

forte, tout comme elle le fait avec l'acide de Vitriol. Ayant ensuite jetté encore une dragme de ma terre d'Alun dans ce mêlange, il y en eut aussi quelque chose qui fut dissous avec une sorte d'effervescence, mais pas tout. J'obtins donc par ce moyen une solution parfaitement saoulée de terre d'Alun dans l'acide du nitre. Je cherchai après cela à filtrer cette solution; mais sa consistance trop épaisse ne lui permit pas de passer par le filtre. Je fus donc obligé de la délayer avec de l'eau distillée; après quoi elle passa à travers le papier brouillard, & je procurai de la sorte une solution claire, qui avoit toutes les apparences d'une solution de craye, ou de terre calcaire, faite dans l'acide du nitre, mais dont les propriétés étoient toutes différentes. Je voulois crystalliser ma solution par l'évaporation, & en la mettant au froid; mais elle avoit de la peine à se former en crystaux. Elle prit pourtant à la chaleur d'un air doux la forme de longs crystaux rayés, mais qui se fondirent d'abord à un air plus frais. Je fis doucement évaporer la solution pour la dessécher, & je mis le sel qui en provint dans un lieu humide, où il se fondit en liqueur, comme cela arrive aux terres calcaires, lorsqu'elles ont été dissoutes dans un acide nitreux, & ensuite desséchées. Ce fut alors que je remarquai les propriétés suivantes dans cette solution.

V. Ma solution de terre d'Alun dans l'acide du nitre filtrée, évaporée, & fonduë, ne fut point précipitée en Selenite par l'affusion d'un acide vitriolique, tant délayé que concentré: ce qui arrive pourtant toutes les fois qu'on ajoute un semblable acide à une solution de terre calcaire faite dans l'acide du nitre; mais le précipité qui en fut produit, rentra très aisément en solution dans l'eau chaude, & donna ensuite un Alun réel par l'addition d'un alcali fixe dissous dans l'eau, dont on a fait mention §. IX. du Mémoire précédent. De plus une portion de cette solution de terre d'Alun dans l'acide du nitre séchée, & ensuite fonduë à l'air, ayant été mise dans une retorte de verre, & après que le récipient y eut été adapté, distillée dans une coupelle de sable par degrés, & en donnant à la fin un feu ardent, il

en est résulté les circonstances suivantes. Après que l'humidité aqueuse eut débordé, l'acide du nitre se détacha, & laissa la terre d'Alun au fonds, qui fut ensuite exposée à un feu encore plus fort sur une coupelle d'agille, sous la mouffle, dans le fourneau d'épreuve; sans donner pourtant en aucune maniere le Phosphore qu'on nomme de *Balduin*, comme ont coûtume de faire les terres calcaires, & les crayes, avec cet acide du nitre. La terre d'Alun demeura simplement dégagée de son acide, en forme d'Alun brûlé.

VI. Je procédai de la maniere que je viens d'exposer §. IV. & VI. en joignant à la terre d'Alun un très bon acide de sel commun. Deux onces de cet acide, qui n'étoit pas des plus concentrés, mais qui avoit pourtant une force assez considérable, ayant été mêlées avec un peu d'eau, en y ajoûtant de l'esprit de sel poussé par l'huile de Vitriol, procura précisément la solution de la même quantité de terre d'Alun, qui avoit été effectuée par l'acide nitreux sus-mentionné, & à peu près avee les mêmes ciroonstances qui ont été rapportées. Je délayai ce mêlange avec de l'eau, je le filtrai, & le fis évaporer, après quoi je travaillai à sa crystallisation. Il y témoignoit peu de disposition; cependant à une chaleur douce il se mit à la fin en crystaux, mais qui se fondirent de nouveau à l'air. Quand on fait évaporer cette solution pour la dessécher, elle se fond pareillement à l'air, ce que fait à la vérité aussi la solution desséchée d'une Terre calcaire dans l'acide du sel, comme on peut le voit dans le sel ammoniac fixe. Il y a néanmoins cette différence, c'est que la susdite solution de terre d'Alun par l'addition d'un acide vitriolique se précipite bien, comme la solution précédente faite avec l'acide du nitre, mais qu'il ne s'en forme point de Selenite; car le précipité qui en est tombé, se dissout bientôt de nouveau dans l'eau chaude, & ensuite on peut le rétablir en un véritable Alun, surtout par l'addition convenable d'un alcali fixe. J'ai aussi mis une portion de cette solution de la terre d'Alun dans l'acide du sel dans une retorte de verre; &, après y avoir adapté le récipient, je l'ai mise à distiller par degrés jusqu'au feu le plus ardent: & il s'est ma-

manifesta précisément les mêmes circonstances qui ont été rapportées au §. V. de la solution de cette terre d'Alun dans l'acide du nitre, sçavoir, qu'elle se détacha de son acide du sel; ce qui étoit resté dans la retorte, ne se fondit point à un feu plus véhément, comme cela arrive à un sel ammoniac fixe, mais la terre d'Alun demeura, après avoir perdu l'acide du sel par la force du feu, & elle étoit pure, comme ce qu'on appelle de l'Alun brûlé: ce qui n'auroit pas lieu, si cette terre d'Alun étoit une terre calcaire, celle-ci, lorsquelle a été combinée avec l'acide du sel commun, ne s'en laissant plus séparer, même par le plus violent degré de feu.

VII. Voici les rélations de la terre d'Alun avec les acides végétables. Un vinaigre distillé très fort, & concentré par le froid, dissout pareillement notre terre d'Alun, calcinée, ou non calcinée, sans effervescence. Et après que cette solution a été parfaitement saoulée avec la terre d'Alun, filtrée, évaporée, & disposée à la crystallisation, elle ne forme pourtant point de crystaux, comme ne manque jamais de le faire au contraire une solution de Terre calcaire avec l'acide distillé. Après avoir fait doucement sécher tout à fait cette solution, j'en ai tiré un sel blanchâtre, mais qui n'avoit rien de crystallin, lequel, par la distillation dans une retorte de verre, à laquelle le récipient étoit adapté, laissa aller l'acide du vinaigre, comme un vinaigre concentré, qui avoit à la vérité quelque odeur empyreumatique, (& cela ne sçauroit être autrement,) mais qui entroit dans une fermentation bruyante avec un sel alcali, tant fixe que volatil. La terre d'Alun demeura dans la retorte; & d'abord, à cause du phlogiston du vinaigre, elle étoit d'un brun tirant sur le jaune, mais, en continuant à la calciner à un feu découvert, elle parvint à une assez grande blancheur.

VIII. L'acide du Tartre, ou ce qne l'on nomme les Crystaux de Tartre, dissolvent pareillement notre terre d'Alun. Mais comme ces crystaux de Tartre, ainsi qu'il est connu, ont beaucoup de peine à se dissoudre dans l'eau, j'en ai pulvérisé doucement une

 quan-

quantité, que j'ai fait fondre dans autant d'eau distillée qu'il en falloit pour cette solution. J'y ai ensuite mis à diverses reprises de ma terre d'Alun réduite en poudre, jusqu'à une saturation si parfaite, qu'une portion considérable de cette terre d'Alun ne fut point dissoute. Or, ce qu'il y a de remarquable ici, c'est que cette solution & saturation de la terre d'Alun avec la solution des crystaux de Tartre, se fait pareillement sans aucune effervescence sensible. Après cela j'ai délayé ce mélange avec beaucoup d'eau chaude distillée, je l'ai fait filtrer, évaporer d'une maniere convenable, & disposé ensuite à la crystallisation; mais de cette maniere je n'ai pû en tirer aucuns crystaux: au contraire, après que le dessèchement eut été tout à fait achevé de la façon la plus douce, cela donna contre toute attente une masse claire, qui ressembloit à de la gomme d'Arabie. C'est là certainement une chose digne d'être observée; car cela n'arrive autrement point avec une Terre crétacée, ou calcaire, qui, avec cet acide de Tartre, devient un sel moyen crystallin ordinaire.

IX. J'ai aussi fait des essais avec le sel d'oseille, en ayant fait dissoudre dans l'eau, l'ayant saoulé avec ma terre d'Alun, & ayant continué à procéder de la maniere que j'ai indiquée. J'obtins par cette voye un produit à peu près semblable au précédent, c'est à dire, à une gomme, seulement avec cette différence, qu'après avoir été desséché, il devenoit humide de nouveau, & avoit aussi plus de saveur, & cette saveur étoit d'un douceâtre astringent. Il en est de même du jus de Citron employé avec notre terre d'Alun. En suivant les mêmes opérations, il en résulta un produit à peu près semblable aux précédens, mais qui paroissoit un peu plus disposé à donner des crystaux secs. Néanmoins la plus grande partie de ce produit est une matiere pareillement ressemblante à de la gomme, excepté que le jus de Citron en rend la couleur un peu plus brune, & qu'il devient plus sec que celui qui est fait avec le sel d'oseille.

X. L'acide des Fourmis dissout pareillement de la maniere susdite notre terre d'Alun. Mais je ne tirai non plus de ce mélange, aucun

un sel moyen cryſtallin, (quoique cet acide en produiſe toujours avec la terre calcaire ;) au contraire après le deſſéchement il demeura une ſubſtance ſaline, qui attiroit encore un peu l'humidité de l'air. De même auſſi, le ſel d'Ambre, après avoir été diſſous dans l'eau, puis mêlé avec la terre d'Alun, & traité de la maniere ſusdite, procura la ſolution de quelque quantité de la terre d'Alun, mais pas conſidérable, comme le fit manifeſtement voir la précipitation de ce ſel avec l'huile de Tartre par défaillance. Ayant traité dans le même tems la craye, comme une terre calcaire, avec le même acide, j'obſervai que non ſeulement cet acide l'attaquoit mieux, & avec plus de force, mais encore qu'elle formoit avec lui un ſel moyen, & cela en forme de cryſtaux allongés, qui étoient d'une toute autre ſorte que ceux que la terre d'Alun forme avec cet acide, & qui, rélativement à ceux qui ſont produits par le ſel d'Ambre avec la terre d'Alun, avoient encore beaucoup d'acidité, & ſe volatiliſoient par la force du feu. Ces cryſtaux, préparés avec la terre calcaire, laiſſerent après la calcination une quantité conſidérable de terre blanche.

XI. Il s'agiſſoit à préſent de travailler encore notre terre d'Alun avec d'autres ſels, & de faire attention aux divers changemens qui en réſulteroient. Le premier que je mis en œuvre, ce fut le Salmiac. J'en mêlai une partie pulvériſée avec deux parties de notre terre d'Alun, j'en remplis une retorte de verre, j'y appliquai un récipient, je lutai bien le tout, & le fis diſtiller par degrés, en donnant à la fin un feu des plus ardens, dans l'eſpérance d'en tirer quelque eſprit urineux. Mais, après le réfroidiſſement des vaiſſeaux, je trouvai dans ma retorte, à la place de l'eſprit urineux auquel je m'étois attendu, un acide manifeſte, ſçavoir, l'acide du ſel ſéparé du Salmiac cru. Je leſſivai ce qui étoit reſté dans la retorte, je le filtrai, & je voulus le précipiter avec une ſolution de ſel alcali fixe ; mais je ne pus effectuer aucune précipitation, ma liqueur étant demeurée nette & claire ; preuve, que l'acide du Salmiac n'avoit rien diſſous de la terre d'Alun, & par conſéquent qu'il ne s'étoit point détaché d'eſprit urineux. Il me vint

alors

alors dans l'esprit, qu'il vaudroit peut-être mieux commencer par calciner la terre d'Alun; c'est pourquoi je réitérai tous les procédés susmentionnés, en me servant de la terre d'Alun. Mais cela me donna la même chose, c'est à dire, un esprit de sel dans le récipient, un peu de salmiac dans le col de la retorte; & quant au reste, je n'en pûs rien lessiver, qui voulut se précipiter avec la solution de sel alcali fixe. Cela mérite de nouveau d'être bien remarqué, puisqu'on y trouve une preuve manifeste, que la terre d'Alun, n'est point proprement une terre calcaire.

XII. Je mêlai encore une partie de notre terre d'Alun avec autant de salpètre purifié, & pulvérisé, & je travaillai ce mêlange dans une retorte de verre, précisément de la maniere que j'avois employée avec le salmiac. J'obtins par cette voye un esprit de salpètre ordinaire, qui, comme cela arrive toujours, s'eleva en vapeurs rouges, & se montra semblable à tous égards à un véritable & pur acide de nitre. Je procédai de même avec parties égales de terre d'Alun & de sel commun, & j'obtins par ce moyen un vrai acide de sel, qui précipita l'argent & le plomb de leur solution faite avec l'acide du nitre, en Lune cornuë & en Saturne cornu, qui, avec la solution de sel alcali fixe, devint un sel commun regénéré, & dans lequel se trouvoient toutes les autres propriétés d'un acide de sel. Je tirai de la retorte ce qui y étoit resté de l'une & de l'autre de ces préparations, & ayant mis séparément chacun de ces résidus dans l'eau chaude, je les filtrai, les fis évaporer, & les disposai à la crystallisation; après quoi je tirai du mêlange de nitre avec la terre d'Alun encore une bonne quantité de salpètre net, & du mêlange de sel commun avec la terre d'Alun une bonne portion de sel commun.

XIII. J'ai employé de plus deux parties de sel alcali fixe, tout à fait dépuré, avec une partie de terre d'Alun, & après les avoir bien mêlé ensemble, je les ai forcé dans un creuset couvert par un feu de fusion, sans que ces matieres ayent pourtant voulu se fondre parfaitement

ment enfemble ; mais elles demeurent encore assez tendres. Je les pulvérisai, & je m'imaginois que le sel alcali auroit été rendu fort caustique par ce moyen, mais je trouvai que cela n'étoit point arrivé. Cependant l'alcali avoit dissous une bonne quantité de la terre d'Alun ; ce que se montra manifestement, lorsque je lessivai ce mélange avec de l'eau, le filtrai, & le saoulai de l'acide du salpêtre ; car cela me donna quantité d'un précipité blanc, qui ne laissoit aucun sujet de doutes, que l'alcali n'eut dissous quelque chose de la terre d'Alun.

XIV. Je calcinai de plus une portion de notre terre d'Alun dans un creuset couvert avec un feu très fort, & je versai ensuite là-dessus de l'eau nette distillée ; mais je ne découvris aucune trace d'incalescence, comme cela arrive néanmoins ordinairement aux terres calcaires & crétacées, lorsqu'elles ont éte auparavant calcinées avec force. L'eau qui surnageoit sur ces matieres, ne précipita point les solutions d'argent, de plomb, & de Mercure ; nouvelle preuve que notre terre d'Alun n'est point une terre calcaire. Cette même terre mêlée avec du souffre pulvérisé, & après de l'eau versée dessus, mise à une forte digestion, de maniere qu'à la fin elle cuisoit, n'a point du tout dissous le souffre, comme ont coutume de le faire les terres calcaires calcinées à un feu véhément, & à tout autre égard on n'y peut rien découvrir qui ait de l'affinité avec une terre calcaire. Car un semblable mêlange de chaux vive, de souffre, & d'eau, après qu'il a été cuit, filtré, & qu'on y a versé un acide, donne toujours du souffre avec une odeur d'œufs pourris.

XV. Enfin, j'ai exactement mêlé une once de cette terre d'Alun, avec une demi-once de Cinnabre pulvérisé, & l'ayant mis dans une retorte de verre garnie, avec un récipient adapté, je l'ai forcée par degrés jusqu'à la plus forte incandescence, mais cela n'a point du tout revivifié le Mercure qui existe dans le Cinnabre, (ce qui arrive pourtant toujours avec une Terre calcaire, ou crétacée, tant cruë qu'auparavant calcinée.) Seulement il se détacha tant soit peu de

Mercure, ce qui eut lieu encore, en faisant une nouvelle sublimation du Cinnabre sans addition. Ainsi par cet endroit-là cette terre ne sçauroit non plus être mise au nombre des terres calcaires. J'ai fait la même expérience avec la terre d'Alun calcinée; & j'ai eu le même succès. Les résidus demeurés dans la retorte ne donnent pareillement, après leur mélange avec un acide par la digestion & la filtration, en y mêlant un acide de Vinaigre, ou quelque autre que ce soit, ni une odeur d'œufs pourris, ni un souffre précipité; ce qu'on observe ordinairement dans ce qui reste après la sublimation du Cinnabre avec la terre calcaire.

CONTINUATION DES TRAVAUX SUR LA TERRE D'ALUN.

PAR M. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

I.

J'ai exposé dans le Mémoire précédent les rapports de la terre d'Alun avec diverses especes de Sels ; je vais indiquer dans cette Continuation encore quelques essais que j'ai tentés sur le reste des Sels, aussi bien que ceux dans lesquels j'ai eu en vuë d'examiner le mélange & les rapports de cette terre avec d'autres terres & des chaux métalliques. Mais je crois devoir avertir avant toutes choses, que toutes les terres que j'ai employées pour en faire le mélange avec la terre d'Alun, avoient été exactement lavées ; que, lorsque je parle d'une addition de borax, j'entens toujours du borax calciné, & dégagé de son humidité superfluë ; enfin que j'ai mis en œuvre dans ces Expériences une terre d'Alun qui avoit été doucement rougie au feu.

II. Mon premier essai a eu pour objet le Tartre vitriolé, comme étant un sel moyen, composé de l'acide vitriolique, & d'un sel alcali fixe végétable. Je mêlai donc bien ma terre d'Alun parfaitement édulcorée, & un peu calcinée, avec le tartre vitriolé dans un mortier de verre net ; je mis ce mélange dans un creuset à fondre de *Hesse*, je le couvris avec un autre creuset qui s'y ajustoit exactement, je lutai les jointures avec une bonne argille, je posai le creuset dans un fourneau de fusion, où je pusse donner le feu le plus fort qu'il soit possible d'employer, & je donnai en effet ce feu pendant le cours de plusieurs heures. Après que le creuset eût été refroidi & brisé, je trouvai que

 le

ce mêlange n'étoit point du tout entré en fusion, mais qu'il s'étoit réduit en une poudre blanche, que je lessivai avec de l'eau nette distillée, passant ensuite à la filtration, l'évaporation & la crystallisation, par laquelle je retrouvai mon tartre vitriolé, qui n'avoit souffert aucune altération. La terre d'Alun qui demeura de ce travail, paroissoit également n'avoir reçu aucune atteinte. Je procédai de la même maniere avec le sel admirable de *Glauber*, qui est aussi un sel moyen, composé de l'alcali du sel commun, & de l'acide de Vitriol, & j'obtins pareillement, lorsque toute l'opération fut finie, un mêlange encore en poudre, qui ne s'étoit fondu en aucune maniere ; je le lessivai comme le précédent, & procédant ultérieurement comme ci-dessus, je trouvai tout de même le sel admirable de *Glauber*, & la terre d'Alun qui étoit demeurée, l'un & l'autre sans aucune altération.

III. Aprèc cela je mêlai aussi du borax calciné avec parties égales de notre terre d'Alun calcinée, j'observai les circonstances sus-mentionnées, & je conduisis le feu de fusion précisément comme je l'ai déjà rapporté. Ici, aprés que le creuset eut été réfroidi & brisé, je trouvai une masse qui n'avoit point souffert de fusion, mais dont les parties étoient étroitement unies, fort dure, blanchâtre, & tirant en quelque maniere sur le bleu. En reprenant le même travail avec deux parties de borax calciné, & une partie de terre d'Alun, j'obtins une masse sur laquelle la fusion avoit eu déjà plus de prise, d'un blanc de lait, & ressemblant au verre ; & quoiqu'en la frappant contre l'acier, elle ne rendit point d'étincelles, elle ne laissa pas de faire des crévasses dans un autre verre. A cette occasion j'ai aussi mêlé un sable blanc pulvérisé avec de la terre d'Alun, parties égales, & j'y ai ajouté quatre scrupules de borax ; ce qui, après la fusion susdite, m'a donné un verre transparent, quoiqu'un peu trouble, clair, jaunâtre, tirant sur la couleur d'hiacinthe, & d'une consistance solide.

IV. Je mêlai encore le Sel qu'on nomme sel fusible d'urine, spécialement celui qui contient l'Acide du Phosphore, & dont j'ai donné la description au Tome II. de nos Mémoires, après l'avoir auparavant

vant dégagé par la distillation de ce qu'il a d'urineux ; je le mêlai, dis-je, avec parties égales de terre d'Alun calcinée, & donnai à ce mêlange le feu violent de fusion, de la maniere indiquée dans les §§. précédens ; aprés quoi je trouvai que ce mêlange avoit produit un verre dénué de transparence, d'un blanc trouble, & tirant au verd. Ayant encore à la même occasion mêlé un autre sel, tiré pareillement de l'urine, dégagé de son humidité par la calcination, & plus propre à entrer en flux par l'action du feu, avec parties égales de terre d'alun, après avoir toujours procédé de la même maniere, j'eus après le réfroidissement une masse dont les parties étoient fortement liées ensemble, très solide, & dont la couleur tiroit au bleu ; elle ressembloit tout à fait à celle que j'ai indiquée dans le §. précédent, & qui venoit de la terre d'Alun jointe au borax calciné.

V. L'Arsenic pouvant être avec assez de raison mis au nombre des *Sels*, puisqu'il se fond dans l'eau, il convient aussi de rapporter ici les effets qu'il produit sur la terre d'Alun. Je mêlai une demi-once de bonne terre d'Alun bien desséchée à une forte chaleur, avec une dragme d'Arsenic net, blanc, & pulvérisé ; j'eus soin que le mêlange de ces matieres fut bien exact, & je le mis dans une retorte de verre garnie, en y adaptant le récipient, où je lui donnai un feu que je poussai à la fin jusqu'au plus *haut* degré d'*incandescence*, qu'un semblable vaisseau de verre puisse soutenir. Après le réfroidissement je trouvai quelques gouttes d'un liquide dans le récipient ; mais dans le cou de la retorte étoit l'Arsenic d'un beau clair, en sublimé blanc. Ce qui étoit resté dans la retorte, pesoit exactement trois dragmes, deux scrupules, & quatorze grains. De cette maniere la demi-once de terre d'alun avoit plutôt souffert quelque déchet, que reçu de l'accroissement. Je répérai l'Expérience encore une fois, pour voir s'il y auroit quelque différence, & pris en place de la terre d'Alun une demi-once d'une bonne craye, bien desséchée & pulvérisée, je la mêlai avec une dragme d'Arsenic blanc pulvérisé, & procédai ensuite en tout de la maniere susdite ; ensuite, après le réfroidissement des vais-

seaux

seaux, je ne trouvai aucun liquide dans le récipient; mon Arsenic sublimé ne paroissoit pas non plus blanc, mais il étoit noirâtre, & assez ressemblant à un régule d'Arsenic, qui est une marque d'un phlogiston fort subtil dans la craye. Ce qui demeura dans la retorte, pesoit une demi-once & six grains; par conséquent il avoit acquis quelque chose en poids, ce qui montre assez, que dans cette opération l'Arsenic a laissé quelque chose dans la craye; & la couleur grisâtre de celle-ci acheve d'en convaincre. Ces Expériences font donc voir, que la terre d'Alun ne sçauroit s'unir en aucune maniere avec les terres crétacées.

VI. Je continuai à prendre de ma terre d'Alun bien desséchée à la chaleur; j'en pésai, lorsqu'elle étoit encore chaude, une demi-once, je la posai sur un papier brouïllard, que je recouvris avec un autre papier semblable, de façon que l'air pouvoit passer à travers ces papiers, mais qu'il ne pouvoit d'ailleurs s'y introduire aucune matiere étrangère. Je posai ensuite le tout au grenier du Laboratoire, dans un endroit sec, & l'y laissai reposer pendant quelques jours. Au bout de ce tems-là je pésai de nouveau ma terre d'alun, & je trouvai que son poids étoit augmenté d'une dragme; ce qui donne lieu de croire, que cette terre est disposée à attirer l'humidité de l'air. Et qui sçait si, (ce qui me paroit tout à fait vraisemblable,) l'Acide vitriolique qui existe souvent en grande abondance dans l'air, ne s'insinuë point ici dans la terre d'Alun? C'est de la même maniere que nous voyons les sels alcalis fixes, quand ils sont exposés trop longtems à l'air, attirer l'acide vitriolique répandu dans l'air, & en conséquence donner par la solution, & par la crystallisation qui la suit, un Tartre vitriolé abondant. Et alors il seroit aisé d'expliquer la cause qui fait que l'acide nitreux se sépare du nitre, & l'acide du sel du sel commun; sur quoi l'on peut recourir au §. XII. du Mémoire précédent.

VII. De plus je calcinai une once de notre terre d'Alun cruë, qui avoit été fort exactement desséchée, dans un creuset à fondre proportionné, que je recouvris avec un autre creuset; & je donnai pendant

dant une heure & demie un feu extrèmement fort. Après le réfroidissement ma terre d'Alun avoit perdu environ la moitié de son poids; elle étoit devenue très blanche, mais sans s'être vitrifiée, au contraire elle étoit demeurée friable. De cette terre d'Alun ainsi calcinée je pris une demi-once, & l'ayant gardée de la même maniere que celle dont il est parlé dans le §. précédent, à l'air dans le grenier de mon Laboratoire, pendant vint quatre heures; je trouvai ensuite que dans ce court espace de tems son poids s'étoit accrû de quinze grains. La dessus je mêlai trois parties, tant de cette terre que de celle sur laquelle j'avois procédé de même auparavant avec une partie de suye brûlée, je distillai avec force ce mélange par une retorte, & de cette maniere j'obtins un peu de soufre ordinaire: ce qui me confirma puissamment dans l'opinion, que cette terre attire l'acide vitriolique de l'air.

VIII. Il étoit encore nécessaire de rechercher quelles sont les propriétés de notre terre d'Alun, lorsqu'étant mêlée à d'autres terres, on la soumet à l'action d'un feu violent. Car par elle-même la terre d'Alun n'est susceptible d'aucune fusion, même au feu le plus véhément. Je mêlai donc dans un mortier de verre net une partie de notre terre d'Alun, qui avoit été auparavant un peu calcinée, avec parties égales de sable de *Freyenwald*, net, rougi auparavant au feu, éteint dans l'eau, bien pilé ensuite dans un mortier de verre, lavé doucement avec de l'eau, & bien desséché. Ce sable peut toujours tenir lieu de cailloux nets, pilés bien déliés; je l'ai préparé de la même maniere, & l'ai employé ici pour tous les travaux en question. Ces matieres ayant donc été exactement mêlées, je procédai de la maniere qui a déja été rapportée ci dessus; c'est à dire, que j'en remplis un creuset, je le recouvris d'un autre, & après les avoirs lutés, je donnai le plus grand feu de fusion qu'il soit possible de produire, pendant plusieurs heures consécutives. Après que le creuset eut été réfroidi, je vis que le mélange n'étoit point entré en flux, mais qu'il étoit comme une poudre, sans qu'absolument il y eut aucune réunion de parties.

IX. Il

IX. Il en fut entièrement de même avec la craye. Car, lorsque j'eus mêlé de la terre d'alun avec parties égales de craye, & que j'eus traité ce mélange comme ci-dessus, les matieres ne coulerent point ensemble, mais j'obtins un mélange de poussière blanche. Je trouvai le même produit, en mêlant parties égales de (a) selenite, auparavant calciné, exactement lavé & dessêché, avec la terre d'Alun, j'y donnai le même degré de feu, & j'observai les mêmes circonstances. Pour abréger, la terre d'Alun n'entre en flux d'aucune de ces manieres, ni en y ajoûtant du sable, ni avec la craye, ou le selenite. Un mélange de la terre d'Alun calcinée susdite, de selenite, & du même sable dont nous avons parlé, à parties égales, traité de même au feu le plus violent, n'entre pareillement en aucun flux; les parties même ne se cuisent pas ensemble. Il en fut encore de même, quand je soumis à un traitement semblable un mélange de terre d'Alun, de selenite, & de craye, je n'obtins également qu'un produit tendre en poussière, dont il n'y avoit rien qui fut cuit ensemble, ou réüni de quelque autre maniere. Finalement, j'ai aussi pris parties égales de terre d'Alun, de craye, & de sable, & les ai traitées de même. Elles ne sont pas entrées à la vérité en flux, mais elles ont produit une masse fort blanche, & assez compacte, puisqu'elle donnoit du feu en la frappant contre l'acier. Cette différence doit sans doute être attribuée à l'addition du sable.

X. Je passai de ces matieres à la pierre de lard, ou stéatite. Je pris de cette pierre, qu'on nomme aussi craye d'Espagne de Bareuth, bien nette, fort soigneusement lavée, & exactement séchée, j'en mêlai avec autant de notre terre d'Alun, je me mis à travailler sur ces matieres comme ci-dessus, & j'obtins un mélange, qui, du moins eu égard aux précédens, s'étoit cuit & réüni d'une maniere assez solide. Ayant ensuite mêlé notre terre d'Alun avec la même pierre, & du sable, parties égales, & en les traitant de même, j'en tirai un produit encore à peu près semblable; seulement il étoit un peu plus tendre.

Mais

(a) En Allemand *Frauen-Glas*.

Mais, quand je fis un mélange de parties égales de terre d'Alun, de selenite, de sable, de stéatite, & de craye, & que je procédai de la même maniere, cela me donna une masse qui étoit entrée en flux, d'un verd jaunâtre, solide, n'ayant pourtant point de transparence, & rendant du feu contre l'acier. Au contraire un mélange de terre d'Alun, de selenite, & de stéatite, parties égales, travaillé de la même maniere, donna un produit fort ressemblant à l'écume, mais qui ne laissoit d'être entré assez bien en flux, & de faire une masse solide. Le mélange de la terre d'Alun avec le selenite, le stéatite, & le sable, à parties égales, & traité comme ci-dessus, a donné un produit, qui avoit coulé en un flux égal, un peu soufflé, solide, & jettant du feu contre l'acier. Mais, lorsque j'eus ajouté au mélange susdit, de selenite, de sable, & de terre d'Alun calcinée, une cinquième partie de borax calciné, j'obtins un beau produit, de couleur de topaze, clair, transparent, dur, & étincelant contre l'acier.

XI. Après cela je fis aussi des essais sur la terre d'Alun qui étoit restée du travail avec l'Arsenic dans la retorte, rapporté au §. V. J'en mêlai avec parties égalés de stéatite, de selenite, & de sable pilé bien fin, à quoi j'ajoûtai la quantité susdite de borax calciné; & par le moyen d'un feu violent j'obtins un joli mélange, assez transparent, solide, & semblable au Chrysolithe. Je travaillai encore de la même maniere un mélange de cette terre d'Alun imprégnée d'Arsenic, avec autant de terre crétacée, qui avoit aussi été traitée avec l'Arsenic, suivant la méthode du §. V. à quoi je joignis parties égales de stéatite, de selenite, & de sable; & le tout ayant été bien mêlé ensemble, j'y ajoutai la quantité susdite de borax, & observai les mêmes circonstances dans tout le travail, au bout duquel le mélange n'étoit pas entré dans un flux clair, mais les matieres s'étoient attachées inégalement au creuset, d'une maniere raboteuse, & avec l'apparence d'écume; ce que j'attribuai à l'Arsenic qui étoit demeuré dans la craye.

XII. Je fus aussi curieux de voir, jusqu'où notre terre d'alun se trouveroit propre à faire des vaisseaux de terre d'une bonne consistance-

ce. Je mêlai pour cet effet six parties d'une argille blanche, fine, & bien lavée, avec trois parties de notre terre d'Alun calcinée, & pilée fort menu; je joignis encore à ce mêlange de la craye, & du sable fin lavé, de chacun deux parties; j'humectai ensuite le tout: & en le mêlant dans un morier de verre, j'en fis une masse bien cohérente, de laquelle je formai après cela un petit vaisseau, que je laissai entierement sécher, puis je le mis dans un creuset à fondre, bien couvert & bien luté, que je plaçai dans le fourneau de fusion, auquel je donnai le feu le plus violent. Quand le creuset fut réfroidi, je trouvai que mon vaisseau étoit d'un beau blanc, mais sans transparence. Cependant je suis dans l'idée qu'un tel vaisseau, après avoir été convenablement vernissé, pourroit servir à cuire, & résisteroit trés bien au feu; peut-être même que dans certains cas il tiendroit lieu d'un bon creuset. De la même maniere encore, j'ai mêlé six parties d'argille blanche lavée, avec trois parties de terre d'Alun calcinée, j'y ai ajouté du sable pilé bien fin, & de la craye, de chacun trois parties; j'ai ultérieurement mêlé ces matieres avec une partie de stéatite, & autant de selenite; j'ai humecté ce mêlange avec de l'eau, j'en ai formé un vaisseau, je l'ai fait sécher, & l'ai exposé au feu de la même maniere: ce qui m'a donné une masse très solide, & qui faisoit plus de feu contre l'acier que la précédente, en sorte que selon les apparences elle rendroit encore de meilleurs usages qu'elle dans les cas susdits, après avoir été vernissée.

XIII. Je passe à présent aux mêlanges & aux rapports de la terre d'Alun avec le verre commun; où j'ai observé les phénomenes suivans. J'ai mis dans un creuset fermé une quantité de terre d'Alun pilée bien menu, avec des morceaux de verre verd, & les ayant exposé au feu de cémentation, suivant la méthode de M. *de Reaumur*, cela m'a donné une des especes de porcelaine dont ce grand homme parle au même endroit où il indique cette méthode; au moins mon produit étoit-il fort approchant de cette porcelaine, d'une grande solidité, mais ne donnant pourtant point de feu contre l'acier. Si l'on mêle des parties égales de sable fin parmi la terre d'Alun, ce verre travaillé de la mê-

même maniere donnera une porcelaine encore plus belle, & qui jettera du feu. En général, dans tous ces travaux, il ne faut pas que le feu soit trop fort; autrement le verre se fondroit parmi la poussière. Mais, quand on mêle ensemble de la terre d'Alun calcinée, & du verre réduit en poussière très fine, & lavé, parties égales, ce mêlange traité suivant la maniere susdite, au feu même de fusion le plus violent, ne veut point entrer en flux, mais il demeure cassant, en poussière, ou à peine un peu cuit ensemble. Si l'on mêle une partie de terre d'Alun calcinée avec deux parties du verre susdit, & qu'on travaille ces matieres, toujours suivant la méthode précédente, on aura une masse blanchâtre, ayant l'apparence d'écume, & rendant beaucoup de feu contre l'acier. Je procèdai aussi de même sur une partie de terre d'Alun calcinée avec trois parties de ce verre, & j'en obtins une masse d'un blanc jaunâtre, qui s'étoit mieux réünie, mais qui avoit pourtant encore des trous, d'ailleurs extrèmement solide, & donnant du feu. Au contraire une partie de cette terre calcinée d'Alun, avec quatre parties du verre susdit, traitées de la même maniere, donnerent une masse d'un verd jaunâtre, transparente, & rendant beaucoup de feu. Mais, lorsque j'opérai sur une partie de cette terre avec six parties de verre verd, j'obtins un produit, dont la dureté n'égaloit pas celle des précédens, mais qui avoit beaucoup de ressemblance avec le verre verd fondu.

XIV. Une chose qui ne méritoit pas moins d'etre examinée, c'étoit les rapports des chaux métalliques avec la terre d'Alun. Pour arriver à ce but, je commençai par prendre une partie de très bonne *Lune cornuë*, bien édulcorée, (par ce terme on entend de la chaux d'argent, précipitée de la solution de ce métal dans l'eau forte, par l'acide du sel commun,) avec deux parties de notre terre d'Alun calcinée, je mis ce mêlange dans un creuset, & je le traitai de la maniere qui a été souvent indiquée ci-dessus, en le tenant pendant plusieurs heures au feu de fusion le plus violent. Après le réfroidissement, je ne trouvai qu'un mêlange blanc, en poussière, dont les parties ne s'étoient point

 réünies

réünies ensemble, encore moins étoient-elles entrées en flux. Mais dans ce travail il ne s'est fait aucune réduction de l'argent, quoiqu'on eût eu lieu de croire cependant que la violence du feu devoit chasser l'acide du sel hors du métal. Les mêmes choses arriverent, lorsqu'ayant pris une partie de chaux d'argent séche, qui avoit été précipitée de la solution de ce métal dans l'eau forte au moyen de l'huile de tartre par défaillance, & bien édulcorée, avec deux parties de terre d'Alun calcinée, que je traitai de même au fourneau de fusion, je n'en tirai qu'un semblable mélange en poussière.

XV. Je mêlai ensuite ce qu'on nomme *Crocus Veneris*, qui avoit été fait par la calcination des crystaux de verd de gris, avec de la terre d'Alun calcinée, à parties égales, & je travaillai ce mêlange toujours de la maniere susdite, dans un creuset, après le réfroidissement duquel j'obtins un mêlange rougeâtre, dont les parties n'étoient qu'à demi réünies, mais qui n'avoit pourtant aucun éclat métallique. Mais, après que j'eus mêlé ce même *Crocus Veneris* avec la terre d'Alun calcinée, & le borax, de chacun trois parties, auxquelles je joignis une partie de craye, & que je les eus traitées de même, le tout s'étoit fondu à mon feu en une espece de mâchefer dur, & d'un rouge vif, qui rendoit quantité de feu en le frappant contre l'acier. Enfin, ayant aussi pris deux parties de ce *Crocus Veneris* avec du borax & de la terre d'Alun, de chacun une partie, & les ayant traités de même, ils avoient coulé en un verre noirâtre, avec des rayes rouges par ci par là, uni, solide, mais ne faisant point feu.

XVI. De plus, je pris du *Crocus Martis*, qui avoit été préparé à la maniere de *Kunckel*, par une calcination de cinq à six semaines à la flamme du feu, j'en mêlai, parties égales, avec la terre d'alun calcinée, & je procedai dans tout le reste, avec le feu de fusion le plus véhément, précisément de la maniere indiquée ci-dessus; ensuite dequoi je trouvai un mêlange d'un brun rougeâtre obscur, tirant sur le noir, passablement solide, & faisant feu. Le mêlange de deux parties de terre d'Alun calcinée avec une partie du susdit *Crocus Martis*, traité de

de la même maniere, fit un mélange tendre, d'un brun de Caffé, qui étoit fort peu lié ensemble; & pareillement le mélange d'une partie de terre d'Alun calcinée avec deux parties du même *Crocus Martis*, traité de même, livra un produit tendre, peu lié, & noirâtre. Au contraire, lorsque je mêlai parties égales de cette terre d'Alun calcinée, avec le même *Crocus Martis*, & le borax brûlé, & que je procédai de la même maniere, j'en obtins une masse noire, luisante, fort solide, qui étoit bien entrée en flux, & qui faisoit force feu. Le mélange de la terre d'Alun calcinée, avec le *Crocus Martis* susdit, le borax brûlé, & le sable, à parties égales, traité de la même maniere, donna pareillement une masse, mais plus nette, & qui étoit entrée dans un flux plus serré, d'un noir luisant, & rendant moins de feu. Mais, quand je mêlai la terre d'Alun calcinée, & le *Crocus Martis* susdit, de chacun trois parties, avec une partie & demie de sable, & une partie de craye, & que j'eus travaillé ces matieres de la façon susdite; j'obtins une masse, dont les parties s'étoient fortement réünies, & avoient conservé la figure du creuset, solide, & qu'il n'étoit presque pas possible de briser, tant sa dureté étoit extraordinaire, & rendant des étincelles contre l'acier avec force, & autant qu'une pierre à fusil; mais il ne laissoit pas d'y avoir par ci par là des trous.

XVII. Là dessus je pris une chaux d'étain, préparée de l'étain de *Malaga* le plus pur, à un feu long & continuel, & ensuite lavée; je la mêlai avec parties égales de notre terre d'Alun calcinée; après quoi j'observai toutes les circonstances sus-mentionnées, & ayant donné un feu violent de fusion, je trouvai dans mon creuset un mélange en poussière, fort blanc, qui ne s'étoit cuit ensemble en aucune façon, encore moins les parties s'étoient-elles réünies. Quand je pris deux parties de cette chaux d'étain avec une partie de terre d'Alun calcinée pour les traiter de la même maniere, je n'eus aussi qu'un mélange en poussière, qui avoit l'air rougeâtre, & ne s'étoit pas cuit le moins du monde; & il en fut de même du mélange d'une partie de terre d'Alun calcinée avec trois parties de la chaux d'étain susdite; leur produit fut

à peu

à peu près le même, seulement celui-ci paroissoit un peu plus blanc. Au contraire, en mêlant ensemble de la terre d'Alun calcinée, de la chaux d'étain, de la pierre stéatite, du sable, & du borax calciné, à parties égales, & en traitant ces matieres de même; elles étoient entrées en flux, & avoient formé un corps fort blanc, jaunâtre dans quelques endroits, sans aucune transparence, ayant par ci par là des trous, uni, cassant, & donnant du feu. Mais le mélange d'une partie de terre d'Alun calcinée avec deux parties de la chaux d'étain susdite, & une partie de borax calciné, en opérant toujours de même, demeura après le travail, tendre, à peine cuit ensemble, blanc, & sur le total d'un brun clair; comme aussi le mélange de la terre d'Alun calcinée, de la chaux d'étain, & du borax calciné, à parties égales, traité de même, s'étoit cuit à peu près comme le précédent, mais étoit pourtant plus solide. Au contraire, lorsque je mêlai de la terre d'Alun calcinée, de la chaux d'étain, & du borax calciné, de chacun trois parties, avec une partie & demie de sable, & une partie de craye, & que je procédai comme à l'ordinaire, j'obtins un mélange, qui étoit entré en flux, assez semblable à la porcelaine, blanc, ayant cependant des trous, & l'apparence d'écume.

XVIII. Voici les rapports de la chaux de plomb avec notre terre d'Alun. Parties égales de *minium* & de notre terre d'Alun calcinée, se réünissent à un feu violent de fusion, en une masse solide, qui fait feu, & d'un verd jaunâtre. Le mélange de deux parties de *minium*, & d'une partie de terre d'Alun calcinée, donne une masse encore plus solide, fort remplie de trous, à demi transparente, d'un verd jaunâtre, & qui jette beaucoup d'étincelles.

XIX. Je fis venir sur les rangs une chaux d'Antimoine, que j'avois préparée de l'Antimoine crud par un fort longue calcination. Une partie de cette chaux avec une partie de notre terre d'Alun calcinée, ayant été traitées de la maniere susdite à un feu violent de fusion, donna un mélange en poussière, qui s'étoit pourtant vitrifié en quelque

façon,

façon aux côtés du creuset, & avoit ainsi commencé à fondre un peu, à ce feu véhément, dans l'endroit où il touchoit le creuset. Quand on procéde de même sur le mêlange d'une partie de terre d'Alun, avec autant de fleurs de Zinc, ces matieres ne se cuisent point ensemble au feu susdit, mais elles forment un mêlange en poussière, d'un blanc grisâtre.

XX. Il nous reste encore les mêlanges & les travaux qui concernent notre terre d'Alun exposée avec le Bismuth à un feu violent: j'y ai remarqué les particularités suivantes. Deux parties d'une chaux de Bismuth nette, & bien brûlée par une longue calcination, avec une partie de notre terre d'Alun calcinée, se fondirent à mon feu véhément, en une masse, d'un brun presque couleur de canelle par dessous, étant plus jaunâtre vers le milieu, & couverte tant à la surface que dans les endroits où la masse n'étoit pas bien entrée en flux, de petits crystaux jaunes & brillans. Un mêlange de trois parties de chaux de Bismuth, & d'une partie de terre d'Alun calcinée, donna un produit d'un brun plus égal, qui étoit entré en flux, mais avec peu de transparence, couleur de canelle, & tenant du verre, au dessus duquel on voyoit pareillement répandües de petites parties crystallines. Le mêlange de quatre parties de chaux de Bismuth, & d'une partie de terre d'Alun, avoit déjà prix un flux plus consistant, d'un brun obscur, & ayant quelque transparence dans les endroits minces; mais la surface étoit garnie de même de cette matiere crystalline. Le mêlange de la chaux de Bismuth, de la terre d'Alun calcinée, & du borax, à parties égales, a donné un verre semblable, qui étoit encore mieux entré en flux, d'un brun plus clair, & couvert d'un plus grand nombre de crystaux.

XXI. Pour conclurre à présent ce Mémoire, je trouve qu'il est encore nécessaire de dire quelquechose des parties d'argille qui restent, après qu'on a fait l'extraction entiere de l'argille avec l'acide vitriolique, vû que c'est une recherche qui appartient au sujet que

nous

nous traitons. En effet nous pourrons peut-être arriver par ce moyen à une connoissance plus exacte des parties constitutives d'argille, que la terre d'Alun contient. On a vû dans le premier (c) de ces trois Mémoires, comment j'ai tiré & produit un Alun réel, véritable, & parfaitement semblable à l'Alun ordinaire, par le secours de l'acide vitriolique, hors de l'argille, comme étant un corps qui contient abondamment en soi de la terre d'Alun. J'ai aussi remarqué, (d) que par l'addition de l'acide vitriolique, on pouvoit tirer d'une once d'argille blanche nette, deux dragmes & un scrupule de la terre susdite, & qu'il restoit après l'extraction cinq dragmes & un scrupule d'une terre sur laquelle l'acide vitriolique n'a point de prise. Et cependant c'est la même terre, qui étoit unie auparavant avec la terre d'Alun, & qui composoit avec elle l'argille. Cette terre qui reste après l'extraction, ne conserve plus les mêmes propriétés, ou rapports, qui convenoient à l'argille. On ne peut plus la faire cuire avec de l'eau, comme on le peut avec l'argille; elle durcit à la vérité au feu; mais elle fait fortement feu contre l'acier, & elle montre encore à d'autres égards, que ce n'est plus de l'argille. On est donc fondé à demander ici: Quelle sorte de terre ce peut être? Ce n'est plus une parfaite argille; ce n'est pas aussi de la terre d'Alun, elle n'est plus soluble dans les acides; ceux de vitriol, de sel commun, ou de nitre, l'attaquent inutilement. Les Expériences suivantes, faites sur cette terre, montreront peut-être, où l'on doit la ranger. Une partie donc de la terre en question, qui avoit été pleinement dégagée de sa terre d'Alun par l'acide vitriolique, après avoir été auparavant bien édulcorée avec de l'eau distillée chaude, & un peu rougie, avec parties égales de sel de tartre le plus pur, ayant ensuite été bien mêlées, & travaillées à un feu violent de fusion, de la maniere que j'ai si souvent indiquée, ont donné un beau verre, précisément semblable à celui qu'ont

(c) Voyez sur tout les §§. VII. & VIII.
(d) §. IX.

qu'ont coutume de produire des cailloux nets, ou de beau sable blanc, avec la même quantité de sel de tartre; seulement le premier tiroit un peu sur le bleu, mais, aussi bien que le dernier, il attiroit avec le tems l'humidité de l'air, à cause de la surabondance du sel alcalin. Au contraire, deux parties de cette terre d'argille, qui avoit souffert l'extraction par l'acide du Vitriol, avec une partie de sel de tartre très pur, ont donné un aussi beau verre, & de la même solidité, que celui qu'on feroit avec la même proportion de sel de tartre, & de cailloux. Car, comme les cailloux, ou le sable net, blanc, & pilé bien fin, avec parties égales de borax calciné, donnent à un feu violent de fusion un verre clair, consistant, & semblable à de belle topaze; de même notre terre demeurée de l'extraction de l'argille avec l'acide vitriolique, avec pareille quantité de borax calciné, forment nne belle masse, consistante, dure, claire, & semblable à la topaze; seulement la couleur est plus jaune, & ressemble d'avantage à la topaze d'Espagne, ce qu'il faut peut-être attribuër à quelques parties métalliques, & surtout martiales, qui s'y trouvent encore. D'autres Expériences que j'ai encore faites sur le même sujet, vont même à me persuader, que de l'argille bien blanche, nette, & lavée, n'a d'autres parties constitutives que la terre indispensablement nécessaire à la composition de l'Alun, & un sable, ou une terre de cailloux, imperceptiblement mêlés ensemble. Au reste, ce qu'il y a encore de particulier ici, c'est que la terre d'Alun unie à l'acide du Vitriol, fait constamment le fonds des Pyrophores; que la terre de chaux unie avec le même acide fait pareillement le fonds des Phosphores qui attirent la lumiere; & finalement, que cette terre de chaux, unie avec l'acide du nitre, fait le fonds du Phosphore qu'on appelle de *Balduin*.

Je termine ce Mémoire, en ajoutant une remarque, en faveur de ceux qui aiment les vérités chymiques; c'est que la terre d'Alun dans son union avec l'acide vitriolique, c'est à di-

re, l'Alun diſſous dans l'eau, eſt un puiſſant diſſolvant des métaux, même ſimplement limés. Par une ſimple digeſtion avec ces métaux, il dépoſe ſa terre, & diſſout les métaux: ce qui eſt aſſurément quelque choſe d'aſſez particulier. Il déploye même ſon acide ſur quelques autres terres, par exemple, ſur la terre crétacée; ce qui fait bien voir que la terre d'Alun ne doit nullement être rangée au nombre des terres crétacées, ou calcaires.



DIS-

DISSERTATION PHYSICO - PHILOLOGIQUE SUR UN PASSAGE DIFFICILE DE PLINE HIST. NATUR. LIV. XXXVII. CHAP. XLVII. OU' IL S'AGIT D'UNE PIERRE PRE'CIEUSE DES ANCIENS, NOMMÉE ASTERIA.

PAR M. LEHMANN.

Traduit du Latin.

Si les Anciens ne nous ont pas transmis toutes les connoissances que nous possédons aujourd'hui, personne de ceux qui ont comparé les Ecrits des Modernes avec les Ouvrages de l'Antiquité, ne sçauroit nier que la meilleure partie de ces connoissances ne vienne au moins d'eux. C'est un aveu que doivent faire également les Philosophes, les Jurisconsultes, les Médecins, les Mathématiciens, & les Physiciens. Et bien qu'on ne puisse disconvenir des accroissemens que tous les genres de Science ont reçus dans ces derniers siecles, il n'en demeure pas moins constant, qu'il se trouve quantité de choses dans les Ecrits des Anciens, ou encore tout à fait inintelligibles pour nous, ou au sujet desquelles nous sommes encore fort incertains, si ce sont les mêmes qui portent aujourd'hui le même nom. On peut mettre de ce nombre les roseaux (*arundines*) de *Suetone*, le véritable airain de Corinthe, l'ouvrage à la Mosaïque des anciens Egyptiens, & plusieurs choses, dont les noms à la vérité ne sont pas inconnus aux Modernes, & dont ils ont même imité la structure & la composition, mais sans être en état d'affirmer avec certitude que ce soient précisément

 celles

celles dont l'Antiquité fait mention. Entre ce grand nombre de choses qui se dérobent à notre connoissance, on ne doit pas mettre au dernier rang une Pierre précieuse, dont Pline parle dans son Histoire Naturelle, Liv. XXXVII. chap. 47. au mot *Asteria*, en ces termes: *Proxima candicantium est* Asteria, *principatum habens proprietate naturæ, quod inclusam lucem pupillæ modo quandam continet, ac transfundit cum inclinatione, velut intus ambulantem ex alio atque alio reddens, eademque contraria Soli referens candicantes radios, unde nomen invenit, difficilis ad cælandum. Indicæ præfertur in Carmania nata.* Et un peu plus bas il ajoute: *Est inter candidas & quæ* Ceraunia *vocatur, fulgorem siderum capiens, ipsa Crystallina splendoris cærulei, in Carmania nascens.* Le P. *Hardouin*, Commentateur célébre de *Pline*, dit dans sa Remarque sur le mot *Asteria*. „ Cette Pierre se trouve en divers „ endroits d'Italie; nos Jouailliers l'appellent *Girasole*. *Isidore* a ré„ pété la chose dans les mêmes termes que *Pline*, mais en l'appellant „ *Asterites*, au XVI Livre de ses *Origines*, Chap. 10. „ Ce Savant se trompe en prenant la *Girasole* des Italiens pour la même Pierre que l'*Asteria* de Pline; car ce que les Jouailliers, & les Auteurs qui traitent de l'Histoire naturelle, nomment *Girasole*, c'est l'*Opale*. Cette dénomination lui vient de *girare*, tourner en rond, & de *Sol*, le Soleil, comme qui diroit une pierre, dans laquelle les rayons du Soleil se répandent de toutes parts. Tous les Auteurs qui me sont connus, pensent autrement que *Pline* au sujet de cette Pierre, & s'en font une idée différente; la plûpart d'entr'eux s'accordant à regarder l'*Asterie*, l'*Asterite*, & l'*Entrochite*, comme la même chose. *Beyerus*, par exemple, à la page 31. de son *Orictographie Morique*, met les *Belemnites*, les *Entrochites*, les *Asteries*, & les *Pierres Judaïques*, au nombre des Pétrifications. *Buttner*, dans son livre intitulé, *de ruderibus Diluvii testibus*, p. 275. confond de même les *Asteries* avec les *Astroïtes*. *Mylius*, dans ses *Memorabilia Saxoniæ subterraneæ*, Part. II. Relat. 3. a mis les *Astroïtes* à la place des *Asteries*, mais il convient en même tems que l'*Asterie* de *Pline*, entant que Pierre précieuse, différe beaucoup de celles que nous nommons ainsi. *Volckmann*, dans sa *Silesia*

Silesia subterranea, p. 162. 181. & ailleurs, ne met point de différence entre les *Asteries*, les *Troches*, les *Entroches*, & les *Astroïtes*. *Boethius de Boot*, prétend qu'on doit rapporter aux *Asteries* une espece de marbre, à la surface duquel on voit des figures de fleuves artistement représentées. Le *Boccore*, dans son *Museo di Fisica & di Esperiente*, Observ. XLV. où il parle de la *Pierre étoilée*, qu'il croit être entierement la même que l'*Astroïte*, garde un profond silence sur l'*Astérie*; & il l'omet aussi dans son Traité de l'*Astroïte*, ou de la *Pierre Etoilée*, imprimé en 1675. à *Amsterdam*, chez les *Waesberg*. M. *Wallerius* lui-même, si profond dans la connoissance du Régne Minéral, a donné p. 465. aux *Astroïtes* le nom d'*Asteries*; & p. 116. il explique l'*Asterie* de *Pline* par l'*Opale* verdoyant, qui jette des rayons d'un blanc jaunâtre, l'œil de chat, la pierre élémentaire, le faux Opale de *Cardan*, ou l'œil de Soleil. Mais la description que *Cardan* fournit dans son Livre VII, ne paroit point convenir à l'*Asterie* de *Pline*; car il y assûre que cette pierre est tantôt blanche, & tantôt brune, ce qui s'éloigne beaucoup de la Description que je vais en donner. *George Agricola*, Liv. VI. Ch. 11. de son Traité *de la nature des fossiles*, confond les *Astroboles*, & les *Astroïtes*, sans rien dire d'ailleurs autre chose que ce qui se trouve déjà dans *Pline*. Il ne paroit pas qu'il ait jamais vû cette Pierre, car autrement il en auroit sans doute parlé, suivant sa coûtume, avec plus d'étenduë & d'exactitude. Il suffira d'avoir indiqué ces Auteurs, les plus distingués de ceux qui ont écrit sur la Minéralogie, sans s'arrêter à ceux d'un ordre subalterne, dont les Ecrits ne sont que ténèbres & confusion, & ne contiennent que

Non bene junctarum discordia semina rerum.

Entraîné jusqu'à présent par les opinions de tant de grands hommes, je désignois indifféremment, tantôt les *Madrepores* pétrifiées, tantôt les *Astroïtes*, tantôt les *Entroches*, par le nom d'*Asterie*. Il m'arrivoit souvent de rencontrer des cailloux, des pierres de chaux, & d'autres à la surface desquelles paroissoient des figures d'Etoile; je les rapportois également au genre des *Asteries*; & en cela je me faisois illusion, com-

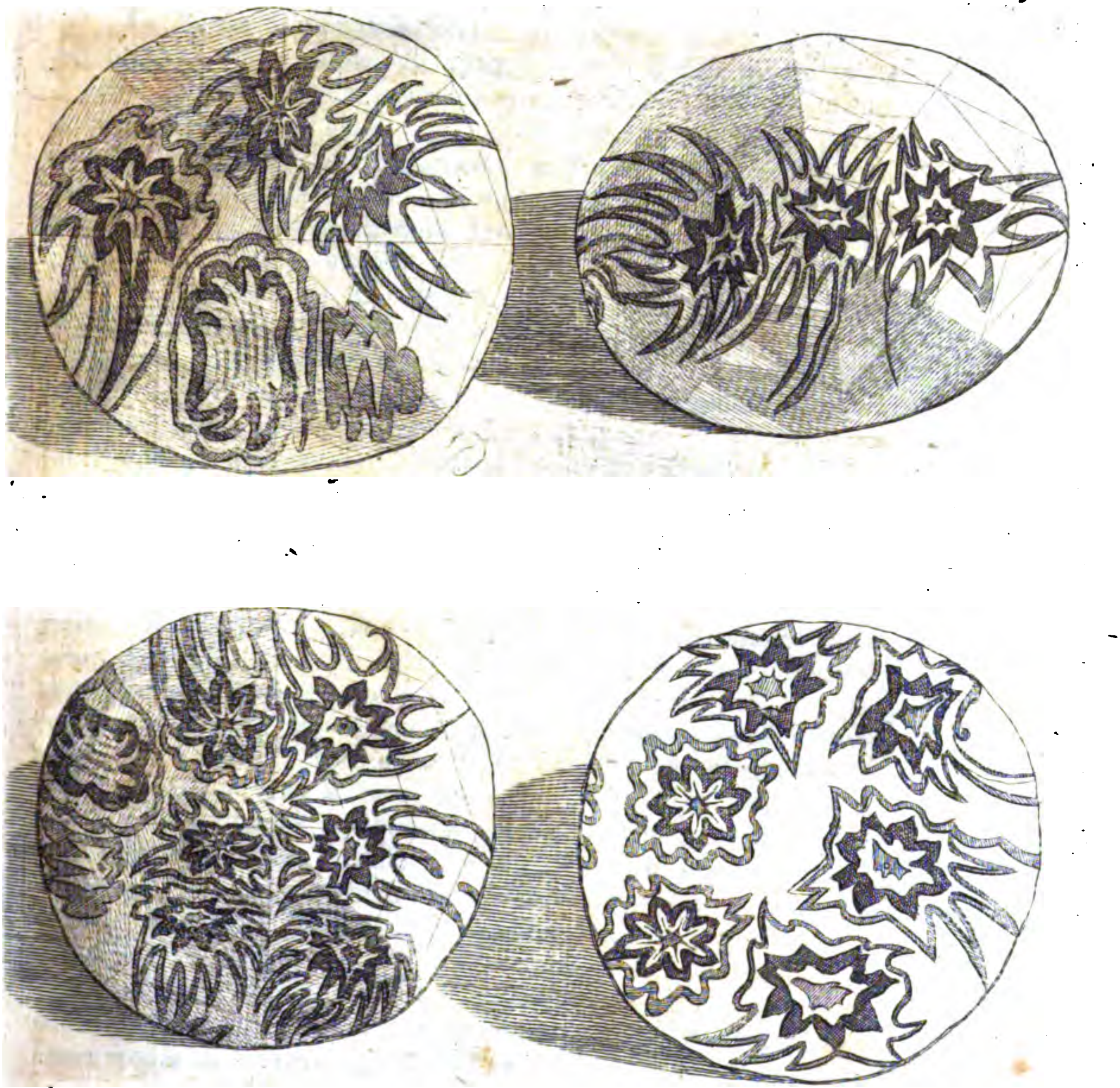
 me

me je l'ai reconnu depuis. J'acquis en particulier, il y a quelques années, une pierre assez rare, connuë sous le nom d'*Arachneolithus verus*; & comme elle étoit ornée de toutes parts de fort jolies étoiles, je la prenois pour la vraye *Asterie* de *Pline*. En un mot, de quelque côté que je me tournasse, je trouvois des argumens, tantôt en faveur de mes *Asteries*, tantôt contr'elles. Après avoir passé bien des années dans ces incertitudes, sans pouvoir me décider sur l'*Asterie* de *Pline*, j'ai à la fin trouvé une Pierre que je mets en possession de ce titre, jusqu'à ce qu'on m'ait fourni mieux, ou que j'en aye moi-même trouvé une qui doive l'emporter, & qui ait plus de conformité avec la description de *Pline*. Pour mettre donc les Amateurs de l'Histoire naturelle à portée de s'assurer, quelle est la véritable apparence de l'*Asterie* de *Pline*, au moins suivant me pensée, que je soumets au jugement de ceux qui peuvent prononcer sur ces matieres, je vais donner ici l'histoire & la description de cette pierre, en entrant dans les détails convenables.

Faisant, il y a quelque tems, une promenade de simple récréation hors des Portes de Berlin, près de celle de *Bernau*, & m'amusant à considerer des pierres qui étoient répanduës dans le sable, dans le dessein surtout de chercher des Echinites pétrifiées, qu'on y trouve assez fréquemment, il me tomba entre les mains un caillou teint de bleu & de couleur d'améthiste; & quoiqu'il fut encore brut & grossier, il me parut mériter d'être observé plus soigneusement. L'ayant donc porté chez moi, je pensois à le polir un peu, mais n'ayant, ni le tems, ni les outils nécessaires, je l'envoyai à *Brunswick* à un Ouvrier en pierres, en le chargeant de le polir seulement assez pour découvrir si les couleurs qui paroissoient à la surface de cette pierre en pénétroient toute la substance. Mais de quelle joye ne fus-je pas transporté, lorsque l'Ouvrier me renvoya la pierre polie de toutes parts, & que je pus observer, non seulement que les couleurs pénétroient toute la pierre, mais encore qu'elles formoient certaines figures? La Planche ci-jointe fera sans doute plaisir à ceux qui y jetteront les yeux.

La

Tab. I.
ad pag. 42.



Mem. de l'Acad. Tom. X. pag. 128.

Sauverbray f.

La Figure I. montre la surface de l'*Asterie*. Le corps même est un caillou dur, blanc, & opaque. A sa surface paroissent six Etoiles, dont chacune est distinctement marquée de cinq couleurs. L'Etoile premiere & extérieure, *a*) est dodecagone; elle ressemble au plus beau saphir, & en l'opposant au Soleil, elle a de la transparence. Vient ensuite la seconde *b*) qui est blanche, dodecagone, semblable à un caillou, & moins transparente. La troisiéme *c*) est d'un blanc entouré d'améthiste, octogone, & peu transparente au Soleil. La quatrième *d*) est aussi octogone, & opaque comme un caillou. La cinquième *e*) qui est intérieure, a l'air d'Onyx, elle est octogone, & le Soleil lui donne de la transparence. La partie inférieure, Fig. II. représente quatre de ces Etoiles, & dans la même situation, qui pénètrent une moitié de mon caillou. La Fig. III. montre l'autre moitié, où paroissent trois Etoiles du même genre, comme au dessous sept, quoiqu'on n'en puisse observer que six à la surface. La Fig. IV. met la partie inférieure toute entiere sous les yeux. J'ai fait faire la Planche que je donne ici, suivant des proportions quadruples du naturel, parce que l'Etoile intérieure d'Onyx est surtout très petite, & qu'on a de la peine à dècouvrir sans Microscope sa figure octogone. Les lignes qui forment l'étoile extérieure égalent à peine une ligne géométrique, ou la douzième partie d'un pouce; les secondes qui sont de caillou, ont à peu près la même épaisseur, & les troisièmes d'améthiste sont un peu plus larges. Les quatrièmes de caillou égalent à peine la vingtiéme partie d'un pouce. Mais pour les cinquièmes d'Onyx, qui semblent partir du centre, comme je l'ai dit ci-dessus, ont presque besoin du Microscope, si l'on veut les bien considèrer. Au reste toute la pierre a un demi-pouce de diamètre, & autant d'épaisseur, avec le poids d'un Ducat de Hongrie.

Telles sont l'histoire, l'image, & la description de mon *Asterie*. Il ne me reste qu'à proposer les argumens qui prouvent que cette Pierre étoilée est la vraye *Asterie* de *Pline*.

J'ai

J'ai déjà fait connoître ci-dessus, que les Physiciens sont partagés en divers sentimens au sujet de cette Pierre; mais plus leurs sentimens s'écartent de la définition de *Pline;* & moins on peut les regarder pour de bonnes descriptions de la vraye *Asterie*. N'écoutons donc point tous ceux qui prenent les *Entroches* pour l'*Asterie*, non plus que ceux qui renferment sous le nom d'*Asterie* des pierres dont la surface seule est marquée. On doit encore moins d'attention à ceux qui placent dans la classe des *Asteries* les Coraux petrifiés, les Madrepores pétrifiées, & les Millepores imprimées sur la pierre. Car d'abord, par rapport à la figure & à la couleur de cette pierre, nous trouvons divers caractères mentionnés par les Auteurs, qui diffèrent entièrement de ceux de la Pierre que nous conservons. *Agricola* décrit l'*Astroïte* (*), en disant que „ c'est une „ pierre précieuse blanche, ou tirant au cendré, toute remplie „ d'Etoiles qui jettent des rayons noirs - - - - relevée en de„ hors en forme d'oeil, rarement oblongue, & qui étant mise „ dans le vinaigre, se meut de sa place, & tourne un peu en rond. „ Le même Auteur ajoûte ailleurs *, „ que le *Pæderos* diffère de l'*Aste*„ *rie*, en ce que le premier, lorsqu'on le penche, change de couleur, „ au lieu que l'autre transmet en le penchant une lumiere ronde qui y „ est renfermée. „ *Cardan* † dit; „ Jusqu'à ce jour je n'ai pû enco„ re voir de véritable *Astrite*. C'est une pierre précieuse dure, qui, „ lorsqu'on la tourne en rond, fait voir un Soleil qui luit au dedans. „ Et, après s'être fort étendu sur la maniere de faire de semblables pierres fausses, il ajoute à la fin : „ Il n'y a pourtant que la vraye *Astrite* qui „ conserve sa beauté & son éclat. „ La Figure que j'ai fait graver, & les caractères de cette pierre tels que les ai exposés, font voir combien ces descriptions différent de l'original. En effet mes *Asteries* ne jettent point les rayons noirs dont parle *Agricola*, elles ne se meuvent point de leur place mises dans le vinaigre, mais jettées dans le plus fort vinaigre, elles y demeurent tranquilles au fonds. Je soupçonne donc, & je crois être fondé sur de bonnes raisons, qu'*Agricola* aura eu entre les

* *Ibid.* Ch. XII.

† Liv. VII.

(*) *De Natura fossilium*, L. VI. C. 26.

les mains une pierre fausse, faite de terre calcaire, & artificiellement colorée, qui s'étant fortement imbibée de vinaigre, se sera mue, & aura paru aller en rond, par un effet de l'effervescence qui y aura été excitée. *Cardan* parle dans l'endroit cité de la maniere de préparer de semblables pierres fausses. „ Les Jouailliers dit-il, l'imitent (l'*Astrite*,) avec l'*Onyx* de Chacedoine; mais cette pierre perd bientôt „ son éclat & ses forces, surtout si la chaleur, ou la sueur, viennent à „ la gâter. On en fait de meilleure avec cette espece de *Sardoine* bril„ lante qui porte le nom de *Carniole*; mais celles qui l'emportent sur „ toutes les autres, sont composées de pierres dures & creuses; car „ c'est dans les cavités que se rassemble la lumiere. „

Pour ne négliger aucune des tentatives, qui pouvoient m'assurer de la vérité, j'ai exposé ma pierre pendant quelques minutes, non à la simple chaleur, mais aux charbons ardens; mais, ni sa couleur, ni sa dureté & sa consistance, n'ont souffert aucun changement. Je suis donc entièrement persuadé, qne la pierre que je posséde, est véritable, & sans aucune falsification; & je n'eus aucun doute à cet égard dès le premier moment où je la trouvai dans le sable, quoiqu'encore grossière & non polie. *Boethius de Boot* (*) a donné le nom d'*Asteries* aux pierres que nous appellons *Troches* & *Entroches*; & dans un autre endroit † il avance que l'*Astérie*, l'*Astroïte*, la *Girasole* des Italiens, & l'*Opale* des Allemands, est une seule & même pierre. Cela fait bien voir qu'aucun de ces Auteurs n'a entendu *Pline*; car à l'égard de l'*Opale* l'assertion est déjà fausse, par cela seul que *Pline* a traité de cette pierre en particulier; d'où il s'ensuit qu'elle diffère entièrement de l'*Astérie*. Ne faudroit-il donc point expliquer le passage en question de Pline, suivant les idées de l'espece de paraphrase que je vais en donner. *Proxima* (scilicet gemma) *candicantium est Asteria*, (id est, quæ stellis ornata superbit,) - - - - *quod inclusam lucem pupillæ modo quandam continet*, (id est, quoniam

† *Ib.* p. 191.

(*) Dans son Traité *de gemmis & lapidibus*, p. 300.

niam spatia lucida, continet, quæ cum pupilla, vel stella in oculis animalium conveniunt,) *ac transfundit cum inclinatione*. J'ai rapporté ci-dessus, que cette derniere circonstance a lieu dans ma pierre, quand on la penche vers le Soleil. Ajoutez que *Pline* fait mention d'une certaine espece d'*Asterie*, qu'il nomme *Ceraunia*, & qu'il dit qu'elle est crystalline, & d'une couleur bleuë. C'est celle que *Marbodeus* a en vuë dans ces Vers du Chap. XXII. de son Livre des Pierres précieuses.

Ventorum rabie cum turbidus æstuat aer,
Cum tonat horrandum, cum fulminat igneus æther,
Nubibus illisis cælo cadit iste lapillus,
Cujus apud Græcos exstat de fulmine nomen
Illis quippe locis, quos constat fulmine tactos,
Iste lapis tantum reperiri posse putatur.

Puis donc que la pierre que j'ai décrite, s'accorde fort exactement avec ce que *Pline* a dit de l'*Asterie*, je ne doute point que ce nom ne lui convienne mieux qu'à toutes les pierres, que les Auteurs ont regardées comme des *Asteries*, d'autant plus que non seulement sa forme, mais encore ses qualités ne différent que très peu, ou point du tout, de la description de *Pline*. C'est ce qui paroit en dernier lieu par sa dureté, que *Pline* met aussi au rang des caractères de cette pierre. En effet l'*Opale* des Germains, ou la *Girasole* des Italiens, est une pierre molle, qui cede aisément à la gravure, au lieu que ma pierre souffre à grand' peine la polissure,

Aut si dura silex, aut sit Marpesia cautes.

Tout ce qui a donc été dit jusqu'ici, fait voir que notre Pierre appartient aux cailloux, & en particulier à l'espece que *Wallerius* désigne, p. 53. & 54. de l'Edition Allemande de son Régne minéral, sous le nom

nom d'*Ouranomorphos*, appellant les Pierres qui montrent des Etoiles peintes, de fausses Asteries. Quant à l'artifice dont la Nature se sert pour imprimer ces figures, c'est ce que je n'entreprens point d'expliquer, & dont les Naturalistes les plus consommés ne viendroient peut-être pas à bout. Cependant on peut tirer de semblables effets la conséquence que *Platon* exprimoit en disant, que *Dieu agit toujours Geométriquement*. De semblables Observations servent aussi à montrer qu'il se trouve souvent dans les Ecrits des Anciens bien des choses que nous n'entendons point du tout, ou dont il n'est parvenu jusqu'à nous qu'une notion très obscure; ce qui nous engage à les mettre au rang des fables, quoique dans la suite des tems on ait occasion de se convaincre de leur réalité, soit par quelque coup du hazard, soit à force de travail & de recherches.

DISSERTATION

SUR UN POMMIER A TIGE BASSE, EN BUISSON, D'UNE ESPECE DÉGÉNÉRÉE, FEMELLE, APÉTALE, *ET DE SES VARIÉTÉS.*

PAR M. GLEDITSCH.

Traduit du Latin.

Parmi ce nombre innombrable d'Arbres, auxquels on donne le nom de *fruitiers*, & qui, en embelliſſant les Jardins, ſont ſi utiles dans l'Oeconomie domeſtique, la plûpart de ceux qui s'appliquent à leurs culture, prétendent que l'extrème variété des Pommiers doit leur faire donner la préférence ſur tous les autres. C'eſt très anciennement, ou plutôt de tout tems, qu'on a fait une très grande eſtime de cet Arbre, qui a non ſeulement ſervi à lui faire conſacrer des ſoins qui ont fort augmenté le nombre de ſes fruits; mais qui, à la faveur d'attentions variées & réitérées pendant une longue ſuite de ſiècles, ont procuré des améliorations très conſidérables à la bonté des pommes. Les eſpeces de Pommiers cultivées dans tous les climats vont bien aujourd'hui au delà de deux cens; & tous les jours il s'en préſente qui nous font goûter de nouveaux fruits, juſqu'à préſent inconnus. C'eſt ce que *Bauhin* avançoit déjà de ſon temps [a]. En effet, ſi vous en exceptez peut-être les Poiriers avec les Citronniers & les Orangers, vous ne trouverez nulle-part une auſſi grande variété de fruits, que celle des pommes dans les Vergers d'Allemagne, de France, d'Angleterre, & d'Italie. C'eſt ſans doute ce qui a engagé *Ulyſſe Aldrovandus* à les appeller *la principale gloire des Jardins* [b].

Si

(a) *Theatr. Botan.* p. 434.

(b) *Dendr.* Lib. II. p. 218.

Si l'on veut ajouter foi aux anciens Ecrivains, les Grecs doivent être mis à la tête de ceux qui ont cultivé ces arbres; c'est à leur génie, & à leur industrie singuliere, que nous sommes redevables en grande partie de cette admirable variété dont nous avons parlé. De Grece les Pommiers furent insensiblement transplantés en Italie; & les Romains en faisoient leurs principales délices du tems de Pline.

Mais ce sont les Grecs qui ont enseigné les Romains; & ceux-ci instruits, pour ainsi dire, du mérite des pommes & de leurs usages, s'appliquèrent extraordinairement à en tirer le meilleur parti qu'il leur fut possible. C'est ensuite des Jardins de Rome que l'art de cultiver les Pommiers s'est étendu à d'autres, en Espagne, dans les Gaules, & un peu plus tard en Germanie; mais les Germains se sont dédommagés du tems perdu en faisant à cet égard des progrès, qui ont véritablement poussé la culture des Pommiers à son plus haut période. Nous pouvons en citer comme autant de preuves incontestables tant de grands Jardins, où l'on trouve aujourd'hui une abondance & une variété de pommes, qui n'ont jamais eu d'égales.

Du tems de *Tacite*, où les campagnes de Germanie étoient incultes & couvertes de forêts, les habitans se contentoient de fruits sauvages, poires, pommes, fraises, mures, ribettes &c. trop occupés de combats & de pillages pour penser aux arts qui demandent du repos & une sorte de délicatesse.

Je n'ai donc rien à ajoûter sur l'ancienneté de la culture des Pommiers, mon dessein n'étant pas de m'enfoncer dans les ténébres de l'Antiquité, pour chercher si l'on peut déterminer avec certitude la premiere origine de cet art. Et d'ailleurs on ne pourroit se promettre aucune utilité d'une semblable découverte. Tenons-nous en donc seulement à dire, d'après l'autorité des Anciens, que les habitans de toute la Grece ont parfaitement connu l'usage des pommes dans les alimens, dans les boissons, & dans la Médecine, & que c'est pour cela qu'ils ont pris tant de peines pour procurer la perfection & la multiplication de ce fruit.

Un de leurs plus célébres Philosophes, *Théophraste*, fait déja mention des pommes dans son Histoire des Plantes; & il y indique les principales circonstances qui concernent leur culture & leur variété. Les noms tirés des différentes contrées, ou Villes de la Gréce, que les diverses especes de pommes avoient déjà reçu dès ce temps-là, & qui demeurerent en usage parmi les Romains, ne laissent aucun sujet de douter de l'antiquité de la culture des pommes chez les Grecs. Si je voulois faire une parade déplacée d'érudition, je pourrois m'étendre sur les Rois & les Princes de l'Antiquité qui ont aimé les pommes, sur les Gymnosophistes qui en mangeoient, & principalement sur les disciples d'Epicure, qui en faisoient un cas particulier.

Les Romains, instruits par les Grecs, se sont rendus fort recommandables aux Nations étrangeres par leur extrême habileté dans l'art de cultiver les Pommiers. *Pline*, dans son Histoire naturelle, a rapporté les noms des principales pommes qu'on trouvoit de son tems dans les Jardins & dans les Vergers des Romains. Ces noms sont tirés, les uns des Vents, des Provinces, des Villes & autres lieux; les autres de certaines particularités, telles que la grandeur, la figure, la couleur, l'odeur, la substance plus déliée, ou plus calleuse, &c. Il suffira de mettre ici les noms suivans;

Appiana; Manliana; Claudiana; Libertina; Cestia; Quiriana; Mutiana; Sceptiana; Scantiana; Petisia; Tiburtia; Camerina; Delphica; Laconica; Græcula; Epirotica; Pelusina; Corinthica; Susiana; Daca; Aquilegiensis, &c.

On trouvera les autres dans les Auteurs qui ont écrit sur les Jardins & sur l'Oeconomie de la campagne.

Un bon Commentateur de Pline, *Jaques Dalechamp*, avoit entrepris d'expliquer tous ces noms, en les ramenant à ceux qui sont usités aujourd'hui, par une comparaison de toutes les especes de pommes, dont Pline parle avec celles que nous connoissons. Ceux qui veulent

se mettre au fait des principales variétés par lesquelles on distinguoit les pommes en Italie, en France, & en Allemagne, depuis le XII. Siecle jusqu'au XVI. les trouveront indiquées dans les Ouvrages de *Pierre Crescentius*, *Ruellius*, *Valerius Cordus*, *Henri Etienne*, *Jean Bauhin*, *Jerôme Tragus*, *Conrad Gesner*, *Dorstenius*, *Ben. Court. Symphorien Herisbach*, & d'autres Auteurs, qui ont traité à fonds de tout ce qui concerne les Jardins & la Campagne.

Quoique depuis les tems reculés d'*Aristote* & de *Théophraste* jusqu'aux plus modernes, le nombre des variétés dans les especes de Poiriers & de Pommiers se soit accrû d'une maniere prodigieuse dans les païs les plus éloignés de l'Asie & de l'Europe, cependant personne n'a encore apperçu, ni reconnu, d'especes naturelles, qui soyent véritablement nouvelles. Il n'en existe donc qu'une seule, la même qui a été connuë de tout temps, & qui, du consentement unanime de presque tous les Botanistes, s'apelle *Malus Sylvestris*, & en Allemand, *der rechte wilde Holtz-Apfel-Baum.*

Mais il se trouve encore une autre Plante, tout à fait différente de la premiere, que nous regardons sans aucune difficulté, comme l'ont fait quelques Ecrivains du moyen âge, on plus modernes, comme constituant une espece certaine & naturelle, quoiqu'aujourd'hui on s'accorde à la ranger simplement parmi les variétés. *Bauhin* l'appelle *Malum pumilam*, & dit que c'est plutôt un arbuste qu'un Arbre. On lui donne en Allemand le nom de *Johannis-Apffel*, ou *Johannis-Holtz.*

Pour ce qui regarde la premiere espece de Pommier, qui a été certainement connuë des anciens Peuples, & dont le climat naturel est la Zone tempérée, il n'y a personne qui révoque en doute, que ce soit une espece véritable & très naturelle. Elle naît dans les forêts & dans les brouffailles, de la semence sauvage qui tombe d'elle-même. Sa racine est très vivaee, quoiqu'elle ne s'étende pas loin en rampant, & qu'elle ne repousse guères de jets. Le tronc qui en sort est assez épais,

épais, mais il grossit lentement, & parvient tard à maturité; à la fin cependant, suivant les divers terroirs, il s'en forme un arbre, qui s'éleve à une assez grande hauteur, & dont la vie devient aisément très longue.

Le tronc & les branches sont composés d'une matiere assez dure, ou dense, revêtuë d'une écorce tenace & compacte. Cet arbre, né sur de hautes montagnes, & dans d'autres endroits exposé au grand air, & situé au Nord, se trouve par là en état de soutenir toutes les injures des saisons, & en particulier la force du froid. Cette densité de l'écorce empêche aussi qu'on ne puisse y greffer commodément; au lieu qu'il en est tout autrement dans l'autre espece de Pommier, dont nous allons à présent rendre compte.

Au reste cet arbre reçoit des variations de lui-même dans plusieurs bois d'Asie & d'Europe; mais elles portent uniquement sur le fruit. En effet les pommes sauvages sont, tantôt grandes, tantôt plus petites, ou très petites, & elles meurissent toutes suivant leur nature vers la fin de l'Automne. On en trouve de rayées, de polies, de rouges, de blanches, de mêlangées, d'un jaune verdâtre, les unes d'un goût aigre, âpre, & rebutant, les autres douces, aqueuses, farineuses, ou tout à fait insipides. Mais nous n'avons aucunes observations, ou expériences assurées, qui ayent encore prouvé, que le Pommier champêtre ordinaire se change de lui-même, ou avec le secours de l'art, dans le Pommier nain, *Malum fruticosum pumilum* de *Bauhin*.

Avant que de parler de l'autre espece de Pommier, indiquons d'abord les noms employés par les Auteurs pour la désigner. Nous l'appellons

MALVS, *caule fruticoso*, *humili*.

Malus pumila, quæ potius frutex quam arbor. *C. Bauhin. Pin.* 433. fructu candido, aut rubente. *Tourn. Inst.* 634.

Mala

Mala verna. Chez les Anciens, & entr'autres dans *Theophr.* L. III. *de Cauſ. Plant.* Cap. 23.

Mala Johannica. Symphorien. Hort. Lib. XIII. Cap. 2.

Mala præcocia. Tabern. Hiſt. icon. 998.

Chamelæa, ſeu Malus pumila. *Dodon. Pempt-Stirp.*

En Allemand: *Stauden-Apfel. Wilder Zwerg-Apfel. Johannis-Apfel. Johannis-Holtz.*

Cette Plante, d'une ſi grande néceſſité pour la culture des Pommiers, & qui à cauſe de cela n'eſt point du tout rare dans les Jardins, n'a jamais pourtant été rencontrée par perſonne que l'on ſçache dans les bois, comme y étant née d'elle-même, ſi ce n'eſt quelquefois dans des brouſſailles, & parmi des buiſſons, autour des vergers qui ſe trouvent dans les Villages ou dans les fauxbourgs des Villes, où le hazard tranſporte quelquefois des ſemences qui y germent. Cependant, quoique la patrie de cette Plante ne nous ſoit pas connuë d'une maniere certaine, diverſes circonſtances permettent de conjecturer qu'elle eſt venuë en Italie & en Allemagne des régions Orientales de Gréce & de Dalmatie. On eſt porté à le croire en voyant la fabrique tendre & poreuſe de toute la plante, lorsqu'elle eſt inculte, qui fait qu'elle ne ſoutient que les hyvers ordinaires, ſans pouvoir réſiſter trop longtems à une degré conſidérable de froid, & périſſant plus aiſément que le Pommier ſouvage. Je ne m'arrête pas à examiner, ſi les pommes de cet arbuſte ſont les *Mala Daca* des anciens Romains, ou Grecs.

La différence ſpécifique, qui ſe trouve entre ce Pommier nain & le Pommier arbre, eſt confirmée par pluſieurs marques. Sa ſeule baſſeſſe ſuffiroit pour le diſtinguer de toutes les autres eſpeces qui ſont cultivées; & ce caractère naturel eſt ſi conſtant, que, quand on force par le moyen de l'art notre Plante à devenir un petit arbre de moyenne hauteur, elle ne vit pas longtems, ou redevient bientôt buiſſon, quittant ſon tronc d'arbre, comme ne lui étant pas naturel,

& qui est en effet foible & disposé à périr, à moins qu'on n'ait grand soin de détruire les rejettons, qui sortent en abondance des racines. C'est là une marque essentielle, qui montre que la Plante n'est pas un arbre, mais un arbuste, ou buisson, par sa nature, comme le Nefflier, le Cormier, le Viorne, le Myrte, &c. Cette marque est assez certaine & constante, soit que notre Plante vienne de semence, soit qu'on la multiplie par quelque autre voye possible que ce soit. Par la même raison la culture des Pommiers, continuée pendant plusieurs siècles, n'est jamais parvenuë à découvrir que notre Plante puisse se changer en l'arbre du Pommier sauvage. A quoi il faut ajouter que le Pommier nain, soit venu de lui-même & négligé, soit greffé & enté en cent manieres différentes, porte toujours des pommes hâtives, sçavoir dans les mois de Juillet & d'Août, au lieu que les fruits de l'autre espece de Pommiers ne parviennent jamais à maturité, que vers la fin d'Octobre, ou au milieu de Novembre.

La tige de notre Plante est d'un bois poreux, dont l'accroissement se fait vîte; & l'écorce lâche & pleine de suc reçoit & nourrit avec une extrème facilité les greffes étrangéres qu'on y met. Enfin ce Pommier nain a une apparence extèrieure si marquée, lors même qu'il est dépouïllé de feuïlles, que les moindres personnes du peuple peuvent le reconnoître à des signes distinctifs très certains qui se présentent d'abord. Cette certitude & cette constance dans les signes en question, indiquent sans contredit une espece naturelle, & non une simple variété; & cela étant une fois posé, nous allons éclaircir & confirmer notre sentiment par divers témoignages des Auteurs.

Jean Bauhin s'étonne, que *Gerhard* ait compris le Pommier nain sous le Pommier sauvage ordinaire; & *Aldrovandus*, parlant de la nature sauvage des fruits de cette Plante, dit que les petites pommes précoces, ou *mala verna*, semblent être dans les Villes les soeurs de ces pommes de la campagne, dont on ne sçauroit goûter. *Dodoneus* appelle notre Plante *Chamelæam*, ou Pommier nain, & remar-

que 1. qu'elle croit en buisson, & 2. (ce à quoi il faut surtout faire attention,) qu'elle porte, non par un effet de la greffe, mais de sa propre nature, des pommes hâtives, qu'on appelle dans le Brabant *Pommes de Paradis*, ou de *St. Jean*. Depuis le tems où elles ont acquis leur pleine maturité, *Symphorien* dit qu'on les appelle de S. Jean, *Ioannina*, & il ajoute que leur seule prèrogative est d'être les premieres bonnes à manger, étant alors petites, blanchâtres, & passant fort vîte. *Conrad Gesner* a écrit au sujet de la même Plante, 1. que ses fruits meurissent sur la fin de Juillet, 2. qu'elle porte des pommes semblables à celles de Paradis, (ce qu'il faut rapporter aux variétés de la culture, 3. que c'est un arbuste qui ne s'éleve pas de terre au dessus de quatre coudées, & 4. que les fruits y viennent dès la racine. Ces attributs de M. *Gesner* sont très certains & constans dans notre espece, au lieu qu'ils ne conviennent point du tout au Pommier sauvage commun, *dem wilden Holtz-Apffel Baume*.

Après avoir ainsi exposé les remarques qui suffisent pour la détermination de l'espece naturelle, il s'agit d'examiner avec un peu plus d'exactitude une certaine variété vicieuse, tout à fait singuliere, qu'on a quelquefois trouvée dans notre Plante dégénérée, mais que tous les Physiciens, & les Jardiniers eux-mêmes, ont comptée pour rien, parce qu'elle ne donne que de petites pommes, peu agréables à la vuë & au goût. C'est à celle-là que nous nous arrêtons, laissant à ceux qui s'appliquent aux travaux de la terre & des Jardins, le soin de remarquer les autres changemens qui arrivent dans le fruit de notre Plante, & d'indiquer leurs dénominations.

Cette Plante donc, vicieuse & dégénérée, conserve sa bassesse, son air de buisson, & toutes les autres conditions qui appartiennent à son espece naturelle, à la seule réserve de l'efflorescence. Il seroit donc superflu d'employer beaucoup de paroles à décrire les autres parties; c'est la fleur qui doit attirer toute notre attention.

On trouve dans les Auteurs les noms ſuivans deſtinés à caractériſer cette Plante d'une maniere diſtinctive.

MALUS *degener, caule humili, fruticoſo, floribus apetalis foemineis.* C'eſt le nom que nous lui donnons.

Malus, *non florens, fructificans tamen.* Gesner, Hort. App.

Malus, *non florida dicta, ſ. Malus ſine flore putata.* Joh. Bauh. Hiſt. I. p. 21. 22.

Malus, *ſine ſemine interius in fructu.* Joach Camer. Hort. Med. & Philoſ.

Malus *fructifera flore fugaci.* Tourn. Inſt. 635. Hort Reg. Paris.

En François: *Pomme-Figue.*

En Allemand: *Apffel ſonder Blüte.*

L'endroit vicieux, par lequel cette Plante s'écarte entierement de ſon eſpece naturelle, n'eſt donc obſervable que dans les ſeules parties des fleurs, qui non ſeulement ſont deſtituées de cette corolle petaloïde, qui exiſte dans toutes les autres fleurs parfaites des Pommiers, mais n'ont pas même les étamines avec les anthères, parties qui ſont regardées comme les organes eſſentiels de la fructification dans les végétaux, & doivent toujours s'y trouver. Pour mieux faire connoitre la différence entre la fleur naturelle & parfaite du Pommier, & cette fleur imparfaite & dégénérée, j'ai fait graver ſur la Planche ci-jointe l'une & l'autre, tant de grandeur naturelle, que groſſies par le moyen d'une loupe.

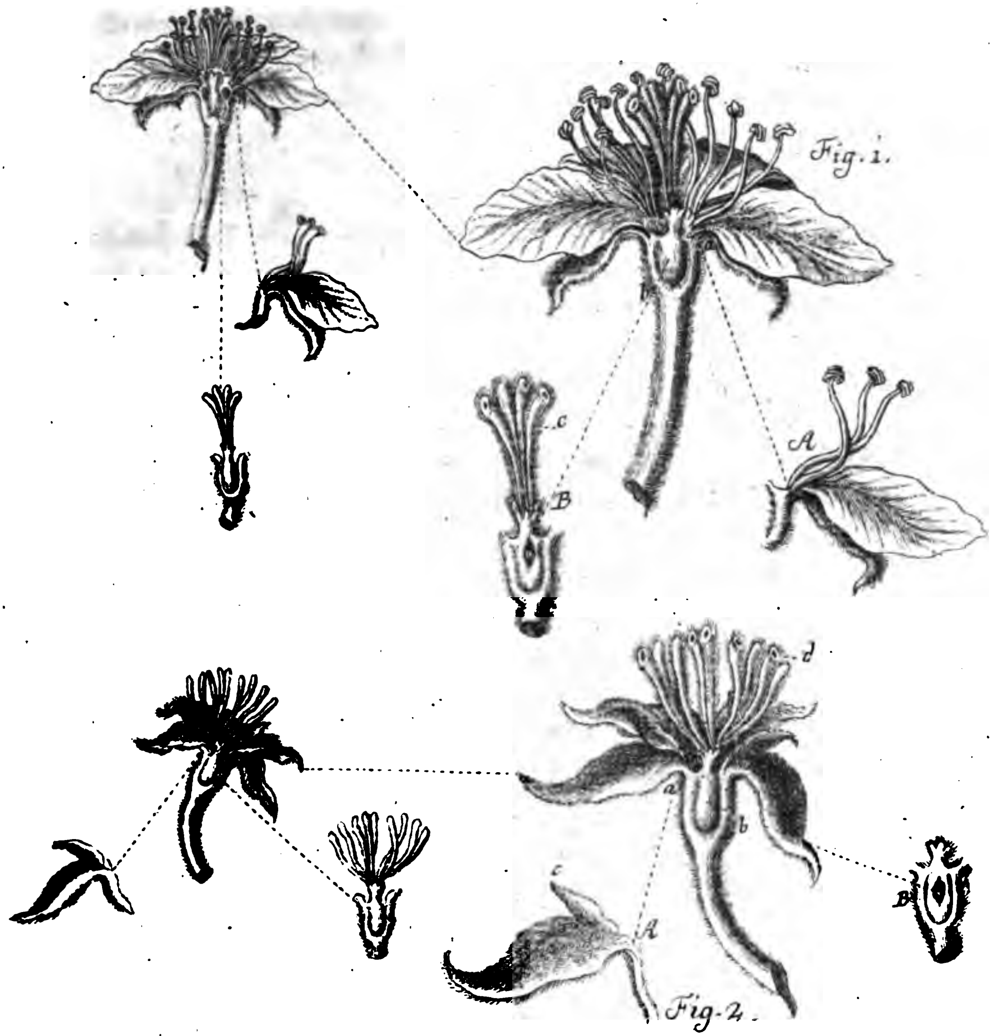
La Figure I. repréſente la Fleur du Pommier parfaite & naturelle; en voici la deſcription, que nous conſerverons ici ici en Latin.

Perianthium, *quinquefidum, aequale & patens.*

Corolla *roſacea, pentapetala, aequalis & patens.*

 Stamina

Tab. II.
ad pag. 84.



Seuerbreü fec

Mem. de l'Acad. Tom. X. pag. 128.

Stamina *plura*, (*sæpius* 10 *ad* 20.) *simplicia*, *subulata*, *perianthio ad basin laciniarum inserta sunt*. A, *a*.

Ovarium, *f. germen in perianthio infra florem positum est* B. b. *e quo surgit* stylus *simplex*, *in* stigmata 4 *vel* 5 *simplicia*, *crassiuscula*, *in apice paululum inclinata & aperta* c. *divisus*.

La Figure II. représente assez distinctement la fleur vicieuse de notre Pommier dégénèré, laquelle est tout à fait nuë, & porte un pistille. Elle est peinte de grandeur naturelle, & considérablement grossie au Microscope.

Perianthium 5. *laciniis distinctum* A. a. *& loco petalorum* 5 *foliolis angustis*, *acuminatis*, *quadruplo*, *vel sextuplo minoribus*, *cum calycis laciniis ejusdem texturæ atque coloris auctum est*, *quæ foliola ipsis laciniis apposita sunt*, *& ad basin eorundem connata*, c.

Corolla Fig. I. *deficit*, *& florem itaque apetalum*, *seu nudum relinquit*.

Stamina *superius indicata nulla adsunt*, *nec ullum unquam nobis vestigium aut rudimentum apparuit*.

Pistillum *ceu essentiale sexus fœminei organon florale semper adest*, *& in plurimis floribus a nobis perlustratis omni vitio caruit*.

Ovarium *florem sustinet paulo gracilius quam in flore naturali* B. b. *&* Stylum *emittit simplicem in* stigmata 9. *vel* 12. *distinctum*, *quæ in extremitate nonnihil inclinata crassiuscula & aperte cava sunt*. d.

Cette description s'accorde avec celle que *Rud. Camerarius* a fournie dans sa belle Lettre *sur le sexe des Plantes*, où il montre une parfaite connoissance des parties de la fructification dans notre Plante dégénérée, qui sont vicieuses, les unes par défaut, les autres par excès, & en donne une explication fort nette. En parlant du *pistille* qui

qui peut varier, soit pour la grandeur, soit pour le nombre des *stigmates*, sans préjudice notable de la fécondation, il s'exprime ainsi; *Medium occupant plura erecta filamenta, seu styli uterorum, quæ alias staminibus apiculatis ambiri & perfundi solent, ipsis tamen his destituta.* Mais comme les fleurs sont destituées d'étamines garnies d'anthères, ce qui est contre nature, en sorte que ce défaut donne une plante femelle vicieuse, & que la Plante en question n'a point, comme celles dont le sexe est distinct, une plante mâle destinée par la nature à la féconder, ce savant Ecrivain croit que les sommets ne sont peut être pas toujours totalement supprimés, ou exclus, & qu'ainsi on ne doit pas s'étonner, si quelquefois une certaine portion des étamines mêmes se glisse parmi tant de fausses fleurs, & en rend une ou deux fécondes.

Je souscrirois sans peine au sentiment de cet habile homme, d'autant plus qu'il ne renferme aucune contradiction, si dans le grand nombre de ces fleurs que j'ai examiné jusqu'à présent, j'avois jamais trouvé quelque rudiment, ou le moindre vestige d'étamines. Il ne m'importe d'ailleurs guères, si cette inspersion de la poussière des anthères, ou suffusion pulvérulente du stigmate, arrive quelquefois dans notre Plante de la maniere que *Camerarius* l'a conçu, ou si la chose ne s'exécute pas plutôt par le moyen des fleurs étrangeres des Pommiers les plus voisins. Il suffit que le pistille, suivant le témoignage de ces Auteurs, & mes propres Observations, est le plus souvent exempt de tout défaut; & qu'en recevant nos idées, l'inspersion seminale propre à féconder peut y arriver également, & tout comme se fait la fécondation des végétaux, que les Plantes naturelles, dont le sexe est distinct, & qu'on nomme à cause de cela rélatives, se transmettent réciproquement.

Mais, quand nous accorderions que la projection fortuite de la poussière des antheres sur les stigmates, ne pourroit pas s'effectuer par une autre Plante éloignée sur notre Plante hybride, il ne laisse pas d'y avoir toujours un autre moyen, une autre voye artificielle de fécondation, laquelle arrivant en plein air, ne peut être empêchée par aucune pré-

précaution. Les Botaniftes ont gardé jusqu'à préfent un profond filence fur cette forte de fécondation, quoique très ordinaire. Il eft à la vérité certain que la ftructure, la fituation, le lieu, & la connexion de chaque corolle, calyce, anthère, ou piftille, ne permettent pas l'explofion, ou la réception de la pouffière des anthères entre des Plantes diftinctes les unes des autres ; beaucoup moins peut-elle fe faire par quelque vertu propre & innée : cependant elle n'en arrive pas d'une maniere moins affurée.

Les Abeilles, & cette grande quantité d'autres Infectes qui fe pofent fur les fleurs, & dont les petits corps font en partie garnis de poils, font les feuls inftrumens qui, fans autre fecours, parachevent cette fécondation artificielle & inattenduë, au grand étonnement de ceux qui ignorent la caufe d'un phénomene auffi fimple. On s'en tient à rendre raifon de cette fécondation par une explofion fortuite, incertaine, & tout à fait vague de la pouffière des anthéres, & par la fuffufion des piftilles ; ce qui n'eft fondé fur aucune Expèrience véritable. Nous ne faifons ici mention qu'en deux mots de cette fécondation artificielle très fimple, nous réfervant d'en dire à la premiere occafion des chofes plus certaines, & avec plus d'étenduë.

Ces animalcules donc, qui fe trouvent dans les champs, dans les près, dans les Jardins, & dans les bois, s'attachent fans choix à presque toutes les Plantes en fleur, à l'exception d'un petit nombre, & en tirent en partie leur miel des *nectaires* des diverfes fleurs, qui le plus fouvent font fort profondément cachés au dedans du calyce ou de la corolle, en partie leur cire qu'ils forment de la pouffière des anthéres. Or, en paffant d'une fleur à une autre d'un genre différent, ces petits infectes ont la partie veluë de leurs corps toute chargée d'une grande quantité de diverfes pouffières des anthéres qui s'y font attachées, & ils pénétrent fort vite & à une grande profondeur les cavités des fleurs, où ils ne s'arrêtent qu'un inftant. Quand donc des Abeilles, par exemple, toutes poudreufes appliquent avec force leur petit corps entre la *corolle* étroite, & qui penche vers la partie onctueufe

fe du *pistille*, ou le *stigma*, alors les globules étrangers de la poussière des anthères s'attachent au stigma. Il ne faut donc pas s'étonner, quand, par exemple, de la Scabieuse & de la Lychnide, du Marrubin & de la Melisse, du Convolvule & de la Campanule, du Chóu & de la Rave, de la Véronique & de la Verveine, ou du Lycope, & des autres Plantes malvacées, cucurbitacées, des Napethes, des Thalichtres, des Chenopodes, & d'autres entre la structure des fleurs desquelles la Nature a mis beaucoup d'affinité, il nait de tems en tems de nouvelles Plantes, ou des hybrides, qui n'avoient point encore été vuës. Cette fécondation inconnuë & négligée a souvent jetté dans l'erreur les les Observateurs, lórsqu'ils ont vû des Plantes femelles, comme la Spinacée, le Chanvre, &c. porter dans les Jardins des semences parfaites & fécondes sans le secours des Plantes mâles. De telles Observations incomplètes les ont engagés à attaquer le Systême de Botanique fondé sur les sexes, & à révoquer en doute la certitude du sexe même des Plantes. Ce sont des matieres dont je parlerai plus au long à la première occasion.

Retournons au vice floral de notre Plante dégénérée, dont il convient de placer la vraye cause dans la structure irréguliere du *thalamus*, ou du reservoir de la fructification, irrégularité qui vient constamment du trop petit nombre de vaisseaux. Ces vaisseaux, dans les fleurs parfaites de Pommier montent par le *thalamus* à l'*ovaire*, & y parviennent finalement aux étamines qui sont distribuées sur le bord du calyce & à la corolle; l'anatomie de ce fruit pulpeux fait connoitre leur situation, & montre combien leur quantité est grande. Or le défaut de ces vaisseaux dans le reservoir de le fructification, semble nous indiquer le vice, duquel dépend principalement le dévelopement irrégulier & imparfait des parties de la fleur, dont plusieurs Plantes, comme la Valériane, les Cacubales, les Lychnides, & d'autres font foi; car, bien qu'on les regarde vulgairement comme des Plantes dioïques, c'est seulement un défaut du thalamus, qui les prive de quelcun des organes de la génération.

Carne-

Camerarius que nous avons déjà cité, s'étonne de ce défaut de la corolle & des étamines, & dit à ce sujet: *Quid causæ sit, cur arbor ista, nec petala, nec apices ferre possit, vel inde obscurum mihi manet, quod nec primam originem ipsius, sive qua ratione talis producatur, hactenus rescíscere potuerim.* Et dans la description de notre Plante, il ajoute, *illam esse arborem exiguis admodum pallidisque floribus præditam, & haberi etiam sine semine in fructu;* ce qui est inconrestable par ce que nous avons dit ci-dessus.

Gesner appelle notre Plante *Malum non florentem, tamen fructificantem*, dénomination erronée, qui s'accorde avec le nom de *Pomme-figue*, qu'elle porte en François, & qui indique un fruit né sans fleur, c'est à dire, sans efflorescence petaloïde, suivant l'expression dont on se sert en Allemand pour désigner la même Plante, *Apffel sonder Blüte.*

Tournefort nomme la fleur de notre Plante *fugace*, quoiqu'elle soit cependant fort durable, & suivant son hypothese, c'est une vraye *apetale*. Ce qu'on trouve dans l'*Histoire* des Plantes de *Jean Bauhin* est plus certain, & vaut beaucoup mieux; & à l'exception de *Camerarius*, personne n'a peut-être mieux rencontré que lui dans les paroles suivantes: *Elegans hoc mali genus e regio illo Illustriss. E. C. Wirtembergicæ horto Stuttgardiam a radice, (quibus abundare solet,) avulsis surculis & stolonibus in E. C. hortum Montebelgartensem transplantavimus. Et jam in pulchras arbusculas excrevere, quæ quarto anno loco florum, in fine Aprilis & initio Maji, protulerunt foliaceam muscosam quandam congeriem viridem, velut florum rudimentum quoddam, vel sane distinctum a reliquis floribus pomorum omnibus, vindicans, & calyculo longo quinquepartito subhirsuto,* &c. *Bauhin* va plus loin, & continuë en ces termes: *His (sc. rudimentis,) inter folia constitutis, & velut e sinu eorum emersis, succedunt singulis*

lis ferme annis fructus, seu poma, duas uncias alta & totidem lata, angulosa, ut quædam pene quadrata videantur, pediculo brevissimo, colore luteolo, carne tenera, acidula, sapida admodum, quod norunt & vespæ, & aliæ muscæ, quæ Julio & Augusto, quo tempore apud nos maturescunt, ea arrodunt. Solent carere seminibus. Enfin il ajoute à sa description ce qui suit: *Quid si semen non ferat, aut saltem non integrum atque perfectum, quod neque florem integrum, vel reliquarum malorum more formatum edat? Hæc causa ex interiori principio, (secundum* Thophrastum *& alios forte,) desumta. Est enim flos fructus principium, & prævia quædam dispositio. Sed cur non fert florem, aut talem, qualem ceteræ? Dic tu qui es Philosophus.*

Après avoir ainsi exposé tout ce qui peut répandre du jour sur l'état vicieux de la fleur de notre Plante, il ne me reste qu'un mot à dire sur l'usage que les Physiciens lui attribuent. Les Oeconomes, les Jardiniers, & tous ceux qui se piquent de délicatesse, ont tout à fait négligé pendant longtems cet arbuste, parce qu'il n'est point agréable à la vuë, ni son fruit au goût; & on l'a en quelque sorte abandonné aux Curieux qui s'appliquent à une étude particuliere de la Nature, pour en faire l'objet de leurs Expériences, & déterminer avec certitude tout ce qui concerne sa fécondation artificielle. Car les fleurs de notre Pommier dégénéré, vû la parfaite intégrité du *stigma* & de l'*ovaire*, sont parfaitement semblables aux fleurs femelles des autres Plantes, & remplissent exactement les mêmes fonctions. Pour s'en convaincre il n'y a qu'à planter des tiges de nos Plantes, qui ayent trois à quatre ans, & ne soyent pas encore formées en arbustes, autour de diverses especes de Poiriers, Pommiers, Néfliers, &c. on verra que l'année suivante elles porteront une quantité considérable de fleurs.

On

On ne doit point douter non plus, que les Pommes de notre arbuſte ne renferment des ſemences fécondes, propres à une propagation ultérieure, & qui, en les ſemant, produiroient une nouvelle eſpece, ou variété de pommes, jusqu'à préſent inconnuë. Ainſi notre Plante, quoique vicieuſe & dégénérée, n'auroit qu'à être cultivée pour devenir le principe fécond de pluſieurs changemens, qui fourniroient des preuves nouvelles & inconteſtables de l'analogie qu'il y a entre la génération des Plantes & celle des Animaux.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES SUR DES PIERRES TROUVÉES DANS LES DIFFÉRENTES PARTIES DU CORPS HUMAIN.

PAR M. MECKEL.

Traduit du Latin.

Il n'y a presque aucune partie du Corps humain, où l'on n'ait trouvé des pierres. Il s'en rencontre jusques dans la plus mollasse du Corps, dans le viscère le plus subtil, c'est le Cerveau, où la glande pinéale est souvent pierreuse, ou mêlée dans sa substance de petits grains de sable. Plusieurs Anatomistes ont même trouvé cette glande entierement pétrifiée, en dépit de l'hypothese Cartésienne, qui en avoit fait le siège de l'ame. Pour moi, je l'ai seulement observée fort souvent composée en quelque sorte de grains de sable, & de sa substance corticale; & me proposant de rendre compte dans ce Mémoire des concrétions pierreuses que j'ai observées dans plusieurs parties du corps humain, je vais commencer par celles du cerveau.

Plusieurs Anatomistes, & entre autres Mr. *Güntz*, (*) célébre Médecin du Roi de Pologne à Dresde, ont observé la glande pinéale pétrifiée, ou plutôt remplie de petites pierres, dans des cerveaux humains de personnes qui avoient été insensées pendant leur vie, & qu'on avoit disséquées après leur mort. Comme ces sortes d'Observations souvent réïtérées peuvent servir à faire mieux connoitre l'usage de diverses

(*) Voyez le Programme pour la Dissertation de Mr. le Docteur *Gernet; de siccitatis senilis effectibus.* Lipsiæ 1753.

verſes parties du cerveau, je vais en rapporter quatre que j'ai faites l'hyver dernier.

I. Une femme âgée de cinquante ans, devenuë folle longtems avant ſa mort, n'avoit eu d'ailleurs aucune partie du corps attaquée, à l'exception de l'enflure des pieds. Le cerveau ne donnoit aucune marque de ſa deſtruction; ſeulement ſes veines étoient remplies d'un ſang noir: mais dans la glande pinéale il y avoit trois grains de ſable, qui avoient la couleur & la dureté de petits cailloux, & qui étoient de la groſſeur d'un ſixième de lentille.

II. Dans le corps d'un autre homme, qu'on avoit toujours tenu enchaîné, parce qu'il étoit furieux, d'ailleurs robuſte & gras, il n'y avoit rien à remarquer que les yeux rouges & gonflés de ſang; les viſcères n'indiquoient aucune deſtruction viſible dans la ſubſtance. Les veines de la ſurface du cerveau étoient auſſi gonflées de ſang; mais la ſubſtance même étoit naturelle & ſolide. La glande pinéale n'avoit ſouffert aucune altération; & il ne ſe trouvoit aucune pierre dans ſa ſubſtance corticale, qui tenoit par ſes jambes aux thalames des nerfs optiques.

III. Une fille de huit ans, qui avoit été longtems folle, n'avoit de changement dans aucune partie du corps, que dans les glandes du meſentére, qui étoient ſquirreuſes; le poûmon droit étoit auſſi pourri dans ſon lobe ſupérieur. En injectant de la cire dans les vaiſſeaux du cerveau, la ſubſtance corticale ne montra aucune corruption, ni partie pétrifiée; la ſurface de la dure-mère étant polie & dans ſon état naturel.

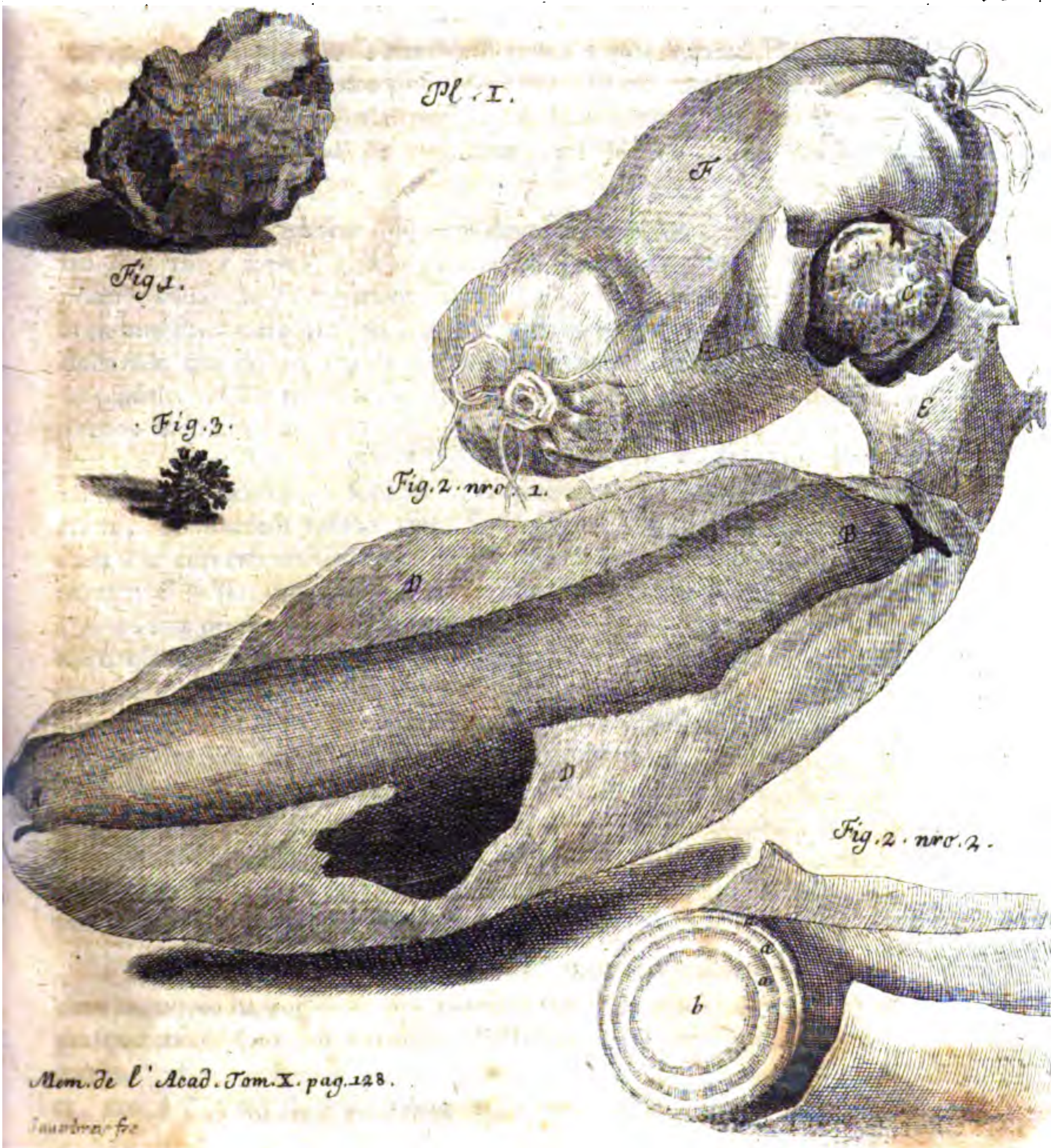
IV. Si l'on n'a vû que peu ou point de pierres dans les trois Obſervations précédentes, on peut dire que la quatrième en fournira pour toutes les autres; & je la crois unique dans ſon genre (*). Il s'a-

(*) On pourroit lui comparer celle de Mr. *Kerckring*, qui eſt la XXXV. de ſon *Spicilegium Anatomicum*; mais cette Obſervation eſt pourtant fort inférieure à la nôtre.

s'agit du corps d'un homme de vint-huit ans, qui avoit été fou furieux plusieurs années, & qui mourut à l'Hôpital des foux en Janvier 1754. C'étoit un corps qui montroit de l'embonpoint & de la vigueur; & il n'y avoit aucun changement visible dans les viscères du bas ventre & de la poitrine. Après avoir injecté les vaisseaux de la tête, je l'ouvris; & ayant ôté la partie supérieure du cerveau, au dessus des tentes de la cervelle, dans le lobe postérieur de l'hémisphère gauche du cerveau, derrière la glande pinéale, dans la corne postérieure du ventricule tricorne, une substance dure, inégale, envelopée dans une membrane forte, & environnée de la matiere bleuâtre du cerveau. Après avoir écarté tout ce qui l'environnoit, je vis une grande pierre
Fig. I. blanchâtre, raboteuse & inégale, comme la Figure ci-jointe la représente. La substance de cette pierre ressembloit à celle de la pierre ponce, & differoit de celle de toutes les autres pierres qu'on trouve dans le corps, étant fibreuse & fort legère, ne pesant que deux dragmes & dix-huit grains, & sa couleur ressemblant beaucoup à celle de la substance corticale du cerveau. La surface étoit outre cela garnie partout de petites pointes, qui sortoient de la substance. La membrane (*) qui lui servoit d'envelope, étoit pourvuë de quantité de vaisseaux sanguins, qui étoient en cohésion avec ceux de la pie-mère. Quant à la cause de sa formation, il est fort problable que les vaisseaux lymphatiques du cerveau, répandus dans la membrane qui envelopoit cette concrétion pierreuse, avoient exhalé leur liqueur dans la cellule; & que cette liqueur n'étant point absorbée par les veines, s'y est durcie & pétrifiée, comme cela arrive ordinairement à la lymphe croupissante du corps humain, & à celle du cerveau, ce que témoignent les pierres de la glande pinéale, & celles des artéres, dans lesquelles arrive souvent cette pétrification de la liqueur la plus subtile qui s'exhale entre leurs membranes. On conçoit par là, comment l'exhalation sensible de la liqueur a formé les pointes de la surface, par de petites additions continuelles, jusqu'à ce que la grandeur excessive de ces pointes a causé un

(*) Voyez Fig. I. *lit.* a, où l'on remarque un trou fait dans l'envelope membraneuse.

Tab. III.
ad pag. 94.



au excés d'irritation & de compression qui a terminé la triste carrière de ce misérable. A l'exception de cette pierre, que j'ai eu soin de conserver, je ne pus remarquer aucun changement dans le reste du cerveau. J'ai dessein de continuer, s'il plait à Dieu, ces sortes d'observations.

Mais, dès à présent, je crois devoir remarquer, que les pierres qui se forment dans la glande pinéale ne sçauroient guères être prises pour la cause de l'égarement des foux; vû qu'il n'y a rien de plus commun dans cette multitude de cadavres que nous avons occasion de disséquer, que de trouver de petites pierres dans la substance de la glande pinéale. Cela m'est arrivé souvent, en faisant la démonstration des parties de divers cerveaux, qui n'étoient point de personnes dont on sçut qu'elles eussent eu quelque aliénation d'esprit. Parmi les Observations précédentes, la seconde & la troisième, où il s'agit de fous furieux, combattent même cette supposition, puisqu'on ne trouva dans leur cerveau aucune trace de pierres, ni en général aucun changement. Cela fait voir qu'il ne faut qu'un dérangement imperceptible à nos yeux pour troubler l'esprit, & qu'il en peut résulter les mêmes effets que du cas indiqué dans la derniere Observation, où cette pierre raboteuse, suspenduë par les vaisseaux de sa membrane, en irritant continuellement la substance du cerveau, a mis le désordre dans la suite des pensées, & privé ce malheureux du jugement. On a plusieurs Observations de cas où la substance de la cervelle s'est durcie, sans que l'esprit en ait souffert; ce qui mène à cette conclusion, que la sécrétion du fluide nerveux requis pour les pensées se fait principalement dans le cerveau, dont la substance irritée, ou fortement altérée, répand la confusion dans les idées, & produit la folie.

Une espece de pierres tout à fait différentes, que l'on trouve dans les autres parties du Corps humain, ce sont celles de la bile, qui presque toutes sont inflammables, & la plûpart moins dures que les autres. Il y a entre ces pierres & les autres une fort grande différence, tant à l'égard de leur substance, que de leur forme, ou figure

ex-

externe. Les Anatomistes (*) en ont fait le sujet de plusieurs Observations; & je vais y ajoûter les miennes.

D'abord, quant à la figure externe & à la grandeur, j'en ai trouvé une extrèmement grande, formée par diverses couches de la bile endurcie * autour du noyau d'une substance encore plus dure. Cette pierre, qui étoit dans un corps hydropique, remplissoit toute la vesicule de la bile, & même la dilatoit. Sa figure étoit cylindrique, ayant ses deux extrèmités terminées en ovale. Celle qui étoit au fonds **, étoit moins polie que celle, *** qui regardoit vers le col. La pierre entiere étoit un peu courbée, comme la Figure I. † le fait voir; on l'y a dessinée exactement d'après nature. Elle étoit longue de cinq pouces & demi; & le diamètre de sa plus grande grosseur étoit d'un pouce & quatre lignes; sa circonférence avoit quatre pouces & demi. Elle pesoit une once & six dragmes. Sa substance étoit inflammable, laissant un charbon terrestre, & fort friable. Outre cette grande pierre qui remplissoit la vessie, il y en avoit une autre †† qui bouchoit tout à fait le conduit excrétoire de la bile, à l'endroit où il va percer le duodenum, dont le conduit étoit grossi jusqu'à neuf lignes de diamètre. Cette petite pierre, dessinée dans sa situation & grandeur naturelle, étoit de la même substance que l'autre, & sa figure ressembloit à la moitié d'une noix confite coupé en travers.

* Planche II. *Fig.* II. *lit.* a. a.

** *Fig.* I. *lit.* A.

*** Ib. *lit.* B.

† *Tab.* II. *Fig.* I.

†† *Tab.* II. *Fig.* II. *lit.* C.

J'ai trouvé encore dans un autre corps deux pierres de cette espece ovale, mais beaucoup plus petites, qui étoient tellement jointes ensemble, que le gros bout de l'une étoit situé dans une petite concavité de celui de l'autre. Mais elles étoient moins terrestres & plus inflammables que la précédente, laissant un charbon qui ressembloit à un peu de suye.

L'espèce la plus commune de pierres de la bile, est celle dont la forme est triangulaire, sphérique, ou platte. Les pierres de cette espece

(*) Mon digne Maitre surtout, Mr. *de Haller*, a donné une Collection d'Observations sur les pierres de la bile, dans son Programme pour indiquer la Dissertation de Mr. *Oeder*, en 1749.

espece étant brulées, ne laissent pas beaucoup de charbon, & brûlent comme de la cire d'Espagne. La couleur en est toujours brune, & la grandeur fort variable. J'en ai trouvé dans une vessie jusqu'à quatre-vingt deux, dans une autres trois grandes, dans une autre deux, les surfaces toutes bien polies, & comme marbrées.

L'inflammabilité de cette espece surpasse celle des pierres dont la couleur est blanchâtre; elles sont plus molles, & presque toujours irrégulièrement arrondies. Dans le corps d'un Vieillard, j'ai trouvé la vesicule de la bile toute pleine de ces pierres, & séche en dedans; & la vessie du même homme étoit toute remplie par une grande pierre. Dans un autre corps je trouvai deux pierres grosses & rondes, d'un demi-pouce de diamètre chacune.

Les plus inflammables, qui ne laissoient aucun charbon après elles, mais qui brûloient comme de la cire, ou s'écouloient comme de la poix, étoient celles qui par la couleur ressembloient aussi à la poix, & d'une figure cubique. J'en ai trouvé plus de cent dans une seule vessie, toutes de la même espece & figure. On trouve aussi de ces pierres cubiques, qui sont brunes, mais beaucoup moins inflammables & qui ne différent point dans leur substance des pierres triangulaires susdites.

Il n'y a pas grande différence par rapport à l'inflammabilité entre les pierres cubiques, couleur de poix, & celles de la plus petite espece, dont une vessie contient quelquefois plus de cinq cens, comme de gros grains de sable de différentes figures & grandeurs. Celles-ci étoient pourtant un peu plus jaunes que les pierres couleur de poix, tenant le milieu entre ces dernieres & les blanches.

Il reste l'espece de pierres de la bile les moins inflammables, qui sont tout à fait noires, ou d'un brun foncé, petites, dures, friables, & d'une surface inégale. Quelques unes sont comme crystallisées, ayant de petits crystaux, ou tubercules, attachés à un corps moyen *. *Fig. III.
Les pierres de cette espece que j'ai trouvées, ne brûlent pas, mais

à la flamme d'une chandelle elles étincelloient seulement, conservant la même grosseur.

Pour tirer à présent une conclusion des observations que j'ai faites sur ces différentes especes de pierres, je dis, que plus elles sont legères, plus aussi elles sont inflammables, approchant de la couleur de la poix, & exemtes de parties terrestres. Après celles-ci, les plus blanches, les plus polies, & qui sont aussi legères, ont le plus d'inflammabilité; mais elles différent des précédentes en ce qu'elles laissent un charbon, qui est pourtant moins grand & moins terrestre que celui des pierres brunes. Au contraire, plus les pierres sont grandes, & approchent de la couleur noire, moins elles sont inflammables, & plus elles contiennent de parties terrestres. Celles qui sont tout à fait noires, ne sont presque point inflammables. Ainsi les Expériences précédentes mettent en état de juger de l'inflammabilité de ces pierres par leur couleur & par leur lègereté. Cette qualité leur vient du principe inflammable du corps humain, c'est-à-dire de l'huile, ou de la graisse, absorbée par les vaisseaux, pour former la bile.

Je passe de cette espece de pierres à celles qui ne sont point du tout inflammables, mais qui consistent en un simple amas de parties terrestres du Corps, liées ensemble à l'aide de cette colle naturelle, qui se trouve dans la lymphe.

Les plus grandes & les plus communes de ces dernieres, ce sont celles qui se trouvent dans les parties qui servent à la séparation de l'urine, les reins, le bassin des reins, l'uretre, & la vessie de l'urine. Je vais décrire celles que j'ai eu occasion d'observer.

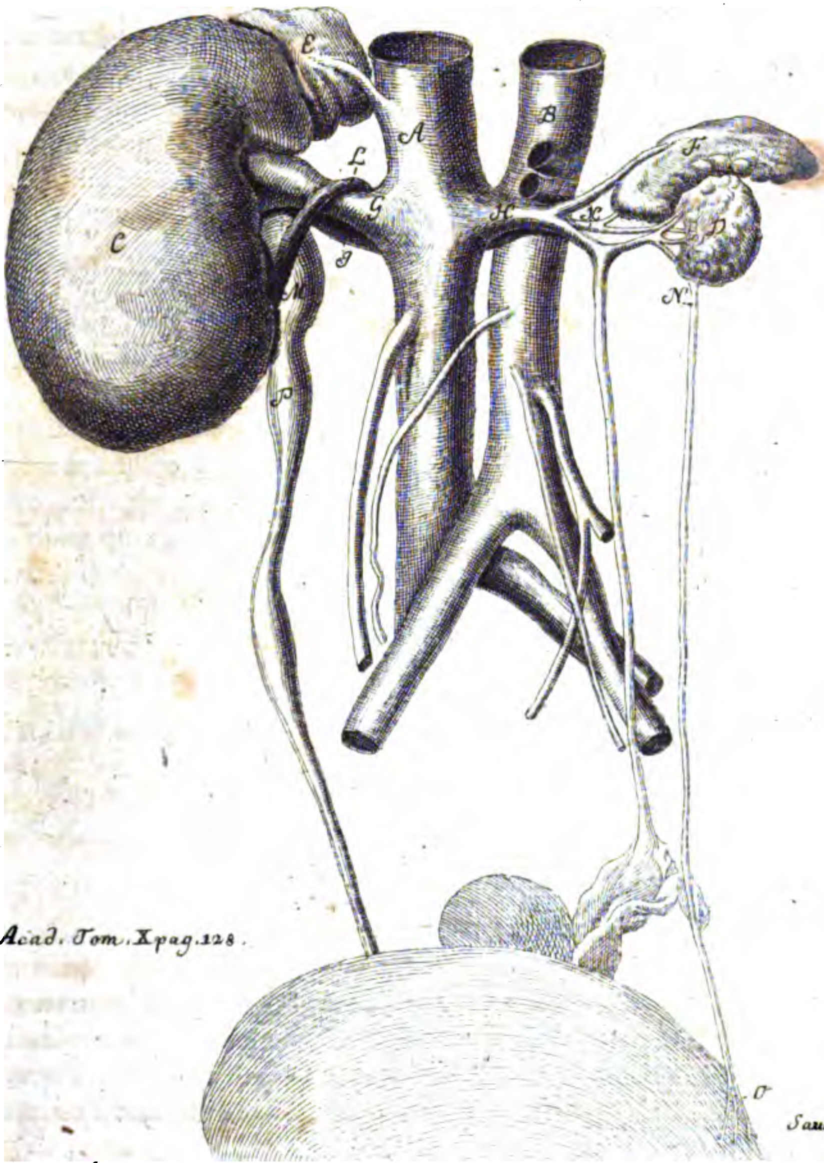
Je commence par un cas des plus singuliers, où le bassin du rein droit, avec ses trois branches, étoit rempli de quatorze pierres de différente grosseur & grandeur, sans aucune destruction de la substance du rein même. C'étoit dans le corps d'une femme de cinquante ans, dont le rein gauche n'étoit qu'une petite masse charnue, * sans aucune structure réguliere; car la substance tubulaire manquoit tout à

* Tab. III. Fig. I. lit. D.

fait

Tab. IV.
ad pag. 98.

Pl. II. a.



Mem. de l'Acad. Tom. X pag. 128.

Sauerbrey fec.

fait, & il n'y avoit que la vasculaire, ou corticale. Il n'y entroit que de petits vaisseaux sanguins, tant artères * que veines; ** & l'urethre à sa sortie n'étoit qu'un filet membraneux, *** solide, sans aucune cavité, qui se terminoit dans les fibres de la vessie de l'urine, à l'endroit qui s'appelle le sinus gauche.

* Tab. III. Fig. I. lit. K.
** Ib. lit. H.
*** Ib. lit. N.

Le rein du coté droit † étoit une fois plus grand qu'à l'ordinaire, & le bassin du rein †† sortoit de sa sinuosité. C'est dans le bassin *) qu'étoit située la plus grande des pierres susdites; elle commençoit par trois branches cylindiques, des trois branches membraneuses qui entrent dans le sinus rénal; **) ensuite elle se dilatoit, & finissoit au commencement de l'urethre, par un bout plus étroit, & arrondi, tel qu'on le voit dans la Figure ***). Elle étoit plus convexe à sa surface antérieure, & plus plate à la postérieure. Elle étoit toute inégale, & couverte de petits boutons jaunâtres, qui ressembloient à la matiere crusteuse qui se dépose ordinairement de l'urine. Les autres pierres remplissoient les conduits membraneux, ou rameaux du bassin rénal; les plus grandes étoient situées dans le supérieur; †) deux moins grosses occupoient le rameau du milieu; ††) & dans l'inférieur il y en avoit deux rangs, * celui d'enhaut de trois pierres, & celui d'embas de six, qui depuis la grosse pierre du bassin alloient, en diminuant de grandeur, aboutir au commencement de ce rameau. Toutes ces petites pierres avoient la surface plus polie que la grosse; & elles étoient incrustées de matiere précipitée de l'urine. Leur substance mise en poudre ne faisoit pas beaucoup d'effervescence avec l'eau forte, seulement au bout de quelques minutes, & laissoit au fonds une partie indissoluble; ce qui prouve qu'elle contenoit une terre alcaline, unie par une grande quantité de la colle, ou viscidité, du sang. Malgré toutes ces pierres, la substance tubulaire ** du rein jusqu'aux mammelons étoit tout à fait dans son état naturel, sans la moindre corruption, de sorte qu'après la compression de la substance tubulaire, les ouvertures des mammelons rénaux laissoient écouler leur liqueur ordinaire. L'urethre, étoit, comme on le voit dans la Figure, dilaté suivant son état naturel, & ne contenoit point de pierre, non plus que la vessie.

† No. I. lit. C.
†† No. I. lit. N.
*) Fig. II. lit. aa.
**) Fig. II. lit. b. c. f.
***) Fig. II. lit. S.
†) Fig. II. 1. 1.
††) Ib. 2. 2.
* Ib. 3. & 4.
** Fig. II. lit. R.

* *Tab.* IV. *Fig.* I. *lit.* A. Dans un autre Corps je trouvai le rein du côté droit * une fois plus grand; mais celui du côté gauche étoit environné d'une grande quantité de graisse, qui pénétroit jusques dans l'intérieur du rein. ** *Ibid. lit.* B. Après avoir ôté ce rein, ** je le trouvai d'une substance mince, & presque calleuse. *** *lit.* C. Le bassin de ce rein *** étoit élevé par devant, & inégal, † lit. *a. b.* & sur ce bassin les vaisseaux, † tant artères que veines, se distribuoient dans la substance du rein.

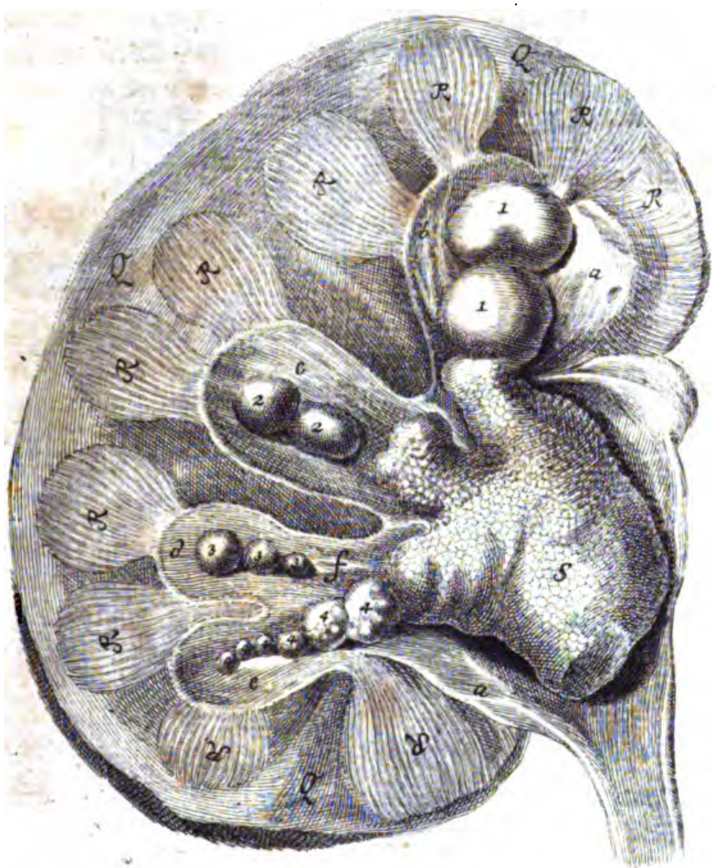
†† *Fig.* II. *lit.* A. Après avoir ouvert la membrane du bassin rénal, je trouvai une pierre inégale, †† d'une figure irréguliere, qui, vers la substance du rein, se terminoit en quelque maniere en deux grosses & courtes branches; vers l'urethre sa grosseur diminuoit, & il finissoit en ovale. Outre ††† *lit.* B. cette grande pierre, il y avoit une petite pierre presque ovale, ††† dans un sac particulier, qui communiquoit avec celui de la grande pierre. Ces pierres étoient incrustées d'une substance blanche, friable, qui ressembloit à de la chaux: la substance intérieure étoit plus dure, & semblable aux pierres selenites. La croute extérieure, mise en poudre, fermentoit d'abord avec l'eau forte, & se dissolvoit entièrement, au lieu que la substance intérieure résistoit longtems, & il en demeuroit au fonds une partie en poussière indissoluble: ce qui prouve que cette croûte blanche est d'une nature plus alcaline que la substance intérieure.

Outre cette sorte de pierres, j'en ai encore trouvé plusieurs autres dans des reins ulcérés; mais comme il n'y a rien dans la grandeur & dans la variété de ces pierres, qui approche des Observations que d'autres ont faites, je n'en ferai aucune mention, pour ne pas ennuyer les Lecteurs par des choses trop communes.

J'ajouterai seulement, pour faire connoitre la figure des pierres naissantes dans le bassin du rein, une seule Observation sur une pierre trouvée dans le bassin du rein gauche d'un homme de vint-quatre ans. Elle avoit parfaitement la figure d'une petite amande, dont la pointe étoit située au commencement de l'urethre. Du reste la substance étoit la même que celle des pierres dont je viens de parler. D'où l'on peut faci-

Tab. V.
ad. pag. 100.

Pl. II. b.

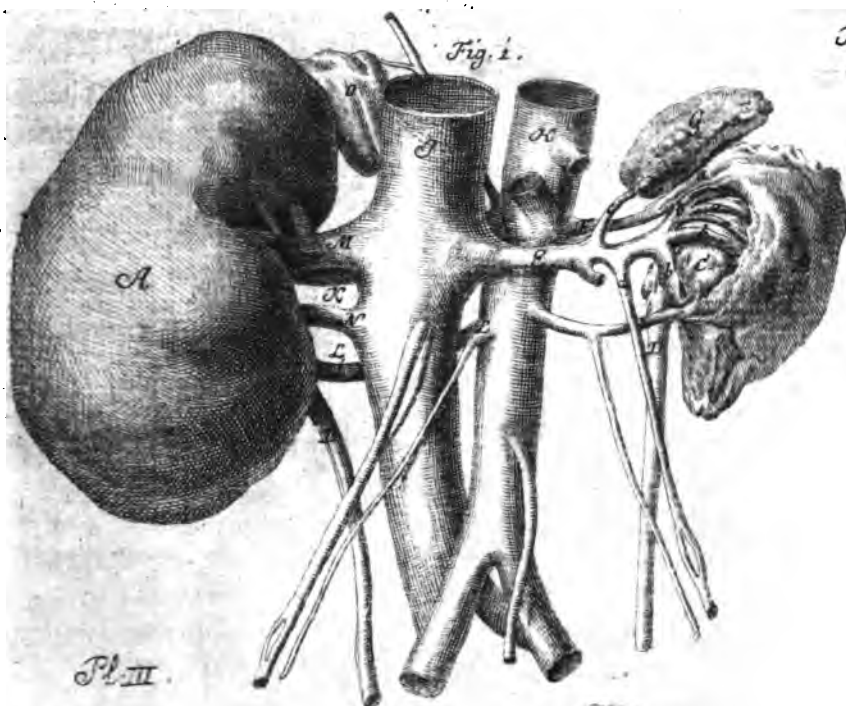


Mem. de l'Acad. Tom. X. pag. 128.

Sauerbrey fec.

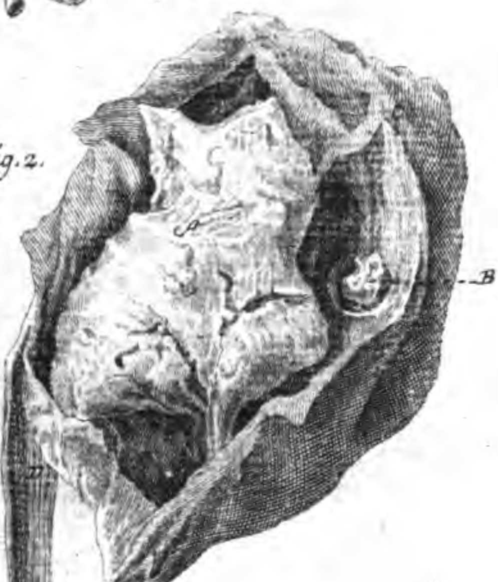
Tab. VI.
ad pag. 100.

Fig. 1.



Pl. III.

Fig. 2.

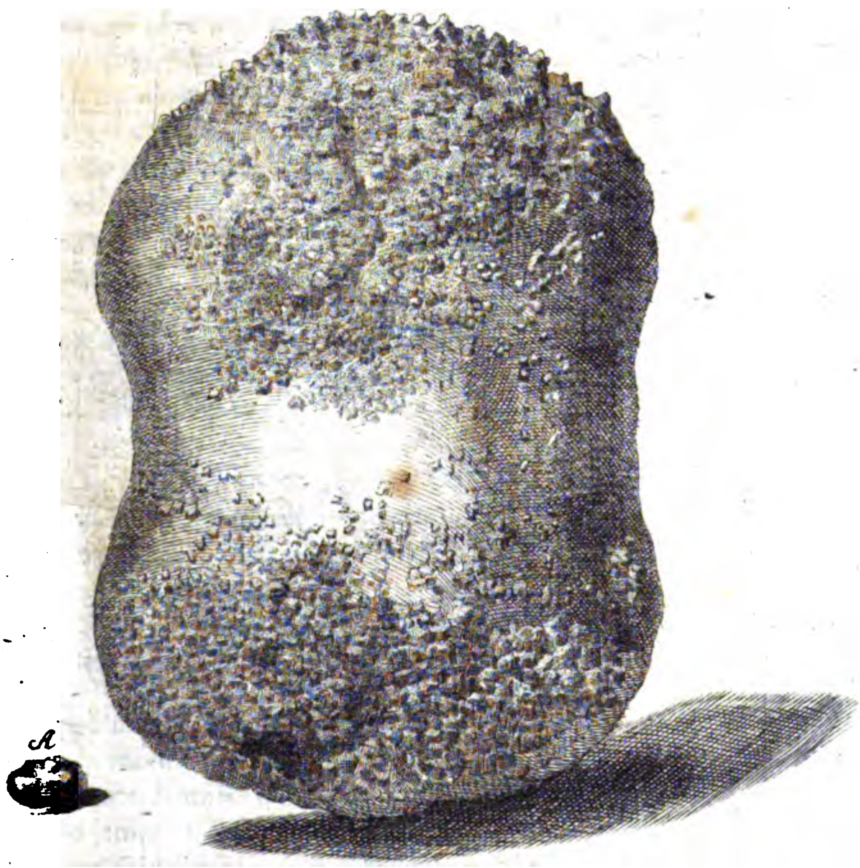


Mem. de l'Acad. Tom. X. pag. 128

Sauerbrey f.

Tab. VII.
ad pag. 101.

Pl. IV.



Mem. de l'Acad. Tom. X. pag. 128.

Sauerbrey fec.

facilement conclurre, que les pierres de cette sorte irritent extrêmement les parties membraneuses, tant par leurs pointes que par leurs bords trenchans.

Quant aux pierres de l'urethre, je n'en ai observé qu'une seule fois trois dans un enfant de sept ans. Après qu'on eut enflé l'urethre, on trouva que deux de ces pierres ne tenoient à rien, & que celle qui se trouvoit le plus proche de l'insertion dans la vessie étoit adhérente. La plus grande l'étoit trois fois plus qu'un pois, & d'une couleur blanche. L'urethre étoit dilaté à proportion des pierres qu'il contenoit, & serré à son entrée dans la vessie. Il n'y avoit rien dans celui de l'autre côté, de même que dans les reins, qui differât de la structure naturelle. Pour achever de traiter des parties qui servent à la séparation de l'urine, il ne reste que les pierres de la vessie à considérer. J'en ai remarqué de plusieurs sortes.

Dans un homme âgé de soixante quatre ans, maigre & épuisé, je trouvai toutes les parties du bas ventre adhérentes ensemble; la vessie étoit d'une substance lâche, environnée d'une grande quantité de graisse, remplie d'un corps dur. C'étoit une grande pierre, * de figure ovale comme la vessie, mais un peu plus étroite au milieu; sa surface étoit raboteuse, & elle pesoit 16 onces. Toute la vessie en étoit remplie; cependant elle n'étoit point serrée autour de la pierre, mais elle adhéroit lâchement, & étoit facilement dilatable. Il n'y avoit rien d'ailleurs d'enflammé, ni de gangréneux; sa couleur étoit naturelle; ses conduits étoient ouverts, tant les urethres que l'*uretra*.

* *Tab.* IV. *Fig.* I. & II.

La substance même de la pierre, mise en poudre, & mêlée avec de l'eau forte, ne montra d'effervescence qu'au bout de quelques minutes; mais, comme l'eau forte ne pouvoit la dissoudre toute, il resta au fonds un sable jaune, qui n'avoit souffert aucun changement. Cela prouve que la matiere terrestre de cette pierre n'étoit pas tout à fait alcaline, mais qu'il s'y trouvoit encore une autre sorte de terre mêlée. Quant à la couleur de la pierre, elle étoit jaunâtre, plus foncée

en dedans qu'à la surface. Son extrémité supérieure, la plus étroite, étoit toute garnie de petits boutons, dont chacun, en le détachant de la grande pierre, en formoit une petite à part. Il y avoit aussi de semblables petits boutons attachés à la surface postérieure de la grande pierre, près de la base. On peut conclurre de là, que la formation de cette pierre s'est faite par l'urine qui croupissoit dans la vessie; car sans cela l'accroissement n'auroit pû avoir lieu à l'extrémité supérieure de la pierre, comme on le voit par les boutons, ou élévations opposées par la matiere terrestre précipitée de l'urine, & collée à la masse entiere, au moyen de ce que l'urine y apporte de visqueux. La structure naturelle des reins & de l'uretére n'étoit point changée; ces parties étoient seulement environnées d'une immense quantité de graisse, d'une consistance plus solide qu'à l'ordinaire. Dans le même corps la vesicule de la bile étoit pleine de pierres blanches & inflammables.

Fig. II. lit. A.

La vessie d'un autre homme de vint-quatre ans étoit entierement remplie par deux pierres ovales, de la grosseur d'un oeuf de pigeon; elles étoient pressées par la vessie, qui se trouvoit ce qu'on appelle racornie de l'épaisseur d'un doit; ce qui lui donnoit la force de résister à son extension, au point qu'elle n'étoit pas plus grande que la vessie d'un enfant de quatre ans, tant elle étoit serrée & solide. Elle étoit entourée d'une grande quantité de graisse solide, & comme condensée, quoique le reste du Corps fut maigre & épuisé. Sa couleur en dehors étoit grisâtre, & sa substance moins dure que celle de l'autre. L'Expérience avec l'eau forte fit voir qu'elle étoit plus alcaline que la grande; cependant elle laissa au fonds une matiere indissoluble.

Ces deux Observations découvrent, premièrement la diversité des états où la vessie se trouve, lorsqu'elle est remplie de pierres; & ensuite, comment de grosses pierres peuvent être contenuës dans la vessie, sans causer des douleurs exorbitantes, au lieu que les petites en excitent de terribles. La continuation de cette irritation va jusqu'au point de détruire le ressort naturel des fibres musculaires de la vessie, de la relâcher,

cher, & de laisser ainsi ouverte l'entrée & la sortie de l'urine. Mais, dans la seconde Observation, l'irritation n'ayant pas encore causé de relâchement, a produit la contraction convulsive de la substance de la vessie ; ce qui sert à montrer de plus en plus, que la douleur n'augmente pas à mesure que les pierres s'aggrandissent, mais qu'au contraire une petite pierre cause souvent beaucoup plus de douleur qu'une grande, qui à la fin n'agit presque que par son poids dans la vessie relâchée & insensible.

Une autre conclusion qu'on peut tirer des Observations précédentes, concerne l'usage de la graisse autour de ces parties irritées par les pierres. Il est aisé de concevoir, qu'en vertu de l'irritation que les pierres excitent dans les parties membraneuses, qui sont si sensibles, le sang coule plus vîte, & en plus grande quantité, par les vaisseaux de ces parties ; qui étant empêchés par la compression de laisser passer librement les particules du sang, déposent les plus immobiles, qui sont celles de la graisse, dans la cellule adipeuse du rein ; ce qui augmente cette secrétion de beaucoup. La graisse ainsi déposée par les vaisseaux de la membrane cellulaire des reins, aussi bien que de celle qui est autour de la vessie, servent de remède naturel contre les douleurs causées par la pierre, en relâchant & amollissant les parties membraneuses convulsivement serrées autour de ces corps durs & inégaux. C'est ce que nous imitons en donnant à de tels malades des remèdes huileux & amollissans.

Je passe à la troisième & derniere sorte de pierres que j'ai trouvées dans la vessie. C'étoit dans un homme d'environ quarante ans, aussi maigre & épuisé, mais qui n'avoit d'ailleurs aucune partie du Corps visiblement gâtée. Après avoir démontré dans ce corps la situation naturelle des parties du bas ventre, je trouvai au fonds de la vessie, ou à son extrémité supérieure, une pierre ovale renfermée dans cette partie de la vessie si fortement, qu'elle sembloit être située dans une cavité séparée ; car je ne pouvois venir à bout de la presser pour la faire entrer dans la cavité inférieure, vers la base de la vessie. Je ne dou-

doutai point alors; que j'allois trouver une de ces sortes de pierres, dont l'extraction est le plus difficile, parce qu'elles sont adhérentes aux membranes de la vessie, ou enfermées par ces membranes, comme plusieurs Opérateurs l'ont observé dans des vessies ulcérées. Après avoir tiré la vessie du corps, je l'ouvris de la base en haut, & j'y trouvai une quantité d'urine qui remplissoit sa partie inférieure. Laissant donc le fonds entier, je fus tout étonné de voir la vessie dans un état parfaitement naturel, sans aucune exulcèration, ou inflammation de sa surface interne C'étoit la substance entiere du fonds de la vessie, qui s'etant resserrée autour de cette pierre, formoit un sac ovale au fonds de la vessie; la pierre étoit renfermée dans ce sac, dont l'ouverture vers la cavité de la vessie formoit presque un autre col, par la substance de la vessie qui s'étoit rétrécie & plissée. Pour sçavoir si la substance de la vessie etoit blessée dans ce sac, ou si la pierre y étoit adhérente, j'ouvris le sac sur la pierre, mais je ne trouvai aucune adhèrence de la pierre à la vessie; elle étoit libre, environnée seulement de la substance de la vessie, qui étoit tout à fait naturelle, excepté qu'elle avoit plus d'épaisseur dans cet endroit que dans le reste de la vessie, à cause du rétrécissement des fibres musculaires autour de la pierre. Vers la partie inférieure de la cavité de la vessie, au dessous de la pierre, les fibres musculaires transversales de la vessie, par leur contraction avoient formé un sphincter, qui serroit l'ouverture inférieure du sac.

Quant à la pierre même, elle étoit tout à fait diffèrente de celles dont j'ai parlé ci-devant. Elle étoit presque de la grosseur d'un oeuf de poule, blanche, incrustée d'une substance friable, ayant beaucoup de ressemblance avec du tuf. L'épaisseur de cette substance friable étoit à peu près de la huitième partie d'un pouce, & contenoit une substance plus solide & plus dure. La matiere qui formoit la croute de la pierre, mise en poudre, fut d'abord dissoute dans l'eau forte, avec une effervescence subite, ce qui prouve sa nature alcaline; mais la matiere intérieure résistoit davantage à la solution, à cause que ce qu'elle avoit de terrestre étoit combiné par plus d'humeur visqueuse.

Cette Observation mérite bien que j'en tire des conséquences utiles qu'elle fournit pour l'opération de la taille. On voit assez, que par l'opération qui se pratique dans les appareils, où l'on fait l'incision du col de la vessie dans sa substance, on n'auroit pû tirer cette pierre avec la tenette, sans que la vessie même eut suivi, & qu'ainsi il auroit falu renoncer à l'opération ; car d'ouvrir avec la tenette l'orifice inférieur du sac, qui étoit si étroit, & si contigu à la pierre, c'est ce qui n'auroit pas été praticable. Ainsi donc, comme le même cas pourroit encore se présenter, quand on se voit empêché d'embrasser la pierre avec la tenette à cause des membranes qui l'environnent, avant que de travailler à la tirer, il seroit toujours à propos d'injecter des liqueurs émollientes, comme du lait tiède, cuit avec des racines, ou herbes émollientes, pour relâcher les fibres de la vessie serrées autour de la pierre, afin qu'en dilatant la vessie entiere avec cette liqueur, le sac de la pierre puisse s'ouvrir, & la laisser tomber dans la cavité de la vessie, pour donner prise à la tenette. Il est fort probable, que ce cas a eu lieu, presque toutes les fois que des Opérateurs habiles n'ont pas pû parvenir à la pierre même, sans tirer la vessie avec elle ; & il est aussi difficile de comprendre, qu'une grosse pierre puisse être adhérente à la substance de la vessie, sans être renfermée dans un sac séparé de la cavité de la vessie.

On peut encore remarquer ici, qu'il ne sçauroit y avoir de meilleur moyen pour réüssir dans l'extraction de cette sorte de pierres, que l'opération du haut appareil, par laquelle on parvient à l'endroit même de la vessie, qui renferme la pierre, au lieu qu'on n'y atteindroit jamais par l'opération de ceux qui commencent l'ouverture au col de la vessie. On pourroit objecter la résistance qu'apporteroit la vessie à l'extension nécessaire, dans l'opération du haut appareil ; mais les deux Observations précédentes, celle de la grande pierre, & celle-ci, font voir que la vessie qui contenoit la grande pierre se dilatoit très facilement, & sans aucune résistance, au lieu que celle qui contenoit les deux petites, résistoit avec une force extrême à son extension. De

même la vessie, au fonds de laquelle il y avoit une pierre contenue dans un sac, se dilatoit très facilement dans sa partie inférieure, où ses fibres étoient fort relâchées sans aucune contraction. Ajoûtons que la grande pierre n'auroit jamais pû être tirée par une autre opération que par celle du haut appareil.

Ce sont là les pierres les plus fréquentes dans le corps humain, c'est à dire, celles qui se trouvent dans les parties qui servent à la séparation de l'urine; mais il s'en trouve d'autres de la même substance, qui sont plus rares, & dont on a pris quelques unes pour des ossifications. Commençons par celles qu'on rencontre dans la substance du Cœur & des Muscles.

J'en ai trouvé deux dans le Cœur humain. Un homme de quarante huit ans étant mort étique, par une suppuration carieuse des os du tarse, je trouvai son cœur d'une substance lâche, mais d'ailleurs garni de graisse comme à l'ordinaire. L'ayant ouvert, j'observai que le bord de l'ouverture véneuse du ventricule gauche, ou postérieur, étoit dure & plus épaisse qu'à l'ordinaire. Cela me persuada que sa structure n'étoit pas naturelle, & l'ayant examiné avec soin, je trouvai, dans la partie postérieure de ce bord, là où la valvule mitrale postérieure est adhérente, un cylindre irrégulier, d'une substance pierreuse, formé de petits grains de sable. Ce cylindre étoit autour de l'orifice susdit, dans la substance musculaire même du ventricule, tout environné des fibres qui la composent. Mais outre cela il s'étendoit encore dans la duplicature même des valvules mitrales du ventricule postérieur. Cette pierre sablonneuse étoit donc principalement renfermée dans la substance musculaire du ventricule gauche, à la partie postérieure de l'orifice auriculaire, ou véneux, du cœur: de là elle continuoit de la partie postérieure de l'orifice à l'inférieure, où les deux valvules mitrales communiquent ensemble; & elle devenoit plus inégalement cylindrique, en se courbant à proportion de la courbure de l'orifice. La pierre s'étendoit ici de la substance musculaire du bord

dans l'interstice de la valvule mitrale. Elle se terminoit à l'orifice artériel du ventricule postérieur, qui est l'ouverture de l'aorte, avec la substance musculaire du cœur, dans laquelle elle étoit située ; son volume allant toujours en diminuant, & finissant irrégulierement de même qu'au bord supérieur, où elle aboutissoit pareillement à l'ouverture de l'aorte. Il y avoit encore plusieurs faisceaux musculaires du cœur, qui s'attachoient à la membrane étenduë autour de cet anneau pierreux ; venant de la surface intérieure du cœur pour former les valvules mitrales. De ces faisceaux l'un couvroit une partie de la pierre dans la substance même du cœur. Les valvules semi-lunaires de l'aorte n'étoient point changées, à l'exception d'un petit demi-cercle d'une humeur endurcie à l'adhésion de deux de ces valvules de l'aorte, & qui n'étoit d'aucune importance. Mais il y avoit quelques unes des fibres tendineuses, qui vont des muscles du cœur aux valvules mitrales, qui étoient pétrifiées, près de l'origine des muscles. La même chose étoit arrivée dans le ventricule droit, à un des tendons des valvules triglochines, dont la structure étoit d'ailleurs naturelle.

Dans un autre homme âgé de cinquante deux ans, qui avoit le coeur robuste & gras, je trouvai, en démontrant sa structure, le bord de l'orifice auriculaire du même ventricule gauche dur. Après avoir disséqué la substance musculaire, je trouvai un anneau cylindrique, ouvert vers l'orifice de l'aorte, semblable au précédent, tant par sa substance que par sa situation autour de l'orifice véneux du ventricule postérieur. La substance musculaire du ventricule environnoit cet anneau cylindrique, qui finissoit vers l'orifice artériel par deux bouts plus étroits, & qui alloient en diminuant de grosseur. Quant à sa figure, il étoit un peu plus cylindrique que celui de l'Observation précédente ; mais il n'avoit pas un contour parfaitement ovale autour de l'orifice : il étoit plutôt angulaire.

La substance de ces deux anneaux pierreux du cœur ressembloit à celles de pierres sablonneuses de la vessie, étant blanche, & se dissol-

vant avec effervefcence dans l'efprit de nitre. Elle étoit renfermée dans une membrane cellulaire, & gardoit fa figure dans cette enveloppe; mais, après l'ouverture de la membrane, elle fe fépara en petits grains fablonneux. Il n'eft pas difficile d'en expliquer l'origine; elle eft la même que celle des pétrifications que l'on trouve entre les membranes des artères, & elle vient de la liqueur qui s'exhale dans la cellulaire, où n'étant pas abforbée, elle dépofe fa partie terreftre, qui étant liée enfemble par la colle naturelle de la lymphe, forme les pierres de cette efpece.

Si l'on veut rechercher l'effet de ces anneaux pierreux du cœur, ils ne fçauroient faire autre chofe que de donner une attache plus ferme aux fibres mufculaires, dont quelques unes cependant par la compreffion pourroient être détruites, ou empêchées d'agir librement.

C'eft ici que je dois naturellement placer une autre Obfervation que j'ai faite fur des pierres trouvée dans le mufcle du femur. C'étoit dans le corps d'un homme plus que fexagénaire, qui avoit eu les jambes roides dans l'articulation du genou, & enflées, avec les vaiffeaux fort folides. Les mufcles du femur étant préparés des deux cotés, je trouvai dans plufieurs des duretés blanches, cylindriques, de la groffeur d'une ligne & demie, ou moins, & de différente longueur d'une ligne jufqu'à trois, Elles étoient fituées dans la cellulaire des mufcles, & principalement dans celui du grand feffier, du fartorius, du crural, & des vaftes du pied gauche. Dans la cellulaire du droit, ces duretés n'occupoient que le fartorius. Il y en avoit quatre dans ce mufcle, & j'en trouvai plufieurs dans les autres. En les examinant, je les trouvai femblables à celles du cœur, d'une matiere pierreufe, renfermée dans une cellule membraneufe oblongue. Dans les mufcles du tibia il n'y en avoit aucune, ni dans ceux de la plante du pied. Leur forme, ni leur fubftance, ne différoient point de celles des concrétions pierreufes du cœur.

C'eft

C'est la même matiere qui forme les glandes bronchiales pétrifiées, qui sont la chose du monde la plus commune, & la plus ennuyeuse pour les Anatomistes dans la préparation des nerfs du cœur. Elles sont placées principalement à l'angle de la division de la trachée artère. On trouve rarement des cadavres, surtout dans ce païs, où ces glandes ne soyent pas durcies & pétrifiées, ou remplies & comme entremêlées d'un sable, auquel la liqueur de ces glandes donne une teinture noire, & qui devient blanchâtre dans celles qui sont tout à fait pétrifiées. Peut-être que la poussière la plus déliée que nous respirons avec l'air, obstruë les plus petits canaux excrètoires de ces glandes dans la trachée artère; & quoique cette poussière même n'entre pas dans les canaux, elle empêche la sortie de la liqueur lymphatique, qui en croupissant devient dure & pierreuse.

Entre les tuniques des boyaux, principalement du colon, j'ai trouvé plusieurs fois de petites pierres, rassemblées en grande quantité dans quelques endroits, & qui avoient l'apparence de petites glandes pétrifiées.

Dans d'autres Corps j'en ai trouvé entre les deux lames du ligament de la trompe de *Fallope*, dit l'aîle de chauvesouris. Ces pierres, rondes, & grosses comme un pois, étoient environnées de fibres presque musculaires. Un sang dur & caillé formoit l'envelope; & la matiere pierreuse, lorsqu'on la comprimoit fortement, se divisoit en plusieurs petits grains de sable. Ces pierres, qui n'ont d'autre cause que la lymphe exhalante dans la cellulaire de ces ligamens, & condensée par la stagnation, autour de laquelle le sang extravasé forme des fibres charnuës & solides, servent à prouver que dans toutes les parties du Corps, les liqueurs les plus fixes & les plus fluides, comme sont celles qui s'évaporent par les petits vaisseaux exhalans, peuvent former une matiere pierreuse.

La liqueur seminale même de l'homme n'est pas exemte de ce changement. On rencontre fort communément, dans les vesicules

feminales des Vieillards, & des ceux qui ont eu des maladies chroniques, des concrétions pierreuses cylindriques, qui remplissent une partie de ces vesicules. Ces pierres sont blanches, mais moins dures que celles qui se trouvent dans les poûmons, dans les reins, &c. Elles ne sont pas non plus inflammables, & font ainsi un genre différent de celui des pierres qu'on trouve dans les parties de l'urine, & de celui des pierres du fiel. La partie visqueuse du sang entre davantage dans leur composition que la partie terrestre.

Il faut dire encore un mot des croûtes pierreuses que j'ai trouvées dans les artères. Elles différent quant à la figure de la derniere sorte de pierres dont j'ai parlé; mais leur substance & leur origine sont les mêmes. On a coûtume de les nommer ossifications des artères, mais ce sont véritablement des concrétions pierreuses formées par la lymphe du sang; comme M. *Winckler* l'a démontré (*).

Je passe sous silence les croûtes pierreuses que j'ai trouvées près du cœur dans l'aorte, me réservant d'en parler dans d'autres Observations Anatomiques sur le cœur & ses grands vaisseaux. Les petits morceaux pierreux que l'on trouve fort souvent dans les grands rameaux de l'aorte, à la sortie de leurs troncs, sont trop communs pour en faire mention. Je n'ai pas encore eu le bonheur d'observer moi-même le cas de la pétrification de toutes les grandes branches de l'aorte avec le tronc; seulement, dans une femme de septante ans, j'ai vû la partie de l'aorte qui continuë par le bas ventre, entièrement pétrifiée, depuis l'origine de l'artère mésentérique supérieure jusqu'à sa division dans les artères iliaques. Le canal de l'aorte, situé entre la musculaire & la nerveuse, étoit entièrement formé de cette matiere pierreuse. L'ouverture de l'artére mesaraïque supérieure étoit bouchée par la substance endurcie entre sa membrane musculaire, & la nerveuse interne; &

(*) Dans sa Dissertation, imprimée à *Göttingen* en 1747. qui a pour titre: Adolphi Bernhardi Winckler *de Vasorum corporis humani lithiasi.*

& il ne restoit qu'un tiers de cette ouverture de libre. Mais l'inférieure n'avoit souffert aucun changement, étant tout à fait ouverte, & plus large qu'à l'ordinaire, pour fournir aux boyaux le sang qui leur manquoit de la part de l'ouverture supérieure.

Un autre Corps avoit toutes les artères coronaires du cœur pétrifiées jusqu'à leur division dans les petits rameaux ; mais l'aorte n'avoit que de petits fragmens pierreux dispersés entre ses membranes. Le cœur, qui étoit relâché, avoit plusieurs taches blanches, ou vesicules remplies d'une liqueur lymphatique blanche ; ce qui ne pouvoit manquer d'avoir lieu, dès que la contraction des artères coronaires cessoit de pousser le sang dans les veines & dans les plus petits vaisseaux lymphatiques de cœur ; ces veines & ces vaisseaux, privés du secours de la force des artères susdites, laissoient couler leur liqueur dans la cellulaire, dessous la membrane externe du cœur.

DESCRIPTION
D'UN
MONSTRE CYCLOPE
MIS AU MONDE À BERLIN LE 19. DE FEVRIER DE L'ANNÉE MDCCLV. (*)

PAR M. ELLER.

Quoique la génération des Monſtres de l'eſpece humaine ne ſoit pas une choſe ſi extraordinaire, qu'on ne la voye arriver de tems en tems, & qu'on n'en prenne occaſion d'accuſer la Nature d'avoir été interrompuë dans ſes opérations régulières, mais, dit-on, par des cauſes inconnuës & impénétrables à nôtre eſprit; je me flatte néanmoins de pouvoir ſoutenir, que le Monſtre dont je vais donner ici la deſcription, eſt un des cas les plus rares & les plus extraordinaires, qu'on ait jamais vû dans ce genre.

C'étoit un fœtus de huit à neuf mois, du ſexe maſculin, dont la tête énorme & le viſage affreux effrayerent tous ceux qui les virent. Car, entre la bouche & un front extrèmement large, il étoit pourvu d'un oeil unique, bien fendu & grand, un peu tortu, plutôt rougeâtre que blanc, enfoncé dans un trou quarré, ſans être couvert de ſourcils, ou de paupiéres, (quoique ces parties n'y manquaſſent pas

(*) On a crû ce Mémoire trop curieux pour en retarder la publication. Il a été lû dans l'Aſſemblée publique du 5 Juin de l'année dernière. La diſſection du Monſtre, & la deſcription de ſes parties, ont été faites par M. le Docteur *Roloff*, aggrégé depuis à l'Académie.

Tab. I. a
ad p. 112



Tab. I b.
ad p. 112.



Mem. de l'Acad. Tom X p. 128

pas entiérement,) mais roidement ouvert, & d'un regard atroce & menaçant, de sorte qu'on peut fort bien lui appliquer la description exprimée par ces vers de Virgile, dans le troisième livre de son Eneïde:

Monstrum horrendum, informe, ingens, cui lumen ademtum,
Lumen, quod torva solum sub fronte latebat.

Immédiatement au dessus de cet oeil farouche, se trouvoit une excrescence, ou production de chair assez épaisse & cylindrique, qui représentoit au naturel une espece de priape, étant pourvuë d'un canal ouvert en forme d'urethre, d'un gland, & d'un prépuce, qui à cause de sa situation, quoique mobile & flottant, couvroit la plus grande partie de cet oeil effrayant. Comme si la nature honteuse de son ouvrage avoit voulu cacher son erreur sous un masque, quoique plus honteux encore, & bien mal placé.

La peau extérieure de la tête, couverte des cheveux, étoit tout à fait détachée de la partie postérieure du crane, de sorte qu'elle formoit une espece de calotte, ou bonnet large & retroussé, qui descendoit au delà de la nucque.

D'ailleurs ce monstre paroissoit avoir beaucoup de ressemblance avec le *Polyphéme* de la fable, lequel étoit le plus hideux des Cyclopes, & qui ayant une ame plus laide encore que son corps avoit dévoré, selon la tradition d'*Homére*, les infortunés compagnons d'*Ulysse*, & menaçoit d'un sort pareil ce fameux Prince d'*Itaque*: & je ne doute point, que si cet illustre Poëte de la Grece avoit eu l'avantage dans son tems, d'avoir vû réellement exister un Cyclope tel que le nôtre, il n'eut moulé son *Polyphéme* d'après cet original, & il l'auroit décoré peut-être de fictions bien plus merveilleuses encore.

Quant à l'origine de nôtre *Polyphéme*, il ne devoit son être ni à *Neptune*, ni à la Nymphe *Thasse*, comme celui d'Homére, mais à la femme d'un pauvre Ouvrier en laine, nommé *Horrack*, l'un & l'autre originaires de Bohéme. Cette pauvre femme, âgée de trente

 ans,

ans, après un accouchement très laborieux, fut délivrée de cet enfant monstrueux le 19. de Fevrier de l'année présente, dans le neuvième mois de sa grossesse, ayant déjà mis au monde deux enfans pleins de vie & de santé pendant un mariage de cinq ans.

La longueur de ce fœtus monstrueux étoit de deux pieds & quatre pouces; & celle de la tête qui étoit fort grande, montoit à un pied & trois lignes; en y comprenant la coëffe.

Cette grandeur de la tête, à proportion des autres parties du corps, a été causée sans doute par un Hydrocephale, ou par une collèction de lymphe, qui se trouvoit non seulement dans la cavité du crane, mais aussi entre la peau de l'os occipital & le péricrane, de façon que cette peau s'étoit détachée des os du derriére de la tête, & se laissoit tirer par dessus ces os comme une calotte.

La couleur du visage étoit d'un beau rouge, surtout du côté gauche: le côté droit se montroit plus pâle & maigre: la lévre supérieure étoit épaisse & grande, & la jouë droite descendoit plus bas que la gauche.

Dans ce même visage on rencontroit deux plis courbés en forme d'arc, dont l'un étoit situé entre la bouche & le menton, & l'autre au dessus du *mystax*.

Quatre ou cinq lignes au dessus de l'ouverture de la bouche, & presque au milieu du visage, se montroit un trou quarré d'une figure rhomboïde, dans lequel l'oeil unique étoit placé. Ce trou étoit composé de quatre paupiéres, sçavoir d'une paupiére supérieure droite & gauche, & d'une paupiére inférieure droite & gauche. Elles étoient separées l'une de l'autre par quatre angles, dont le premier se trouvoit au haut, le second au bas, le troisiéme à droite, & le quatriéme à gauche de l'oeil. Toutes ces quatre paupiéres étoient garnies à leur bord intérieur d'un tarse cartilagineux, où l'on pouvoit fort bien distinguer les petits conduits des glandes *Meibomianes*. Elles n'étoient pourtant pas suffi-

suffisantes pour couvrir l'oeil, parce qu'elles avoient trop peu de largeur pour cet effet.

Le globe de l'oeil, plus grand que l'oeil ordinaire d'un enfant nouvellement né, étoit pourvû de deux glandules lacrymales, dont l'une un peu plus grande se trouvoit dans l'angle droit, & l'autre dans l'angle gauche de l'orbite. Sa membrane conjonctive, qui tapissoit en dedans les quatres paupiéres, étoit toute rouge, & formoit au fond de l'angle inférieur un petit corps un peu dur & rond, qui représentoit en quelque façon une caroncule lacrymale.

La Cornée ne se trouvoit pas justement au centre de la Sclérotide, mais plus près de l'angle droit de l'oeil que du gauche, & étoit d'une figure ovale.

La Prunelle étoit tout à fait resserrée dans son centre : & à l'endroit où l'Iris se détache ordinairement de la Choroïde, on rencontroit une espece de membrane grisâtre qui occupoit tout l'espace de l'Iris & de la Prunelle.

L'humeur aqueuse aussi bien que l'humeur vitrée ne montroient rien d'extraordinaire : mais le Crystallin étoit plus grand & plus convexe que dans l'état naturel, d'une couleur brunâtre, & point transparent.

A' la distance d'une ligne environ de l'angle supérieur de l'oeil, là à peu près où la racine du nés touche le front dans un visage ordinaire, se montroit ce nés postiche, sous la forme d'un Priape flasque & mobile, occupant la place du nés qui manquoit, & cachant en quelque façon cet oeil effrayant, pour le rendre plus affreux encore.

La longueur de cette production difforme étoit d'un pouce & deux lignes, d'une figure cylindrique, & d'une couleur rougeâtre. Sa peau extérieure s'allongeoit un peu plus que celle qui étoit dessous, de sorte que cela formoit une espece de prépuce qu'on pouvoit retrousser un peu pour découvrir le gland, qui étoit séparé du prépuce par

une crénelure circulaire assez profonde, & percé d'un trou, large d'environ une ligne, qui ne se trouvoit cependant pas au milieu du gland, mais plutôt au bas.

A l'examen plus détaillé de la structure de ce nés déplacé, on remarquoit qu'il étoit composé de plusieurs membranes, dont l'extérieure étoit une continuation de la peau extérieure qui couvroit le visage, étant repliée en dedans, & fixée dans une crénelure circulaire derriére le petit gland, auquel elle fournissoit une espèce de prépuce mobile. Sous la cellulaire de cette premiere peau on découvroit plusieurs fibres musculaires qui prenoient leur origine des fibres des muscles frontaux, & formoient en bas ce petit gland en se confondant avec la membrane suivante. Au dessous de cette membrane musculaire on en trouvoit une tendineuse, qui naissoit du perioste de l'os du front, & étoit separée de la précédente par une celluleuse très fine. Elle couvroit la derniére membrane qui étoit d'une couleur brunâtre, & composée en partie d'une membrane, en partie d'un cartilage; & elle formoit uniquement le canal, ou cette espece d'*Urethra*, qui achevoit avec son gland & le prépuce la ressemblance d'un Priape.

Les paupiéres étoient munies d'un muscle orbiculaire, qui n'avoit pas la figure d'un orbe, mais plutôt d'un rhombe. Ses fibres musculaires prenoient leur origine de l'angle droit & du gauche de l'oeil, du muscle frontal, & de l'élévateur de la lévre supérieure, avec lesquels elles se joignoient par tout, & se mêloient confusément avec leurs fibres.

L'élévateur de la paupiére supérieure, qui prenoit son origine au haut de l'orbite, se terminoit dans le paupiére supérieure droite & gauche, & mêloit ses fibres par ci par là avec l'orbiculaire.

Le dépresseur de la paupiére inférieure étoit double, l'un se rencontrant au côté droit, & l'autre au côté gauche. Il venoit de la partie inférieure du muscle orbiculaire, & se terminoit de chaque côté dans l'angle de la bouche.

L'e-

L'élévateur commun des lévres n'étoit en rien différent de l'élévateur propre de la lévre supérieure, mais ils consistoient tous les deux dans un seul muscle, qui étoit lié avec l'orbiculaire des paupieres, & s'inséroit, en partie dans la lévre supérieure, en partie dans l'angle des lévres.

Le muscle sourcilier, & les muscles qui appartiennent proprement au nés, manquoient entièrement.

L'artére coronaire de la levre inférieure naissoit de l'artére des lévres, aussi bien que l'artére coronaire de la lévre supérieure; & elles donnoient toutes deux plusieurs branches au muscle constricteur des lévres, au muscle orbiculaire des paupiéres, à l'élevateur commun des lévres, en s'anastomosant plusieurs fois avec les branches de l'artére ophtalmique, & des artéres frontales.

Les deux artéres ophtalmiques prenoient leur origine de l'artére carotide cérébrale, à côté de l'apophyse clinoïde difforme de l'os sphénoïde, & arrivoient dessous les deux nerfs optiques dans l'orbite par les trous optiques. Après avoir jetté plusieurs rameaux aux muscles voisins de l'oeil, elles se joignoient en un seul tronc, qui perçoit la paupiere supérieure gauche, & envoyoit deux ou trois rameaux vers le faux nés, qui se dispersoient de tous côtés sur lui & à l'entour de son orifice.

Les artères vertébrales qui entroient dans la cavité du crane par le grand trou, donnoient plusieurs rameaux à la partie postérieure & moyenne de l'encephale, après quoi elles se joignoient dans la grande artére basiliaire. Cependant, avant que cela se fit, elles jettoient un rameau considérable tant au côté droit qu'au gauche, qui se joignoit de chaque côté, pas loin du grand trou, avec les artéres carotides, pas en cercle, mais presque dans la figure d'un quarré.

Le cerveau étoit fort petit à proportion de la tête. Car au devant il ne touchoit que jusqu'à l'endroit où l'os du front se joignoit avec les grandes ailes de l'os sphénoïde: au côté il étoit de niveau

avec les os des tempes, là où ils touchent les os pariétaux : & au derriére il ne montoit pas tout à fait deux pouces au dessus du grand trou; de sorte que tout l'os du front, & la plus grande partie des os du sommet, & des os du derrière de la tête, se trouvoient entièrement vuides de cervelle.

La dure-mère qui tapissoit partout la surface intérieure du crane, ne couvroit point le cerveau. Elle ne consistoit que dans la seule lame extérieure, ce qui étoit aussi la cause pourquoi on ne trouvoit pas la moindre trace de sa faulx, ni la moindre marque des tentes du cervelet.

Le cerveau, d'une figure difforme, & envelopé seulement dans la pie-mère, n'étoit partagé, ni en hémisphéres, ni en lobes. Sa surface ne montroit point d'anfractuosités, mais la substance corticale paroissoit être étenduë comme une feuïlle sur la substance médullaire.

Les deux ventricules antérieurs du cerveau se trouvoient placés vers le derrière : ils étoient petits, plats, & remplis de deux pléxus choroïdes, petits & pâles. Les deux couches des nerfs optiques étoient situées fort en arriére, & les corps canelés, le corps calleux, la voûte à trois piliers, & l'ouverture du troisième ventricule, ne se laissoient distinguer que très difficilement. L'entonnoir avec la glande pituiteuse manquoient absolument : & la glande pinéale avec ses quatre élévations voisines, connuës sous les noms de *nates* & *testes*, n'étoient pas à distinguer, parce que le cerveau s'étoit réduit en cet endroit en une masse confuse.

Quant au cervelet, il n'étoit en rien différent & séparé du cerveau, puisqu'on y trouvoit la même substance, mais sans ces arbrisseaux qui se montrent ordinairement quand on tranche le cervelet. On n'y découvroit pas non plus la continuation lombricale, ni le quatrième ventricule, ni les jambes du cervelet : & auprès de l'origine de la moëlle allongée, qui commençoit presque au milieu de la base du cerveau, on ne remarquoit, ni les jambes du cerveau, ni le pont de *Varole*, ni les corps qui ont la figure d'olives & de pyramides.

Les

Les neuf paires des nerfs, sortant du cerveau pour les organes des sens, & pour les fonctions vitales & naturelles, n'étoient pas moins dérangées.

La premiere paire manquoit tout à fait, à cause de l'absence des élévations mammillaires aux lobes antérieurs du cerveau.

La seconde paire optique, qui naissoit des couches optiques, approchoit beaucoup de la troisième paire, parce que ces nerfs étoient tous étroits & minces, & d'une longueur extraordinaire, ayant chaqun plus de trois pouces. Ils alloient séparément, chacun par un trou particulier qui se trouvoit dans la fente sphénoïde, dans l'orbite, après quoi ils se joignoient tous deux dans un seul tronc qui entroit dans le globe de l'oeil, non au derriére, mais presque au milieu du globe, & tout à fait du côté gauche, de sorte que la cornée n'étoit guères éloignée de plus de trois lignes de cette insertion.

La troisième paire, qui naissoit d'abord à l'endroit où les couches des nerfs optiques finissoient, entroit sous ces nerfs par les trous optiques dans l'orbite, & se dispersoit de là dans tous les muscles de l'oeil.

La quatrième paire manquoit entiérement, & étoit remplacée par la précédente.

La cinquième paire étoit située six lignes au dessous de la troisième, & sortoit du crane par le trou ovale.

La sixième paire prenoit son origine de la moëlle allongée, près de la moëlle epiniére, de sorte qu'elle se trouvoit deux ou trois lignes au dessous de la septième paire. Elle sortoit du crane par un trou particulier sous le trou auditif intérieur, & constituoit en son entier le nerf intercostal, sans envoyer aucune branche au muscle abducteur de l'oeil.

La septième paire située un peu plus haut du côté droit que du gauche, consistoit, prés de son origine, dans la moëlle allongée dans un seul tronc, qui, après son entrée dans le trou auditif intérieur, se

I divi-

divisoit en deux branches, dont l'inférieure un peu plus petite étoit le nerf mou, & la branche supérieure un peu plus forte, le nerf dur.

La huitième paire n'avoit qu'une seule, mais forte racine, laquelle sortoit de la moëlle allongée : elle étoit située un peu plus haut du côté droit que du gauche, & sortoit du crane par le trou déchiré.

La neuvième paire prit sa naissance à l'endroit où la moëlle allongée va bientôt se changer en celle de l'épine, & sortoit par le trou condyloïde antérieur.

Le défaut entier de la faulx, de la dure-mère, & des tentes du cervelet, fut cause qu'on ne pût appercevoir la moindre trace, ni du sinus longitudinal, ni des sinus latèraux, ou d'autres sinus, qui se trouvent ordinairement dans la base du crane. Cependant, comme un tel reservoir, destiné à loger le sang véneux, est absolument nécessaire; le Nature avoit formé un sinus particulier d'une figure ovale, qui prénoit son origine de l'apophyse clinoïde de l'os sphénoïde, passant de là autour du grand trou, en se joignant avec la moitié de vis à vis: aux côtés il étoit pourvu d'une espece de sac émoussé & fermé, & il étoit le seul dans toute la cavité du crane. Toutes les veines du cerveau y entroient, tant au derriére qu'au milieu, & il s'ouvroit entre les os pierreux & les apophyses condyloïdes de l'os occipital dans les veines jugulaires.

Quant aux viscéres de la poitrine & du bas ventre, on n'y observoit rien que de naturel, excepté que les capsules atrabilaires manquoient entièrement.

Un dérangement si considérable des parties qui composoient la tête, ne pouvoit pas arriver sans un désordre pareil dans le soutien de ces parties, c'est à dire dans les os. Aussi toute la tête n'étoit composée que de douze os, au lieu de vingt & deux, parce que l'os cribleux, les deux os lacrymaux, les deux os du nés, les deux os spongieux inférieurs, les deux os du palais, & le *Vomer*, manquoient absolument.

L'or-

L'orbite n'avoit pas la figure aussi profonde & conique qu'à l'ordinaire. Elle étoit composée en haut de l'os frontal, par derriére d'une piéce triangulaire de l'os sphénoïde, aux côtés des apophyses orbitaires de l'os sphénoïde & des os zygomatiques, & en bas des os maxillaires.

La partie inférieure de l'os frontal n'étoit pas pourvuë des fosses orbitaires, mais seulement de deux impressions fort legères d'un arc de sourcil presque imperceptible ; & on n'y pouvoit observer, ni les trous orbitaux, ni l'épine nasale, ou les sinus frontaux.

Sous l'os frontal étoit placée une piéce osseuse triangulaire, qui formoit la partie postérieure & moyenne de l'orbite : sa base large étoit située en devant, & la pointe tout au fond de l'orbite, où elle devoit sans doute représenter les petites ailes de l'os sphénoïde.

Entre cette piece triangulaire & les apophyses orbitaires de l'os sphénoïde, on trouvoit la fente sphénoïdale formée par une membrane. Cette membrane contenoit les deux trous optiques, qui étoient d'une figure oblongue, le gauche beaucoup plus grand que le droit, & situés tout en arriére au fond de l'orbite.

L'os maxillaire, qui faisoit la partie inférieure & postérieure de l'orbite, étoit d'une seule piece, sans apophyses, épines nasales, ni sinus maxillaires.

L'os pariétal droit ne faisoit aussi qu'une seule piece, suivie de la plus grande partie de l'os occipital, dont il n'étoit séparé, ni par la suture lambdoïde, ni par aucune autre marque. Mais la partie de l'os occipital qui formoit le grand trou avec l'apophyse basiliaire n'étoit point jointe avec l'os pariétal droit ; mais elle en étoit entierement séparée, en partie par des membranes, & en partie par un cartilage.

EXPLICATION
de la première Planche.

a. L'os frontal droit.
b. L'os frontal gauche.
c. La peau qui joignoit ces deux os, & formoit une espece de crête.
d. La fontanelle supérieure.
e. La peau du derriére de la tête, en forme d'une calotte.
f. Le Nés, sous la forme d'un Priape.
g. Le prépuce.
h. Le gland.
i. Le trou dans ce gland.
k. Une partie de la paupière supérieure gauche.
l. La paupiere inférieure gauche.
m. Une partie du blanc de l'oeil.
n. La jouë gauche.
o. La jouë droite.
p. La lévre supérieure.
q. La lévre inférieure.
r. Le menton.

Explication de la seconde Planche.

Fig. I.

a. La partie postérieure du faux nés.
b. Une partie du prépuce.
c. La racine du faux nés.
d. L'angle supérieur de l'oeil.
e. L'angle inférieur.
f. L'angle droit.
g. L'angle gauche.
h. La paupière supérieure droite.
i. La paupière supérieure gauche.
k. La paupière inférieure droite.
l. La paupière inférieure gauche.
m. Un pli de la membrane conjonctive, qui faisoit une espece de caroncule lacrymale.
n. Le blanc de l'oeil.
o. L'iris avec la prunelle fermés d'une membrane.
p. Une partie de l'oreille droite.

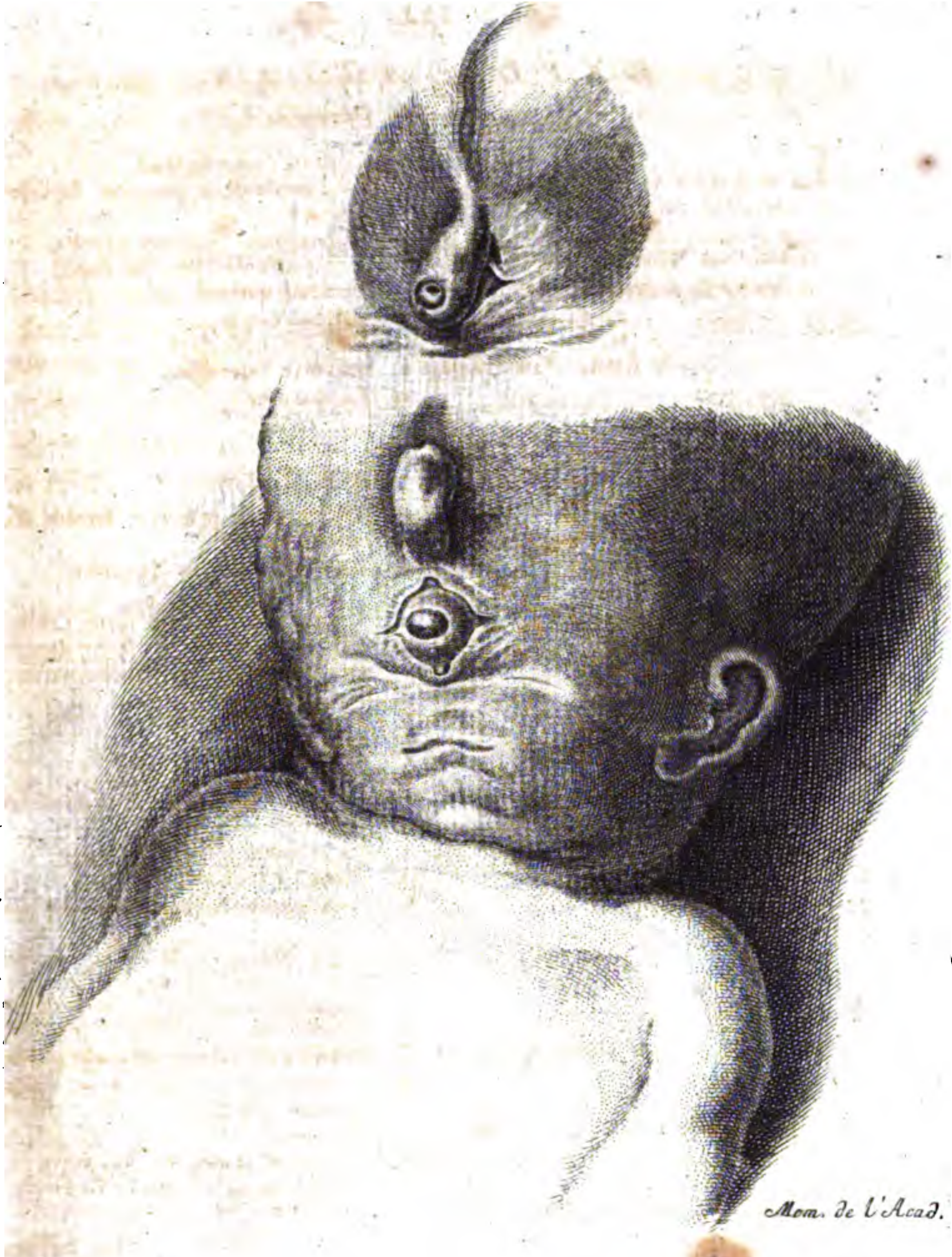
Fig. II.

a. Une partie de l'os du front droit.
b. Une partie de l'os du front gauche.
c. Le faux nés dans sa couche naturelle.
d. Sa racine.
e. Son prépuce.
f. Son gland.
g. Le trou dans ce gland.
h. Une partie de la paupière supérieure gauche.
i. La paupière inférieure gauche.
k. L'angle gauche de l'oeil.
l. Une partie du blanc de l'oeil.

Explication de la troisiéme Planche.

a. L'os frontal droit.
b. L'os frontal gauche.
c. Une partie de la fontanelle supérieure.
d. L'os du sommet droit.
e. L'os du sommet gauche.
f.f. Le cerveau dans son état naturel.
g. La membrane qui joignoit les os du sommet.
h. La partie antérieure du globe de l'oeil.
i. La cornée avec l'iris & la prunelle.
k. L'entrée du nerf optique dans l'oeil.
l. La partie postérieure du globe de l'oeil.
m. L'entrée du nerf optique dans l'oeil, comme elle se présentoit postérieurement.
n. Le lieu où le nerf optique entre ordinairement dans le globe de l'oeil.

Expli-



Mem. de l'Acad. Tom. X. p. 128.

Sauerbrey fec.



Tab. II. i.
ad p. 122.

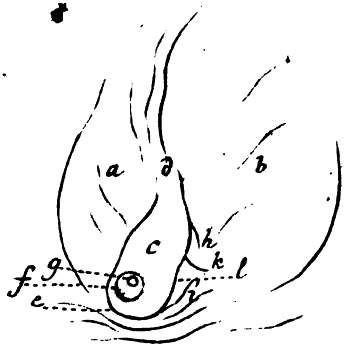


Fig. III.

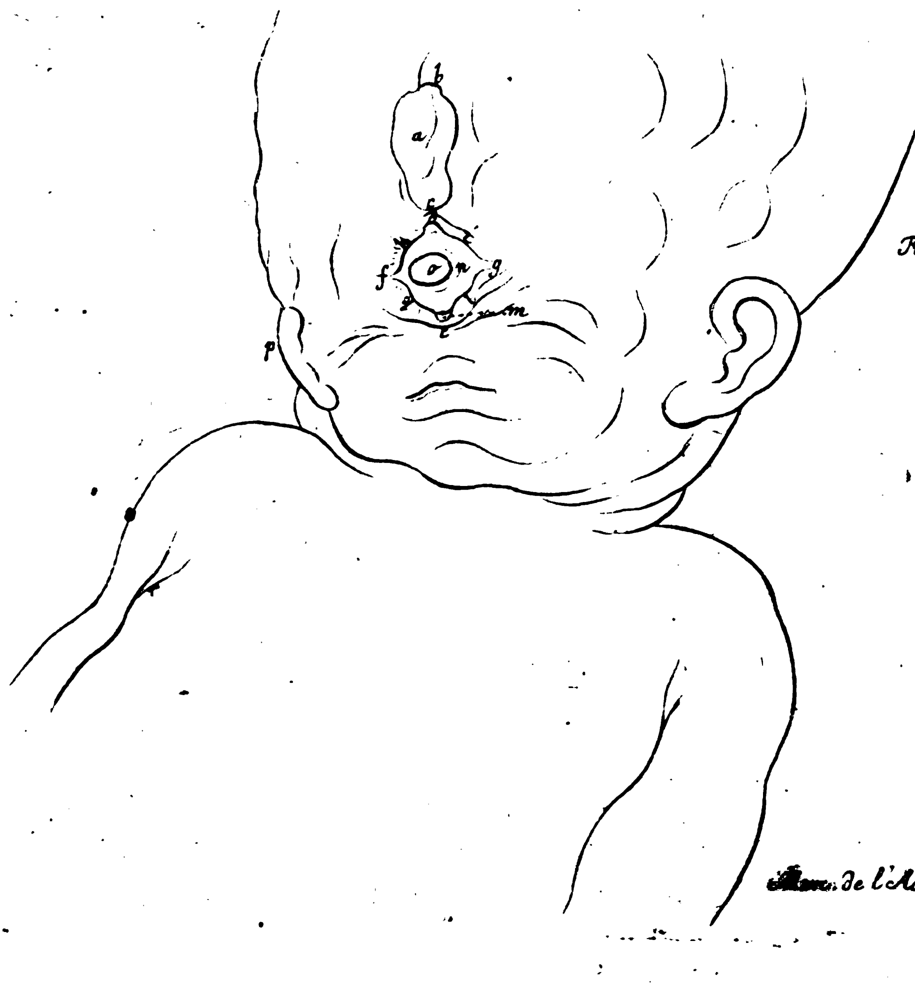
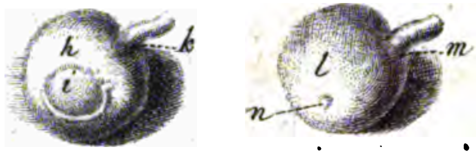


Fig. I.

Mem. de l'Acad. Tom. X. p. 123

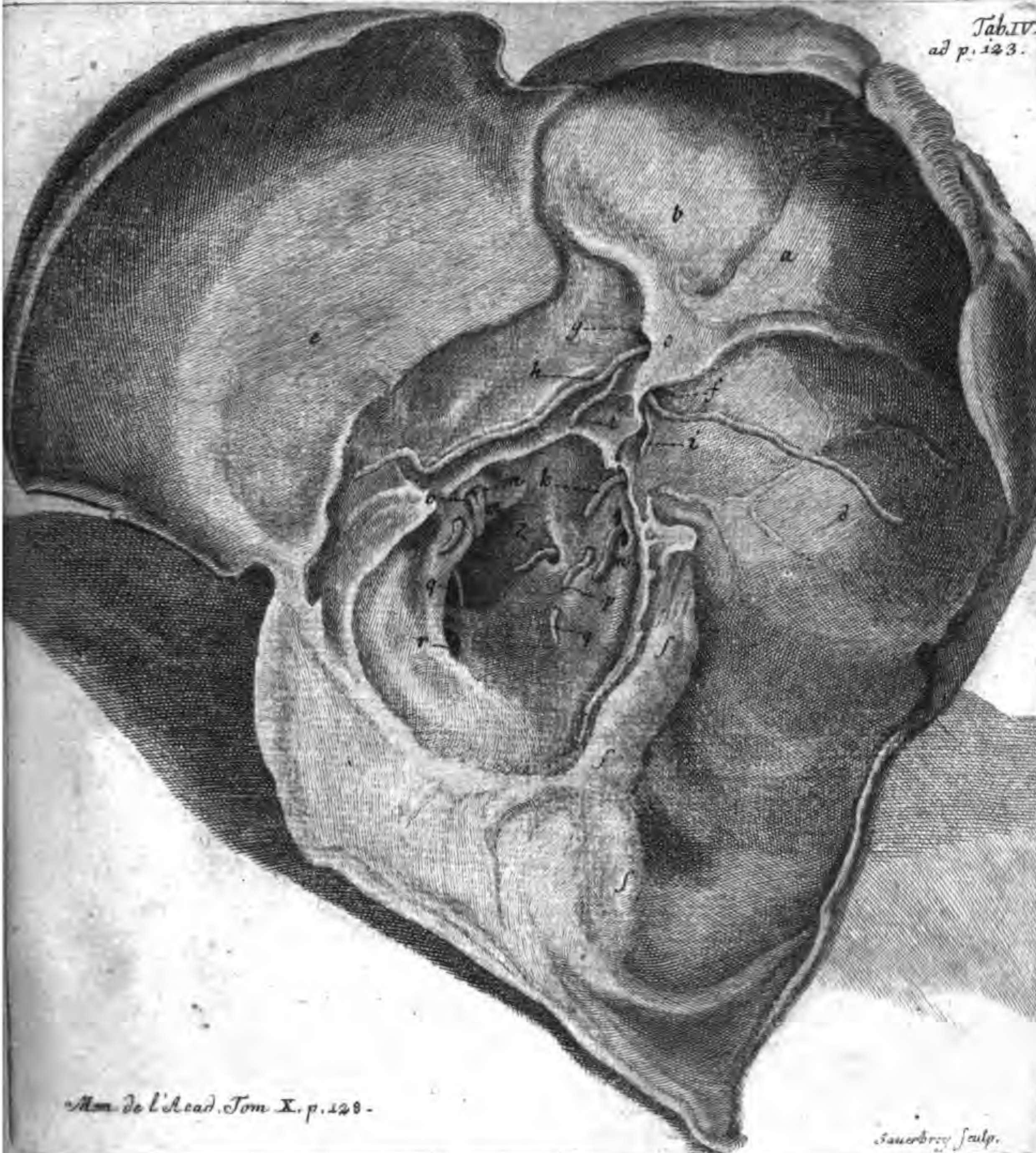
Tab. III.
ad p. 122.







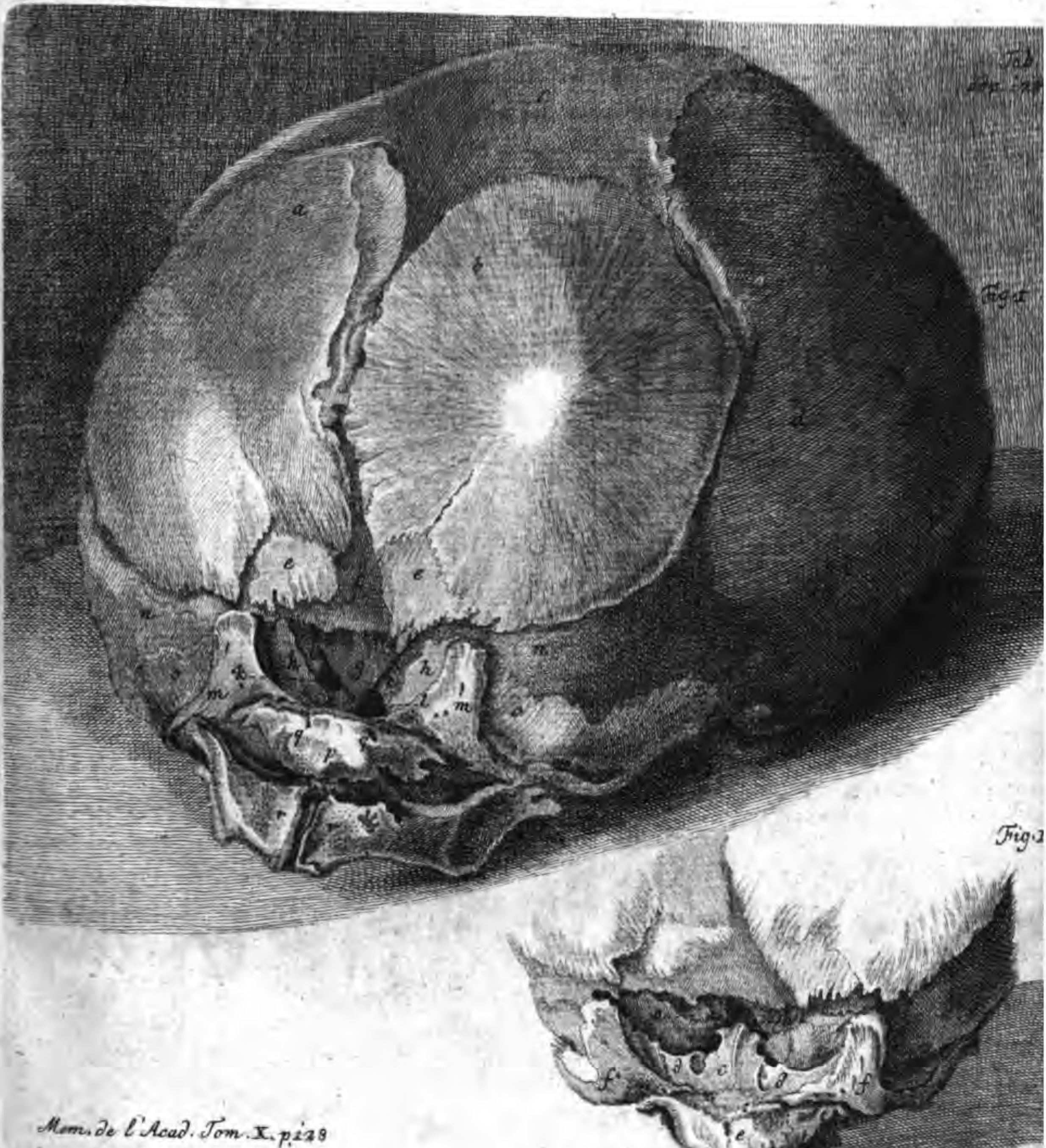
Tab. IV.
ad p. 123.



Mm. de l'Acad. Tom X. p. 128.

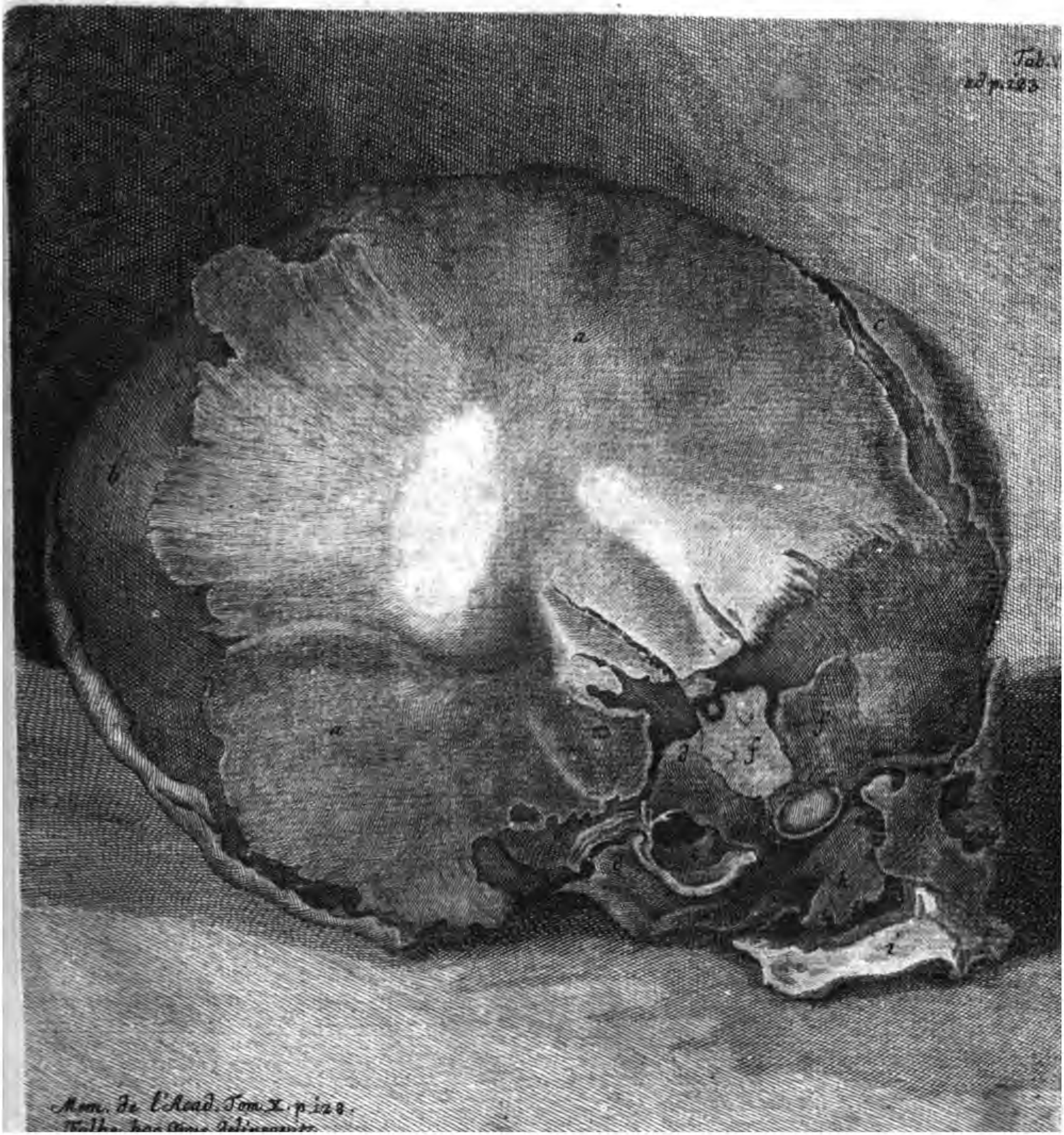
Sauerbrey sculp.





Mem. de l'Acad. Tom. X. p. 128

Sauerbrey Fe.


Tab. V
ad p. 283
Mem. de l'Acad. Tom. X. p. 128.

Explication de la quatrième Planche.

a. L'os frontal droit.
b. L'os frontal gauche.
c. Une partie de l'os sphénoïde.
d. L'os pariétal droit.
e. L'os pariétal gauche.
f. Le trou optique droit.
g. Le trou optique gauche.
h.h. Les deux nerfs optiques.
i.i. La troisième paire des nerfs.
k. Le nerf cinquième.
l. Le nerf sixième.
m.m. La septième paire des nerfs.
n. Le nerf dur.
o. Le nerf mou.
p.p. La huitième paire des nerfs.
q.q. La neuvième paire.
r. Une partie du trou ovale.
s. Le sinus de la dure mère qui est seulement exprimé à la droite.

Explication de la cinquième Planche.

Fig. I.

a. L'os frontal droit.
b. L'os frontal gauche.
c. La fontanelle supérieure.
d. L'os du sommet gauche.
e.e. Les fosses orbitaires des os du front.
f. Une membrane qui joignoit les os du front.
g. La portion triangul. de l'os sphénoïde.
h.h. Les apophyses orbitaires de même os.
i.i. Les fentes sphénoïdales.
k. Le trou optique droit.
l. Le trou optique gauche.
m.m. Les os zygomatiques.
n.n. La membrane qui joignoit les os du front, du sommet, des tempes, & les os zygomatiques, ensemble.
o.o. Les os des tempes.
p. L'os maxillaire.
q.q. Les orifices antérieurs du canal orbitaire.
r.r. La machoire inférieure.

Fig. II.

a. Le trou optique droit.
b. Le trou optique gauche.
c. L'os maxillaire.
d.d. Les orifices postérieurs du canal orbitaire.
e. L'apophyse alveolaire de l'os maxillaire.
f.f. Les os zygomatiques.

Explication de la sixième Planche.

a.a. L'os du sommet droit.
b. La membrane qui joignoit les os du sommet.
c. Une partie de l'os frontal.
d.d. La partie inférieure de l'os occipital, qui étoit séparée de l'os du sommet droit.
e. Le trou ovale.
f.f. L'os des tempes droit.
g. Une partie de l'os zygomatique
h. Une partie de l'os sphénoïde.
i. La machoire inférieure.

LISTE DES PLANTES
QUI ONT ÉTÉ EMPLOYÉES À DES ESSAIS DE TANNERIE. (*)

Le nombre des Plantes propres à la Tannerie surpasse de beaucoup celui des Plantes indiquées dans la Liste suivante; & l'on a remarqué qu'en les rassemblant dans les tems convenables de l'année, on peut s'en servir pour la préparation de toutes sortes de peaux, tant fines que grossières. Entre ces Plantes celles-là ont paru les meilleures, qui ont le plus de substance grossière, adstringente, & acide. Elles sont encore plus propres à pénétrer les peaux, à proportion qu'elles ont plus de parties aromatiques, & spiritueuses, ou qu'elles sont douées d'une huile substantielle étherienne. Au contraire les moindres especes de ces Plantes sont celles dont la substance est principalement composée de parties grasses ou mucilagineuses, qui n'attaquent pas aussi fortement les peaux, & peuvent à peine en tanner legèrement les plus tendres especes.

SALICARIA; *vulgaris, purpurea, foliis oblongis*. Tourn. Inst. 253. Lysimachia Spicata, purpurea forte Plinio. C. B. pin. 246. Salicaire, ou Lysimachie rouge. Brauner Weiderich.

ULMARIA; Clus. Hist. 198. J. B. III. 488. Regina prati. Dodon. Pempt. 57. Reine des Prés. Geiß-Bart. Geiß-Wedel.

COMARUM; Linn. Gen. Pl. Ed. 5. 563. Quinquefolium palustre, rubrum. C. B. pin. 326. Rothes Wasser-Fünff-Finger-Kraut. Quinte-feuille aquatique rouge.

FILIX; *ramosa major, pinnulis obtusis, non dentatis*. C. B. pin. 357. Filix fœmina. offic. & Dodon. Pempt. 462. Fougere femelle, rameuse, ou Fougere. Farn-Kraut. Faren-Kraut.

FILIX; non ramosa, dentata. C. B. pin.

(*) Voyez ci-dessus pag. 17.

pin. 358. Filix mas offic. & Dodon. Pempt. 462. Fougere. Wald-Faren. Farn-Kraut-Männlein.

FILIX; *palustris maxima.* C. B. Prodr. 150. Grosser zart-blätteriger Wasser-Farn. Espece grande de Fougere aquatique.

— — *mas, aculeata, maior & minor.* C. B. Prodr. 151. Stachlichter und harter Brug-Farn. Fougere - - - - -

PERSICARIA; *Salicis folio, Potamogeton angustifolium dicta.* Raj. Hist. 184. Persicaria acida. Jungermanni. Saam-Kraut mit spitzen Blättern. Persicaire, acide de l'eau.

BISTORTA; *major, radice (minus vel magis) intorta.* C. B. pin. 192. Natter-Wurzel. Bistorte.

TORMENTILLA; *sylvestris.* C. B. pin. 326. Tormentil-Wurzel. Tormentille.

PIMPINELLA; *sanguisorba, major.* C. B. pin. 160. Pimprenelle sauvage grande des Prés. Grosses Sperber-Kraut. Grosse Wiesen-Pimpinelle. Blut-Kraut.

CARYOPHYLLATA; *vulgaris.* C. B. pin. 321. Benedicten-Wurzel. März-Wurzel. Benoite.

CARYOPHYLLATA; *aquatica, nutante flore.* C. B. pin. 321. Wasser- oder Wald-Benedicten-Wurzel. Benoite aquatique.

ANSERINA; offic. *Argentia.* Dod. Pempt. 600. & *Potentilla.* J. B. II. 398. Argentine. Gänserich. Grensich. Silber-Kraut.

QUINQUEFOLIUM; *majus, repens.* C. B. pin. 325. Fünff-Finger-Kraut. Quinte feuille officinale.

— — *minus, repens, luteum.* C. B. pin. 325. Klein kriechend Fünff-Finger-Kraut. Quinte feuille petite sauvage, ou de montagne.

— — folio argenteo. C. B. pin. 325. Klein aufrecht wachsendes weisses Fünffinger-Kraut. Quinte feuille blanche.

HORMIUM; *pratense, foliis serratis.* C. B. pin. 238. Wilde Salbey. Scharley. Orvale.

AGRIMONIA; Offic. Obermennig. Aigremoine.

EQUISETUM; *arvense, longioribus setis.* C. B. pin. 16. Kannen-Kraut. Katzen-Stert. Presle, ou Queuë de Cheval.

— — *palustre, longioribus setis.*

tis. C.B. pin. 15. Waſſer-Kazen-Stert. Pferde-Schwanz. Queuë de Cheval aquatique.

ALCHIMILLA; *vulgaris*. C.B. pin. 319. Sinnau. Löwen-Fuß. Frauen-Mantel. Pied de Lion.

MUSCUS; *pulmonarius*, ſive Pulmonaria offic. Lob. Ic. p. 248. Pulmonaria arborea. Lungen-Mooß. Muſcus Quernus. Mouſſe de Chéne.

LYSIMACHIA; *lutea, major, quæ Dioſcoridis*. C. B. pin. 245. Groſſer geeler Weiderich. Lyſimachie.

VACCINIUM. Rivini. *Vitis idæa*, foliis oblongis crenatis, fructu nigricante. C.B. pin. 470. Heidel-Beeren. Aikelle, ou Myrtille.

— — *foliis Buxi*, ſempervirens, baccis rubris. Rupp. Fl. Gen. p. 52. Preuſſel-Beeren. Eſpece de Myrtille avec feuilles de Boüis.

RUBUS; *vulgaris*, ſ. *fructu nigro*. C. B. pin. 479. Brom-Beer-Strauch. Krazz-Beeren. Ronce grande.

— — *repens, fructu cæſio*. C.B. pin. 479. Bocks-Beeren. Ronce petite.

FRAGARIA; *vulgaris*. C. B. pin. 326. Erd-Beere. Fraiſier.

FILIPENDULA; J.B.II. 189. Saxifragia rubra. offic. Filipendul. Rothe Stein-Beere. Filipendule.

PERVINCA; Tournefort. Vinca pervinca. offic. Clematis daphnoides major, flore cœruleo. J.B.II. 132. Sinngrün. Wintergrün. Pervenche.

SPARGANIUM; *ramoſum & non ramoſum*. C. B. pin. 15. Schwerd-Riedel. Degen-Kraut. Igels-Knoſpen. Sparganio-Italic.

FILAGO; *ſeu herba impia*. Dodon. Pempt. 66. Ruhr-Kraut, mit ſeinen Veränderungen. Herbe à Coton.

GNAPHALIUM; *montanum flore rotundiore & longiore*. Tourn. Inſt. 453. Immortelle rouge, agreſte.

GERANIUM; *ſanguineum, maximo flore*. C.B. pin. 319. Blut-Wurtz. Bec de Grüe de montage, avec fleur grande.

— — *batrachoides, maximum, minus inciſum, folio Aconiti*. J.B.III. 477. Waſſer-Storch-Schnabel. Bec de Grüe de prés aquatiques.

PLANTAGO; *latifolia incana*, C.B. pin. 189.

— — *angustifolia major & minor* C.B. 189.

— — *latifolia, sinuata*. C.B. pin. 189. Alle Arten von Wege-breit. Toutes les especes de Plantain.

HYPERICUM; offic. & Mathiol. vulgare. C. B. pin. 279. Johannis-Kraut. Millepertuis.

C'est ici le lieu de remarquer qu'il n'y que l'herbe fleurie, ou même les fleurs seules des Plantes précédentes, qui puissent être mises en œuvre. Il y en a parmi elles de plus foibles que les autres, & qui veulent par conséquent être traitées différemment.

Mais à l'égard de celles qui vont suivre, nous avertissons, que les feuilles, & les branches, aussi bien que les fruits non-murs & les semences, & même les racines de quelques-unes, sont également propres aux opérations de la Tannerie.

FRONDES *Vitis viniferæ*. C. B. pin. 299. Wein-Reben mit Blättern. Vigne.

PRUNUS; *sylvestris*. C. B. pin. 444. Acacia germanica. Schlehen-Dorn. Schwartz-Dorn. Prunier sauvage, épineux: cortex & fructus immaturus.

SALIX; *Vulgaris alba, arborescens*. C. B. pin. 473. Weisse-Weide. Saule fragile, blanche. Folia. Frondes.

— — *caprea rotundifolia*. Tabern. Icon. 1038. Werfft. Saal-Weyde. Saulx ou Saule vulgaire aquatique. Folia. Cortex. Frondes.

SORBUS; *aucuparia*. J. B. I. 62. Qvitschbeere. Ebreschen. Vogel-Beere. Sorbier. Frondes. Folia. Fructus immaturi.

ROSA; *sylvestris*, variorum Colorum. Rupp. Fl. Jen. 139. Heck-Rosen. Rosier. Folia.

FAGUS; Dod. Pempt. 832. Buchen. Roth-Buchen. Hestre, ou Fouteau. Cortex. Folia.

CARPINUS; Dod. Pempt. 841. Weiß-Buche. Hayn-Buche. Hage-Buche. Charme. Frondes. Folia. Cortex.

QUERCUS; C.B. pin. 419. & omnis ejus varietas. Alle Arten Eichen. Chene. Folia.

BE-

BETULA; Dod. Pempt. 839. Birke. Bouleau. Folia. Cortex.

ALNUS; Dod. Pempt. 839. Erlen. Elsen. Aune. Folia.

MESPILUS; omnium auctorum. Mispeln. Nespeln. Species sylvestris, vulgaris. Neflier agreste. Folia. Frondes. Fructus immaturi.

LEDUM; *rosmarini folio*. Tabern. s. Rosmarinum sylvestre. Matthioli. Wilder Roßmarin. Post. Kühn-Post. Rosmarin sauvage. Frondes.

CORNUS; *sylvestris*, *mas*. C. B. pin. 447. Horlizen. Cornel-Kirschen. Cornouillier sauvage. Folia. Frondes. Officula.

ACETOSA; *pratensis*. C. B. p. 114. Saurampfer. Radix. Semen.

LAPATHUM; *maximum aquaticum*. Chabr. Hist. 309. Wasser-Ampfer. Pferde-Ampfer. Patience aquatique grande. Radix. Folia. Semen.

LAPATHUM; *folio acuto*, *plano*. C. B. pin. 115. Zitter-Wurtz. Grind-Wurtz. Patience vulgaire. Radix. Folia. Semen.

IRIS; *palustris*, *lutea*, s. Acorus adulterinus. C. B. pin. 34. Gelbe Wasser- oder Teich-Lilie. Flambe aquatique. Radix.

NYMPHÆA; *lutea major*. C. B. pin. 193. Gelbe See-Pumpen. Nix-Blumen. Kannen. Radix.

— — *alba*, *major*. C. B. pin. 193. See-Lilien. See-Rosen. See-Plumpen. Radix.

MÉMOI-

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE MATHÉMATIQUE.

* * *

Tab. 1.
ad pag. 131.

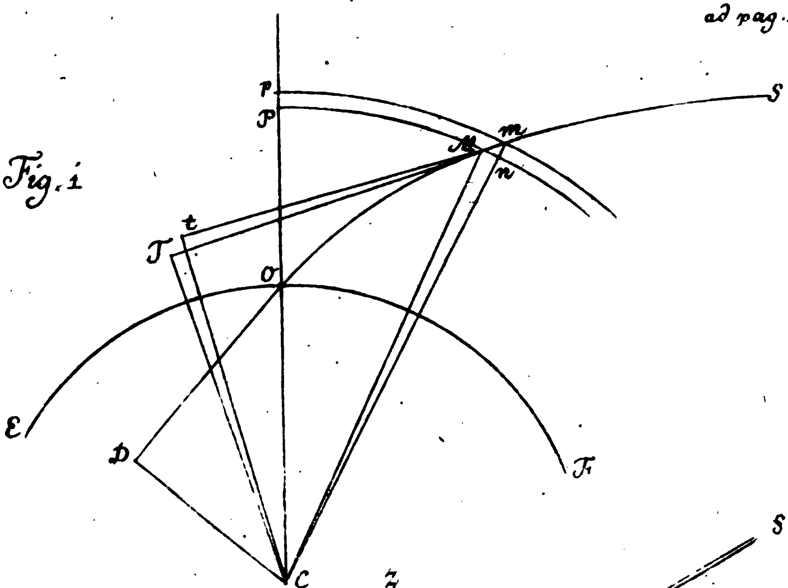


Fig. 1

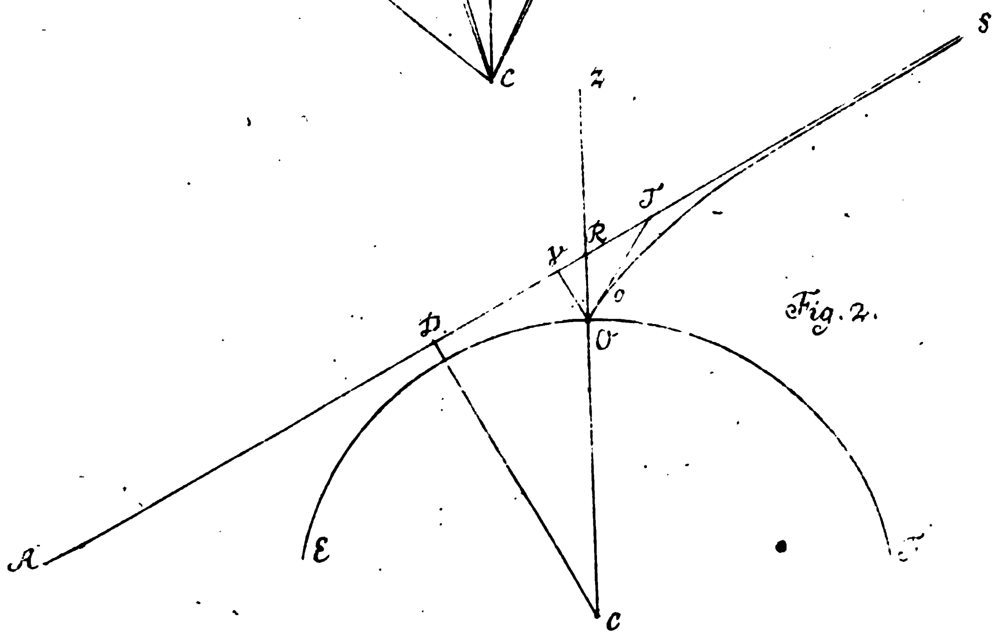


Fig. 2.

DE LA RÉFRACTION DE LA LUMIERE EN PASSANT PAR L'ATMOSPHERE SELON LES DIVERS DEGRÉS TANT DE LA CHALEUR QUE DE L'ELASTICITÉ DE L'AIR.

PAR M. EULER.

I.

Pour déterminer la réfraction, que les rayons de la lumiere souffrent en passant par l'Atmosphère, il faut commencer par la réfraction, que les rayons de la lumiere souffrent en passant du vuide dans un air d'une densité donnée: car il est certain que cette réfraction dépend de la densité de l'air, dans lequel les rayons entrent du vuide. Or comme les rayons, qui sont de diverses couleurs, souffrent des réfractions differentes, je considère ici seulement les rayons d'une telle nature moyenne, qui est également éloignée de ceux, qui subissent ou la plus grande, ou la plus petite réfraction: car c'est par rapport à ces rayons moyens, que les Astronomes sont accoutumés de dresser leurs tables de réfraction.

II. Considèrons donc une masse d'air dont la densité soit fixe, & à laquelle je comparerai ensuite les divers degrès de densité, que l'air puisse avoir, & que cette densité soit $= c$. Que $1 : \alpha$ marque la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction pour les rayons, qui

 en-

entrent du vuide dans cet air. Les Expériences qu'on a faites sur cette réfraction, ont fait voir, que la raison $1 : \alpha$ est à peu près comme 3325 à 3324, & partant $\alpha = \frac{3324}{3325}$: mais comme la densité de l'air n'est pas marquée assés exactement, je regarderai la valeur de α comme inconnue, quoiqu'elle ne sauroit différer considèrablement de $\frac{3324}{3325}$, lorsque c marque la densité de l'air, telle qu'elle est ordinairement.

III. Il est aussi clair, que si les rayons passoient de cet air, dont la densité $= c$, dans un autre air d'une densité double $2c$, ils souffriroient la même réfraction. D'où il s'ensuit, que si les rayons passent immédiatement du vuide dans l'air de la densité $2c$, la raison de réfraction sera $1 : \alpha\alpha$, ou doublée de la raison $1 : \alpha$. Donc, lorsque les rayons passent du vuide dans un air de la densité nc, le sinus d'incidence sera à celui de réfraction, comme $1 : \alpha^n$. Desorte que si q marque une densité quelconque de l'air, posant $n = \frac{q}{c}$, la raison de réfraction des rayons, qui entrent du vuide dans cet air, sera comme $1 : \alpha^{\frac{q}{c}}$.

IV. Donc, si nous avons deux masses d'air, dont la densité de l'une soit $= q$, & de l'autre $= r$, & que les rayons passent de la premiere dans la seconde, la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction sera $\alpha^{\frac{q}{c}} : \alpha^{\frac{r}{c}}$. Car on n'a qu'à concevoir un vuide infiniment mince entre ces deux masses d'air, & la raison de réfraction du premier air q dans le vuide étant $\alpha^{\frac{q}{c}} : 1$, & du vuide dans l'autre air r comme $1 : \alpha^{\frac{r}{c}}$, la raison de réfraction du premier air dans l'autre sera $\alpha^{\frac{q}{c}}$ à $\alpha^{\frac{r}{c}}$.

V. Soit maintenant EOF la surface de la terre, & C son centre, le rayon $CO = a$; & que l'atmosphère soit considérée comme composée des couches sphériques décrites du centre C, & on pourra supposer que les densités de l'air en montant diminuent selon ces couches, de sorte qu'en chaque couche comme PM, la densité soit partout la même. Posant donc pour une couche quelconque PM, le rayon $CP = x$, soit la densité de cette couche $= q$; & la densité à la surface de la terre ou en $O = k$; qui peut varier selon les divers degrés de chaleur & de l'elasticité de l'air.

VI. Que l'Observateur soit maintenant en O, auquel parvienne un rayon OMS, courbé par la refraction de l'atmosphère, & venant d'un astre S infiniment éloigné, soit OD la tangente de cette courbe en O, & l'angle COD, qui soit $= \zeta$, marquera la distance observée de l'Astre au zénith Z, ou bien ζ sera le complément de la hauteur observée. Qu'on tire pareillement à un autre point quelconque M du rayon la tangente MT, & posant $CM = x$, soit l'angle $CMT = \omega$, & pour le point infiniment proche m, on aura $Cm = x + dx$, ou $mn = dx$, & l'angle $Cmt = \omega + d\omega$.

VII. La droite CM, ou Cm étant perpendiculaire aux couches refringentes, l'angle Cmt marquera l'angle d'incidence, & l'angle CmT l'angle de réfraction. Donc la densité de l'air en M étant $= q$ & en $m = q + dq$, nous aurons :

$$\sin Cmt : \sin CmT = \alpha^{\frac{q+dq}{c}} : \alpha^{\frac{q}{c}}.$$

Or par la nature des exponentiels on a $\alpha^{\frac{q+dq}{c}} = \alpha^{\frac{q}{c}}\left(1 + \frac{dq}{c}\,l\alpha\right)$,

& partant nous aurons :

$$\sin Cmt = \left(1 + \frac{dq}{c}\,l\alpha\right) \sin CmT.$$

Or puisque α ne diffère de l'unité, qu'extrèmement peu, son logarithme $l\alpha$ sera assés exactement $= \alpha - 1$; donc, à cause de $\alpha < 1$, on aura:

$$\sin Cmt = \left(1 - \frac{(1-\alpha)\,dq}{c}\right) \sin CmT.$$

VIII.

VIII. Soit l'angle au centre $OCM = \phi$, & partant $MCm = d\phi$; & puisque l'angle $CmT = CMT - MCm$, nous aurons:

$$Cmt = \omega + d\omega \quad \& \quad CmT = \omega - d\phi; \quad \text{donc}$$

$$\sin Cmt = \sin\omega + d\omega \cos\omega \quad \& \quad \sin CmT = \sin\omega - d\phi \cos\omega$$

d'où nous tirons l'équation suivante:

$$\sin\omega + d\omega\cos\omega = \sin\omega - d\phi\cos\omega - \frac{(1-\alpha)dq}{c}\sin\omega, \quad \text{ou bien}$$

$$-\frac{(1-\alpha)dq}{c} = \frac{(d\phi + d\omega)}{\text{tang}\,\omega} = \frac{d\omega}{\text{tang}\,\omega} + \frac{d\phi}{\text{tang}\,\omega} = \frac{dq}{c}\,l\alpha$$

en remettant $l\alpha$ pour $\alpha - 1$; afin que rien ne soit négligé.

IX. Or, puisque $mn = dx$ & $Mn = x\,d\phi$, la fraction $\frac{x\,d\phi}{dx}$ exprime la tangente de l'angle CmT, ou bien de l'angle ω, de sorte que $\text{tang}\,\omega = \frac{x\,d\phi}{dx}$, & partant $\frac{d\phi}{\text{tang}\,\omega} = \frac{dx}{x}$. D'où l'équation trouvée se changera en cette forme:

$$\frac{dq}{c}\,l\alpha = \frac{d\omega}{\text{tang}\,\omega} + \frac{dx}{x}$$

dont l'intégrale est: $\frac{q}{c}\,l\alpha = l\sin\omega + lx + \text{Const.}$ ou bien $\alpha^{\frac{q}{c}} = Cx\sin\omega$. Or pour le point O il devient $x = a$; $q = k$ & $\omega = \zeta$; donc $\alpha^{\frac{k}{c}} = Ca\sin\zeta$, & partant la constante $C = \frac{\alpha^{k:c}}{a\sin\zeta}$; d'où nous aurons cette équation determinée:

$$\alpha^{\frac{q}{c}} a\sin\zeta = \alpha^{\frac{k}{c}} x\sin\omega, \quad \text{ou} \quad a\sin\zeta = \alpha^{\frac{k-q}{c}} x\sin\omega.$$

X.

X. Mais puisque tang $\omega = \frac{x\,d\Phi}{dx}$, il s'ensuit :

$$\sin\omega = \frac{x\,d\Phi}{\sqrt{(dx^2 + xx\,d\Phi^2)}} = \frac{a\,\alpha^{\frac{q-k}{c}}\sin\zeta}{x},$$

d'où nous tirons :

$$d\Phi = \frac{n\,a\,\alpha^{\frac{q-k}{c}}\,dx\sin\zeta}{x\sqrt{(xx - aa\,\alpha^{\frac{2q-2k}{c}}\sin\zeta^2)}},$$

ce qui est une équation, où les variables x & Φ sont séparées, puisque la densité q peut être regardée comme une fonction de x. Cette équation exprime donc la nature de la courbe du rayon O M S, d'où l'on pourroit aisément tirer une construction par le moyen de la quadrature ou rectification de quelque courbe.

XI. Mais, de quelque maniere qu'on traite cette équation, on ne viendra jamais à bout d'en tirer une expression finie, qui marque la quantité de la réfraction pour toutes les hauteurs, quoiqu'il soit fort aisé d'en assigner les réfractions, qui répondent à des hauteurs considérables ; or pour les hauteurs fort petites, ces expressions, quelques exactes qu'elles soient pour de plus grandes, s'écarteront toujours beaucoup de la vérité. Ainsi tout revient ici à la decouverte d'une méthode tout particuliere, qui nous conduise à la connoissance de la véritable courbure du rayon O M S.

XII. Dans cette vuë il sera bon de déveloper quelques propriétés de cette courbe ; or d'abord je remarque, que si l'on tire du centre C la perpendiculaire C T sur la tangente C M, cette perpendiculaire C T sera $= x\sin\omega = \alpha^{\frac{q-k}{c}}\,a\sin\zeta$. D'où nous voyons, qu'en éloignant le point M à l'infini, où la densité q deviendra $= 0$, la

la perpendiculaire à la tangente sera $= \alpha^{\frac{-k}{c}} a \sin \zeta$: & il est évident que cette tangente est l'asymtote de la courbe cherchée O M S : de sorte que nous connoissons déjà la distance de cette asymtote au centre C.

XIII. Posant pour un point M quelconque la perpendiculaire CT $= p$, de sorte que $p = \alpha^{\frac{q-k}{c}} a \sin \zeta$, on sait que le rayon de la dévelopée en M est $= \frac{x\,dx}{dp}$. Or, ayant $dp = \alpha^{\frac{q-k}{c}} \frac{a\,dq}{c} l\alpha . \sin \zeta$, ce rayon de la developée en M sera $= \frac{c\,\alpha^{\frac{k-q}{c}} x\,dx}{a\,dq\,l\alpha . \sin \zeta}$. Donc au point O où $x = a$ & $q = k$, le rayon de courbure, ou de la dévelopée, est $= \frac{c\,dx}{dq\,l\alpha . \sin \zeta}$, où il faut supposer que le rapport entre x & q, & partant entre dx & dq, est connu.

XIV. Comme la courbure de la courbe en chaque point est déterminée par le rayon de la dévelopée, ainsi la variabilité de la courbure se connoitra par la courbure de la dévelopée même, ou bien par le rayon de courbure de la dévelopée. Posons donc le rayon de courbure en M, $\frac{c\,\alpha^{\frac{k-q}{c}} x\,dx}{a\,dq\,l\alpha \sin \zeta} = r$, & l'élément de la courbe

$$Mm = \frac{x\,dx}{\sqrt{(xx - aa\alpha^{\frac{2q-2k}{c}} \sin \zeta^2)}} = ds$$

le second rayon de courbure, ou celui de la dévelopée, sera $= \frac{r\,dr}{ds}$.

XV.

XV. Puisque q est fonction de x, soit $dx = pdq$, pour avoir en général $r = \frac{c\alpha^{\frac{k-q}{c}} px}{al\alpha \sin\zeta}$: d'où nous tirons:

$$dr = \frac{c\alpha^{\frac{k-q}{c}}}{al\alpha \sin\zeta}\left(pdx + xdp - \frac{pxdq}{c}l\alpha\right):$$

donc le second rayon de courbure:

$$\frac{rdr}{ds} = \frac{cc\alpha^{\frac{2k-2q}{c}} p}{aa(l\alpha.\sin\zeta)^2}\left(p + \frac{xdp}{dx} - \frac{x}{c}l\alpha\right)\sqrt{(xx - aa\alpha^{\frac{2q-2k}{c}}\sin\zeta^2)}.$$

Or je ferai bientôt voir, combien la connoissance des rayons de courbure, tant du premier que du second ordre, contribuë à la détermination de la courbe OMS, & par conséquent à la decouverte de la réfraction.

XVI. Mais, avant que de passer outre, il faut chercher le rapport entre les deux variables x & q; ou bien il faut déterminer la densité de l'atmosphère à chaque hauteur P. Pour cet effet soit la hauteur du barometre en O $= h$, au tems de l'observation, & en montant le barometre en P, soit sa hauteur $= u$, & en $p = u + du$. De plus soit la densité du mercure $= nc$, & le poids d'une colonne de mercure de la hauteur $= du$ sera $= ncdu$.

XVII. Or la densité de l'air en P étant $= q$, le poids d'une colomne d'air de la hauteur $Pp = dx$ sera $= qdx$; dont la pression de l'atmosphère en p sera plus petite qu'en P. Donc, puisque la pression de l'atmosphère balance le mercure dans le barometre, il faut être $qdx = -ncdu$. Or si nous supposons, que la densité de l'air soit proportionelle à la hauteur du barometre, nous aurons $u:q = h:k$, ou bien $u = \frac{hq}{k}$, donc à cause de $du = \frac{hdq}{k}$, nous obtiendrons

$q\,dx = -\frac{nch\,dq}{k}$, ou $dx = -\frac{nch\,dq}{kq}$; de forte qu'il feroit $p = \frac{dx}{dq} = -\frac{nch}{kq}$.

XVIII. Cette fuppofition auroit lieu, fi l'atmofphère étoit doüée, par toute fa hauteur, du même degré de chaleur; mais lorsqu'en P régne un autre degré de chaleur qu'en O, il ne fera plus permis de fuppofer $u:q = h:k$; donc, pour rendre cette détermination plus jufte, il faut avoir égard à la chaleur, dont l'effet confifte dans l'augmentation du reffort de l'air, qui foutient proprement la colomne du mercure dans le barometre.

XIX. Confidérons donc une maffe d'air dont la denfité foit $= c$ & qui foit doüée d'un certain degré de chaleur $= \gamma$: dans cet état la maffe d'air aura un certain degré d'élafticité par laquelle elle foutiendra une certaine colomne de mercure dans le barometre, qui foit $= b$. Si à la même denfité convenoit un plus grand degré de chaleur, elle foutiendroit auffi une plus grande hauteur du barometre: or, fi la chaleur γ demeurant la même, la denfité de l'air étoit, ou plus grande, ou plus petite, la hauteur foutenuë du barometre feroit augmentée ou diminuée dans la même raifon.

XX. Puisque les degrés des chaleurs ne font pas fixés, mais qu'ils s'eftiment ordinairement des divifions arbitraires des thermometres; je concevrai ici un thermometre tellement divifé, que les hauteurs, qu'il marque pour chaque chaleur, foient égales aux hauteurs du barometre, qu'un air doüé de cette chaleur, mais dont la denfité foit conftamment $= c$, eft capable de foutenir: ou que les hauteurs marquées par le thermometre foient feulement proportionnelles aux hauteurs du barometre, tandis que la denfité de l'air demeure la même.

XXI. Cela pofé, fi la denfité de l'air eft $= C$, fa chaleur $= \Gamma$, & que cet air foutienne la hauteur du barometre $= B$: il eft clair qu'on aura: $B : b = C\Gamma : c\gamma$.

D'où

D'où l'on voit, que le thermometre dont je parle, doit être tellement divisé, que tant que la hauteur du barometre est la même, les nombres indiqués par le thermometre Γ & γ soient toujours réciproquement proportionnels aux densités de l'air.

XXII. Soit maintenant la chaleur, ou plutôt le nombre indiqué par le thermometre en $O = g$, & en $P = v$; & puisque la densité de l'air est supposée en $O = k$ & en $P = q$; or la hauteur du barometre en $O = h$ & en $P = u$; nous aurons $h:b = gk:\gamma c$, & $u:b = vq:\gamma c$; ou bien

$$\frac{b}{\gamma c} = \frac{h}{gk} = \frac{u}{vq}, \text{ donc } u = \frac{hqv}{gk} = \frac{bqv}{\gamma c}$$

& partant

$$dx = -\frac{nb}{\gamma}\left(\frac{v\,dq}{q} + dv\right); \text{ donc } p = -\frac{nb}{\gamma}\left(\frac{v}{q} + \frac{dv}{dq}\right).$$

XXIII. Cette formule servira donc à trouver la densité de l'atmosphère à chaque hauteur: mais pour cela il faut qu'on sache la chaleur, ou le degré marqué par le thermometre, que je viens d'indiquer, à chaque hauteur: ainsi, si la chaleur étoit par tout la même, ou $v = g$, nous aurions $dx = -\frac{nbg\,dq}{\gamma q}$; ou bien $x - a = \frac{nbg}{\gamma} l \frac{k}{q}$; de sorte que prenant e pour le nombre dont le logarithme hyperbolique $= 1$, on auroit $\frac{k}{q} = e^{\frac{\gamma(x-a)}{nbg}}$, ou $q = k e^{\frac{-\gamma(x-a)}{nbg}}$.

XXIII. Mais, puisque la chaleur diminuë plus on s'éloigne en montant, si nous supposons que la chaleur diminuë en montant en même raison que la densité, de sorte qu'il seroit: $v:g = q:k$, nous aurions $v = \frac{gq}{k}$, & partant:

$$dx = -\frac{nbg}{\gamma k}(dq + dq) = -\frac{2nbg\,dq}{\gamma k}, \quad \text{donc:}$$

$$x - a = \frac{2nbg}{\gamma k}(k - q), \quad \text{ou} \quad q = k - \frac{\gamma k(x-a)}{2nbg}.$$

Donc cette supposition ne sauroit avoir lieu, puisque la densité deviendroit enfin négative, de même que la chaleur.

XXIV. Posons $OP = x - a = z$; & soit $v = \frac{fg}{f+z}$; de sorte qu'à la hauteur $z = f$, la chaleur soit la moitié de celle en O; & puisque $dx = dz$ nous aurons:

$$-\frac{\gamma dz}{nb} = \frac{fg\,dq}{(f+z)q} - \frac{fg\,dz}{(f+z)^2},$$

qui étant multipliée par $f + z$, & intégrée donne:

$$\frac{-\gamma}{nb}(fz + \tfrac{1}{2}zz) = -fg\,l\frac{k}{q} - fg\,l\frac{f+z}{f},$$

ou bien $\frac{k(f+z)}{fq} = e^{\frac{\gamma z(2f+z)}{2nbfg}}$, de sorte que

$$q = \frac{k(f+z)}{f}e^{-\frac{\gamma z(2f+z)}{2nbfg}}.$$

XXV. Cette hypothese paroit assés conforme à la vérité, puisqu'on peut prendre pour f une telle quantité, qui satisfait en toutes occasions. Car, parce que f marque la hauteur, où la chaleur est réduite à la moitié, il paroit très probable, qu'à une hauteur quelconque $z = x - a$, la chaleur soit $v = \frac{fg}{f+z}$, de sorte que posant $z = mf$ on ait $v = \frac{1}{1+m}g$.

XXVI.

XXVI. J'adopterai donc cette hypothese pour en tirer la détermination des refractions : & puisque $z = x - a$, & $dx = dz = p\,dq$, nous aurons $p = \frac{-nbfg(f+z)}{\gamma(f+z)^2 q - nbfgq}$. Donc pour le commencement de la courbe, où $z = 0$; & $q = k$, nous aurons $p = \frac{-nbfg}{\gamma fk - nbgk}$. De plus pour le second rayon de courbure, nous aurons :

$$dp = \frac{n\gamma bfg(f+z)^2 q\,dz + nnbbffgg\,q\,dz + n\gamma bfg(f+z)^3 dq - nnbbffgg(f+z)\,dq}{(\gamma(f+z)^2 - nbfg)^2 qq}$$

ou bien :

$$\frac{dp}{p} = \frac{dz}{f+z} - \frac{dq}{q} - \frac{2\gamma(f+z)dz}{\gamma(f+z)^2 - nbfg} = -\frac{dq}{q} - \frac{\gamma(f+z)^2 p\,dq - nbfg\,p\,dq}{(f+z)(\gamma(f+z)^2 - nbfg)}$$

Or à cause de $dx = p\,dq$, le second rayon de courbure sera $\frac{r\,dr}{ds} =$

$$\frac{cc\alpha^{\frac{2k-q}{c}}pp}{aa(l\alpha.\sin\zeta)^2}\left(1 - \frac{xl\alpha}{cp} - \frac{x}{pq} - \frac{\gamma(f+z)^2 x - nbfgx}{(f+z)(\gamma(f+z)^2 - nbfg)}\right)\sqrt{(xx - aa\alpha^{\frac{2q-2k}{c}}\sin\zeta^2)}$$

XXVII. De là nous tirerons pour le commencement de la courbe en O, premièrement le premier rayon de courbure

$$r = \frac{cp}{l\alpha.\sin\zeta} = -\frac{nbcfg}{(\gamma fk - nbgk)\,l\alpha.\sin\zeta}$$

& à cause de $q = k$; $x = a$; $z = 0$; & $p = -\frac{nbfg}{(\gamma f - nbg)k}$

le second rayon de courbure : $\frac{r\,dr}{ds} =$

$$\frac{nnbbccffgg}{akk(\gamma f - nbg)^2(l\alpha.\sin\zeta)^2}\left(1 + \frac{ak(\gamma f - nbg)l\alpha}{nbcfg} + \frac{ak(\gamma f - nbg)}{nbfgk} - \frac{a\gamma f - nnbg}{\gamma ff - nbfg}\right)\text{cf}\zeta$$

 De

De plus cette courbe ayant une asymtote, la perpendiculaire, qui y est tirée du centre C, sera $= \alpha^{\frac{-k}{c}} a \sin \zeta$: & ζ marque l'angle que fait la tangente de la courbe en O avec la verticale OZ.

XXVIII. Ce sont les élémens, qui seront suffisans, comme je ferai voir, pour connoitre la courbe entiere OMS, que le rayon forme en son passage par l'atmosphère. Car, puisqu'on sçait, que la courbure est partout extrèmement petite, on la pourra regarder comme une partie d'une courbe asymtotique, qui est déjà très éloignée du commencement, de sorte que l'équation pour cette courbe doit devenir très simple. Car soit ADS l'asymtote de cette courbe, & A le commencement, qu'on nomme l'abscisse AV $= t$ & l'appliquée VO $= y$; & lorsque t est déjà extrèmement grande, de quelque nature que soit la courbe, il est certain que la nature de la portion OS, sera toujours comprise dans cette formule, $t = \frac{C}{y^m}$.

Fig. 2.

XXIX. Il est d'abord clair, que les conditions exposées à l'égard de la perpendiculaire CD tirée du centre C à l'asymtote, & des deux rayons de courbure au point O avec l'angle ZOT que la tangente OT fait avec la verticale OZ; que ces conditions, dis-je, sont suffisantes pour déterminer tant l'espece que la position de la courbe OS. Il ne s'agit dont que de déterminer la position de l'asymtote ADS, l'abscisse AV $= t$, la constante C avec l'exposant m, pour avoir la vraye courbe OS du rayon.

XXX. Puisque $t = \frac{C}{y^m}$, nous aurons $dt = -\frac{mC\,dy}{y^{m+1}}$; ou bien posons $dt = -\frac{E\,dy}{y^\mu}$; de sorte que $m = \mu - 1$, & $C = \frac{E}{\mu}$, ou plutôt soit $dt = -\frac{E\,dy}{y^\mu}$ l'équation différentielle de la courbe

 cher-

cherchée, & la soutangente sera $VT = -\frac{y\,dt}{dy} = \frac{E}{y^{\mu-1}}$. Soit l'angle $OTV = \theta$, & il est clair que cet angle exprime la réfraction même, lorsque la distance de l'Astre S est regardée comme infinie; de là nous aurons $\tan\theta = \frac{OV}{VT} = \frac{y^{\mu}}{E}$.

XXXI. Ensuite, puisque l'angle $TOZ = \zeta$, nous aurons l'angle $ORV = \zeta + \theta$, donc $ROV = OCD = 90° - \zeta - \theta$. Et partant nous en tirerons la valeur de la perpendiculaire $CD = y + a\sin(\zeta + \theta)$: laquelle devant être $= a^{\frac{-k}{c}} a \sin\zeta$, nous aurons cette équation $y + a\sin(\zeta + \theta) = a^{\frac{-k}{c}} a \sin\zeta$ qui est la seconde, la premiere étant $\tan\theta = \frac{y^{\mu}}{E}$ pour déterminer les quatre inconnues, θ, E, y & μ; de sorte que nous avons besoin encore de deux équations.

XXXII. L'élément de la courbe Oo sera $ds = -\frac{dy}{y^{\mu}}\sqrt{(EE + y^{2\mu})}$ à cause de dy négatif en avançant de O vers S: donc prenant le différentiel dy constant, à cause de $ddt = \frac{\mu E\,dy^2}{y^{\mu+1}}$, le premier rayon de courbure sera $r = -\frac{ds^3}{dy\,ddt} = \frac{(EE + y^{2\mu})^{\frac{3}{2}}}{\mu E y^{2\mu-1}}$; qui nous fournit cette troisième équation: $\frac{(EE + y^{2\mu})^{\frac{3}{2}}}{\mu E y^{2\mu-1}} = -\frac{nbcfg}{(yf - nbg)k/a\sin\zeta}$.

XXXIII.

XXXIII. Pour trouver le ſecond rayon de courbure, prenons les differentiels :

$$dr = -\frac{dy((2\mu-1)EE-(\mu+1)y^{2\mu})\sqrt{(EE+y^{2\mu})}}{\mu E y^{2\mu}}$$

pour avoir

$$\frac{dr}{ds} = \frac{(2\mu-1)EE-(\mu+1)y^{2\mu}}{\mu E y^{\mu}}$$

laquelle valeur doit être égale au ſecond rayon de courbure diviſé par le premier ; ce qui donne la quatrième équation

$$\frac{(2\mu-1)EE-(\mu+1)y^{2\mu}}{\mu E y^{\mu}} = -\frac{nbcfg}{ak(\gamma f-nbg)l\alpha.\mathrm{tg}\zeta}\left(1+\frac{ak(\gamma f-nbg)l\alpha}{nbcfg}+\frac{nk(\gamma f-nbg)}{nbcfg}-\frac{a(\gamma f+nbg)}{f(\gamma f-nbg)}\right)$$

ou bien

$$\frac{(2\mu-1)EE-(\mu+1)y^{2\mu}}{\mu E y^{\mu}} = -\frac{cf}{akl\alpha.\mathrm{tg}\zeta}\left(\frac{nbg}{\gamma f-nbg}+\frac{akl\alpha}{cf}+\frac{a\gamma(\gamma f-3nbg)}{(\gamma f-nbg)^2}\right)$$

XXXIV. Or il faut ſe ſouvenir que $bgk = \gamma ch$ par le §. XXII. & poſant pour abréger :

$$-\frac{nbcfg}{(\gamma f-nbg)kl\alpha} = A$$

$$-\frac{nbcfg}{a(\gamma f-nbg)kl\alpha}-1-\frac{\gamma cf(\gamma f-3nbg)}{(\gamma f-nbg)^2 kl\alpha} = B$$

nos quatre équations feront :

I. $y^{\mu} = E \tang \theta$;

II. $y + a \sin(\zeta+\theta) = a^{\frac{-k}{c}} a \sin \zeta$

III.

$$\text{III.}\quad \frac{(EE+y^{2\mu})^{\frac{3}{2}}}{\mu E y^{2\mu-1}} = \frac{A}{\sin\zeta} \quad \&.$$

$$\text{IV.}\quad \frac{(2\mu-1)EE-(\mu+1)y^{2\mu}}{\mu E y^{\mu}} = \frac{B}{\tang\zeta}.$$

XXXV. Puisque $y^{\mu} = E\,\text{tang}\,\theta$, il sera $\sqrt{(EE+y^{2\mu})} = E\,\text{séc.}\,\theta$, d'où la III. & IV. prendront les formes suivantes :

$$\text{III.}\quad \frac{y\,\text{séc.}\,\theta^3}{\mu\,\text{tang}\,\theta^2} = \frac{A}{\sin\zeta}, \quad \text{ou} \quad y = \frac{\mu A \sin\theta^2 \cos\theta}{\sin\zeta}.$$

$$\text{IV.}\quad \frac{2\mu-1-(\mu+1)\,\text{tang}\,\theta^2}{\mu\,\text{tang}\,\theta} = \frac{B}{\text{tang}\,\zeta}; \quad \text{d'où nous tirons :}$$

$$\mu = \frac{\text{tang}\,\zeta.\,\text{séc.}\,\theta^2}{\text{tang}\,\zeta\,(2-\text{tg}\,\theta^2)-\text{tang}\,\theta} = \frac{\text{tang}\,\zeta}{\text{tg}\,\zeta\,(2\cos\theta^2-\sin\theta^2)-B\sin\theta\cos\theta}$$

& partant $y = \dfrac{A \sin\theta^2 \cos\theta}{\sin\zeta\,(2\cos\theta^2-\sin\theta^2)-B\cos\zeta\sin\theta\cos\theta}$.

XXXVI. Cette valeur étant substituée dans la seconde équation donnera :

$$\frac{A\sin\theta^2\cos\theta}{\sin\zeta(2\cos\theta^2-\sin\theta^2)-B\cos\zeta\sin\theta\cos\theta} + a\sin(\zeta+\theta) = a^{\frac{-k}{c}}\, a\sin\zeta,$$

laquelle ne contenant que la seule inconnuë θ, qui marque la réfraction qui convient à la hauteur observée $= 90° - \zeta$, ou à la distance au zenith $= \zeta$; elle nous découvrira cette réfraction.

XXXVII. Puisque nous savons que la réfraction θ est toujours assés petite, pour emploier les approximations, posons

 sin

$$\sin\theta = \theta - \tfrac{1}{6}\theta^3, \quad \& \quad \cos\theta = 1 - \tfrac{1}{2}\theta\theta,$$

& à cause de $\sin(\zeta + \theta) = \sin\zeta\cos\theta + \cos\zeta\sin\theta$, nous aurons :

$$\sin(\zeta+\theta) = \sin\zeta + \theta\cos\zeta - \tfrac{1}{2}\theta\theta\sin\zeta - \tfrac{1}{6}\theta^3\cos\zeta.$$

Donc posant $\frac{A}{a} = \frac{-nbcfg}{a(\gamma f - nbg)kl\alpha} = D$ nous aurons :

$$\frac{D\theta\theta(1-\frac{2}{3}\theta\theta)}{\sin\zeta(2-3\theta\theta) - B\theta\cos\zeta} + \sin\zeta + \theta\cos\zeta - \tfrac{1}{2}\theta\theta\sin\zeta = \alpha^{\frac{-k}{c}}\sin\zeta.$$

XXXVIII. Mais, puisque assés exactement $\alpha^{\frac{-k}{c}} = 1 - \frac{k}{c}l\alpha$, & $l\alpha = -(1-\alpha)$, nous aurons $\alpha^{\frac{-k}{c}} = 1 + \frac{(1-\alpha)k}{c}$, & partant en négligeant les termes, où θ a plus de deux dimensions :

$$D\theta\theta + 2\theta\sin\zeta\cos\zeta - \theta\theta\sin\zeta^2 - \frac{2(1-\alpha)k}{c}\sin\zeta^2$$

$$- B\theta\theta\cos\zeta^2 + \frac{B(1-\alpha)k}{c}\theta\sin\zeta\cos\zeta + \frac{3(1-\alpha)k}{c}\theta\theta\sin\zeta^2 = 0.$$

Or parce que $1-\alpha$ est si extrèmement petit, cette équation se réduit à celle-cy :

$$\theta\theta = \frac{-2\theta\sin\zeta\cos\zeta - \frac{B(1-\alpha)k}{c}\theta\sin\zeta\cos\zeta + \frac{2(1-\alpha)k}{c}\sin\zeta^2}{D - \sin\zeta^2 - B\cos\zeta^2},$$

qui donne $\theta =$

$$\frac{-\left(1+\frac{(1-\alpha)k}{2c}B\right)\sin\zeta\cos\zeta + \sin\zeta\sqrt{\left([1+\frac{(1-\alpha)k}{2c}B]^2\cos\zeta^2 + \frac{2(1-\alpha)k}{c}D - \frac{2(1-\alpha)k}{c}\sin\zeta^2 - \frac{2(1-\alpha)k}{c}B\cos\zeta^2\right)}}{D - \sin\zeta^2 - B\cos\zeta^2}$$

ou

$$\theta = \frac{-\left(1+\frac{(1-\alpha)k}{2c}B\right)\sin\zeta\cos\zeta + \sin\zeta\sqrt{\left([1-\frac{(1-\alpha)k}{2c}B]^2\cos\zeta^2 + \frac{2(1-\alpha)k}{c}[D-\sin\zeta^2]\right)}}{D - \sin\zeta^2 - B\cos\zeta^2}$$

XXXIX.

XXXIX. On pourroit encore plus exactement assigner la valeur de la réfraction θ, en ne point négligeant les plus hautes puissances de θ; ou bien on n'auroit qu'à resoudre cette équation :

$$D\sin\theta^2 c\!f\theta = [\sin\zeta(2c\!f\theta^2 - \sin\theta^2) - Bc\!f\zeta\sin\theta c\!f\theta]\,[\sin\zeta(1 - c\!f\theta) - c\!f\zeta\sin\theta + \frac{(1-\alpha)k}{c}\sin\zeta]$$

qui se reduit à une équation du sixième degrè ; mais on verra bientôt, que les termes que j'ai négligés, sont si petits, que la valeur trouvée pour θ ne sauroit différer sensiblement de la vérité : du moins la différence ne sauroit jamais à beaucoup prés monter à une seconde.

XL. En posant pour $l\alpha$ sa valeur $-(1-\alpha)$ nous aurons

$$D = \frac{nbcfg}{(1-\alpha)ak(\gamma f - nbg)}, \quad \&$$

$$B = \frac{nbcfg}{(1-\alpha)ak(\gamma f - nbg)} - 1 + \frac{\gamma cf(\gamma f - 3nbg)}{(1-\alpha)k(\gamma f - nbg)^2}.$$

Or, puisque la densité de l'air k doit être concluë de la hauteur du barometre h, & du nombre g indiqué par le thermometre, nous aurons $\frac{k}{c} = \frac{\gamma h}{bg}$ ou $\frac{c}{k} = \frac{bg}{\gamma h}$, & partant

$$D = \frac{nbbfgg}{(1-\alpha)a\gamma h(\gamma f - nbg)}, \quad \&$$

$$B = D - 1 + \frac{bfg(\gamma f - 3nbg)}{(1-\alpha)h(\gamma f - nbg)^2}.$$

XLI. La valeur trouvée pour θ fait dabord voir qu'au zenith, lorsque $\zeta = 0$, la réfraction evanouït aussi : mais pour les Astres vus dans l'Horizon, lorsque $\zeta = 90°$, la réfraction se trouve

$$\theta = \sqrt{\frac{2(1-\alpha)k}{c(D-1)}} = \sqrt{\frac{2(1-\alpha)\gamma h}{bg(D-1)}}$$

 ou

ou en remettant pour D sa valeur, la réfraction horizontale sera

$$\frac{(1-\alpha)\gamma h}{bg} \sqrt{\frac{2abg(\gamma f-nbg)}{nbbfgg-(1-\alpha)a\gamma h(\gamma f-nbg)}},$$

qui est exprimée en parties du sinus total $= 1$; donc, pour avoir sa valeur en secondes, on n'a qu'à multiplier cette formule par le nombre 206265.

XLII. De là on voit, que si la valeur de D étoit infinie, ce qui arriveroit lorsque $f = \frac{nbg}{\gamma}$, la réfraction horizontale évanouïroit; & qu'elle augmente, plus la valeur de D sera petite, ou plus la valeur de f sera grande. Mais par rapport à la hauteur f, où la chaleur est réduite à la moitié de celle qui régne en bas, je remarque qu'elle est toujours très grande; car puisque la chaleur se réduit à la moitié, lorsque la densité de l'air devient double, la hauteur du barometre demeurant la même; il est clair que ce seroit l'effet d'un très horrible froid, qu'on ne sauroit supposer dans l'atmosphère, qu'à une distance très éloignée. Donc la quantité f surpassera toujours de beaucoup la valeur de $\frac{nbg}{\gamma}$, puisque nb est environ une mile d'Allemagne, & la fraction $\frac{g}{\gamma}$ ne sauroit jamais s'éloigner considérablement de l'unité.

XLIII. Si nous supposons que le plus grand froid, qui régne dans les régions polaires, augmente la densité de l'air d'un tiers, le ressort demeurant le même, il semble très probable que dans les pays chauds un tel degré de froid ne sauroit être admis dans l'atmosphère qu'à une hauteur très grande, & qui surpasse de beaucoup une mile d'Allemagne. Supposons donc qu'à une hauteur $z = 2$ Miles d'Allegne, le degré de chaleur v soit deux tiers du degré g qui régne en bas,

bas, de forte que $v = \frac{2}{3}g$; & puisque j'ai supposé $v = \frac{fg}{f+z}$, nous aurons $\frac{2}{3} = \frac{f}{f+z}$, d'où nous tirons la hauteur f, où la chaleur ne sera que la moitié de g, $=$ 4 miles d'Allemagne, & partant à peu près $f = \frac{4nbg}{\gamma}$.

XLIV. Posons donc $f = \lambda nb$, où λ marque un nombre probablement plus grand que 4, & il semble même que ce nombre sera d'autant plus grand, plus la chaleur en bas g sera petite: car s'il fait déjà assés froid en bas, la chaleur ne sauroit diminuer si vite en montant, que s'il y faisoit plus chaud. D'où il s'ensuit, que le nombre λ sera plus grand, lorsque g est plus petit: ou bien en Eté le nombre λ sera plus petit qu'en Hyver. Cela remarqué, nous aurons:

$$D = \frac{\lambda nbbgg}{(1-\alpha)a\gamma h(\lambda\gamma - g)} \quad \alpha$$

$$B = D - 1 + \frac{\lambda bg(\lambda\gamma - 3g)}{(1-\alpha)h(\lambda\gamma - g)^2}.$$

XLV. De là, puisque $\frac{k}{c} = \frac{\gamma h}{bg}$, nous aurons pour les quantités, qui entrent dans l'expression trouvée pour la réfraction θ:

$$\frac{(1-\alpha)k}{2c}.B = \frac{\lambda nbg}{2a(\lambda\gamma - g)} - \frac{(1-\alpha)\gamma h}{2bg} + \frac{\lambda\gamma(\lambda\gamma - 3g)}{2(\lambda\gamma - g)^2}$$

$$\frac{2(1-\alpha)k}{c}(D - \sin\zeta^2) = \frac{2\lambda nbg}{a(\lambda\gamma - g)} - \frac{2(1-\alpha)\gamma h}{bg}\sin\zeta^2$$

$$D - \sin\zeta^2 - Bcf\zeta^2 = \frac{\lambda nbbgg\sin\zeta^2}{(1-\alpha)a\gamma h(\lambda\gamma - g)} - \sin\zeta^2 + cf\zeta^2 - \frac{\lambda bg(\lambda\gamma - 3g)cf\zeta^2}{(1-\alpha)h(\lambda\gamma - g)^2}$$

 Donc

Donc, s'il étoit $\lambda\gamma = 3g$, nous aurions :

$$\frac{(1-\alpha)k}{2c}B = \frac{3nbg}{4a\gamma} - \frac{(1-\alpha)\gamma h}{2bg}$$

$$\frac{2(1-\alpha)k}{c}(D-\sin\zeta^2) = \frac{3nbg}{a\gamma} - \frac{2(1-\alpha)\gamma h}{bg}\sin\zeta^2$$

$$D-\sin\zeta^2 - B\cos\zeta^2 = \frac{3nbbgg\sin\zeta^2}{2(1-\alpha)aggh} - \sin\zeta^2 + \cos\zeta^2.$$

XLVI. Or, si nous posons $\lambda = \infty$, ce qui est le cas où l'atmosphère auroit par toute sa hauteur le même degré de chaleur, ces quantités deviendroient :

$$\frac{(1-\alpha)k}{2c}B = \frac{nbg}{2a\gamma} - \frac{(1-\alpha)\gamma h}{2bg} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{2(1-\alpha)k}{c}(D-\sin\zeta^2) = \frac{2nbg}{a\gamma} - \frac{2(1-\alpha)\gamma h}{bg}\sin\zeta^2$$

$$D-\sin\zeta^2 - B\cos\zeta^2 = \frac{nbbgg\sin\zeta^2}{(1-\alpha)a\gamma\gamma h} - \sin\zeta^2 + \cos\zeta^2 - \frac{bg\cos\zeta^2}{(1-\alpha)\gamma h},$$

Or, quelque hypothese qui puisse avoir lieu, la réfraction sera :

$$\theta = \frac{-\left(1+\frac{(1-\alpha)k}{2c}B\right)\sin\zeta\cos\zeta + \sin\zeta\sqrt{\left(\left[1-\frac{(1-\alpha)k}{2c}B\right]^2\cos\zeta^2 + \frac{2(1-\alpha)k}{c}\left[D-\sin\zeta^2\right]\right)}}{D - \sin\zeta^2 - B\cos\zeta^2}$$

XLVII. S'il arrivoit que le dénominateur $D-\sin\zeta^2 - B\cos\zeta^2$ devint quelque part $= 0$, alors nous aurions :

$$\theta = \frac{\frac{(1-\alpha)k}{c}.\tang\zeta}{1+\frac{(1-\alpha)k}{2c}.B}$$

Pour

Pour ce cas l'hypothese $\lambda\gamma = 3g$ donneroit, à cause de l'extrême petitesse des termes $\frac{nbg}{a\gamma}$, & $\frac{(1-\alpha)\gamma h}{bg}$, la réfraction $\theta = \frac{(1-\alpha)\gamma h}{bg}$ tgζ; mais l'autre hypothese $\lambda = \infty$ donneroit $\theta = \frac{2(1-\alpha)\gamma h}{3bg}$ tang ζ.

XLVIII. Dévelopons ces deux hypotheses, entre lesquelles la Nature semble consister, plus en détail: & puisque nb est environ une Mile d'Allemagne, & le rayon de la terre en contient environ 858, la valeur de $\frac{nb}{a}$ sera $= \frac{1}{858}$. Ensuite, puisqu'il est à peu près $1-\alpha = \frac{1}{3432}$, il sera $\frac{nb}{(1-\alpha)a} = 4$, & les raisons $g:\gamma$ & $h:b$ ne différeront pas beaucoup de celle d'égalité. Cela remarqué, il sera aisé de voir, quels termes sont si petits par rapport aux autres, qu'on les puisse négliger.

XLIX. Soit donc pour la premiere hypothese $\lambda\gamma = 3g$, & nous aurons:

$$\frac{(1-\alpha)k}{2c}\text{B} = \frac{1}{1144}\cdot\frac{g}{\gamma} - \frac{1}{6864}\cdot\frac{\gamma h}{bg}$$

$$\frac{2(1-\alpha)k}{c}(\text{D}-\sin\zeta^2) = \frac{1}{286}\cdot\frac{g}{\gamma} - \frac{1}{1716}\cdot\frac{\gamma h}{bg}\sin\zeta^2$$

$$\text{D}-\sin\zeta^2 - \text{B}\cos\zeta^2 = 6\cdot\frac{bgg}{\gamma\gamma h}\sin\zeta^2 - \sin\zeta^2 + \cos\zeta^2$$

Or

Or, pour l'autre hypothese $\lambda = \infty$ nous aurons :

$$\frac{(1-\alpha)k}{2c}B = \frac{1}{1716}\cdot\frac{g}{\gamma} - \frac{1}{6864}\cdot\frac{\gamma h}{bg} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{2(1-\alpha)k}{c}(D-\sin\zeta^2) = \frac{1}{429}\cdot\frac{g}{\gamma} - \frac{1}{1716}\cdot\frac{\gamma h}{bg}\sin\zeta^2$$

$$D-\sin\zeta^2-B\cos\zeta^2 = 4\cdot\frac{bgg}{\gamma\gamma h}\sin\zeta^2 - \sin\zeta^2 + \cos\zeta^2 - 3432\frac{bg}{\gamma h}\cos\zeta^2.$$

L. Soit la distance de l'astre au zenith, ou l'angle ζ, extrèmement petit, & ayant pour ce cas :

$$\theta = \frac{-\frac{(1-\alpha)k}{c}B\sin\zeta\cos\zeta + \dfrac{\frac{(1-\alpha)k}{c}(D-\sin\zeta^2)\sin\zeta}{\left(1-\frac{(1-\alpha)k}{2c}B\right)\cos\zeta}}{D - \sin\zeta^2 - B\cos\zeta^2}$$

Donc, en négligeant les plus petits termes, nous aurons pour la premiere hypothese $\lambda\gamma = 3g$: $\theta =$

$$\frac{-\left(\frac{1}{572}\cdot\frac{g}{\gamma} - \frac{1}{3432}\cdot\frac{\gamma h}{bg}\right)\sin\zeta\cos\zeta + \left(\frac{1}{572}\cdot\frac{g}{\gamma} - \frac{1}{3432}\cdot\frac{\gamma h}{bg}\cdot\sin\zeta^2\right)\mathrm{tg}\,\zeta}{\cos\zeta^2}$$

ou bien $\theta = \frac{1}{572}\cdot\frac{g}{\gamma}\tang\zeta^3 + \frac{1}{3432}\cdot\frac{\gamma h}{bg}\cdot\frac{\tang\zeta.\cos 2\zeta}{\cos\zeta^2}$.

Et pour l'autre hypothese $\lambda = \infty$ nous aurons : $\theta =$

$$\frac{-\left(1+\frac{1}{858}\cdot\frac{g}{\gamma} - \frac{1}{3432}\cdot\frac{\gamma h}{bg}\right)\sin\zeta\cos\zeta + 2\left(\frac{1}{858}\cdot\frac{g}{\gamma} - \frac{1}{3432}\cdot\frac{\gamma h}{bg}\sin\zeta^2\right)\mathrm{tg}\,\zeta}{-3432\cdot\frac{bg}{\gamma h}\cos\zeta^2}$$

ou

ou $\theta = \frac{1}{3432} \cdot \frac{\gamma h}{bg} \tan \zeta$; donc dans l'un & l'autre cas la réfraction eſt à peu près la même.

LI. Pour la réfraction horizontale ou $\zeta = 90$ ayant

$$\theta = \frac{\sqrt{\frac{2(1-\alpha)k}{c}(D-1)}}{D-1},$$ nous aurons pour la premiere hypotheſe

$$\lambda\gamma = 3g:$$

$$\theta = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{286}\cdot\frac{g}{\gamma} - \frac{1}{1716}\cdot\frac{\gamma h}{bg}\right)}}{6\cdot\frac{bgg}{\gamma\gamma h} - 1} = \frac{\frac{\gamma h}{bg}}{\sqrt{10296\left(\frac{g}{\gamma} - \frac{1}{6}\cdot\frac{\gamma h}{bg}\right)}}$$

& pour l'autre hypotheſe $\lambda = \infty$:

$$\theta = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{429}\cdot\frac{g}{\gamma} - \frac{1}{1716}\cdot\frac{\gamma h}{bg}\right)}}{4\cdot\frac{bgg}{\gamma\gamma h} - 1} = \frac{\frac{\gamma h}{bg}}{\sqrt{6864\left(\frac{g}{\gamma} - \frac{1}{4}\cdot\frac{\gamma h}{bg}\right)}}$$

LII. Ces formules ſont fondées ſur un certain état fixe de l'air, qu'il faut expliquer plus diſtinctement : dans cet état de l'air je ſuppoſe, que la hauteur du mercure dans le barometre étant $= b$, il ſoit exactement $\frac{nb}{a} = \frac{1}{858}$: de plus je ſuppoſe que le degré de chaleur γ de cet air ſoit tel, qu'il en réſulte une telle denſité de l'air, que la raiſon de réfraction des rayons, qui entrent du vuide dans cet air, ſoit exactement comme 1 à $1 - \frac{1}{4\cdot 858}$, ou comme 3432 à 3431; de ſorte que $1 - \alpha = \frac{1}{3432}$; & $\frac{nb}{(1-\alpha)a} = 4$.

Et il n'y a aucun doute, qu'un tel état de l'air tant par rapport à son élasticité qu'à sa chaleur ne soit possible; & qu'il ne puisse même exister quelquefois.

LIII. Car posant la hauteur du barometre $b = 2\frac{1}{3}$ pieds; & la densité du mercure à celle de cet air, comme 10000 à 1, on aura $nb = 23333$ pieds, ou bien à une mile d'Allemagne; donc $\frac{nb}{a} = \frac{1}{858}$. Cette même valeur proviendroit, si la hauteur du barometre b étoit ou plus grande ou plus petite, & que la densité de l'air fut augmentée ou diminuée en même raison. Or parmi cette infinité de cas, qui produisent tous $\frac{nb}{a} = \frac{1}{858}$, il s'en trouvera un certainement, où $1 - \alpha$ devient $= \frac{1}{3432}$, laquelle fraction est assés d'accord avec ce qu'on a trouvé par les expériences: & alors γ marque le degré de chaleur de cet air.

LIV. Ayant donc une fois établi ces deux quantités b & γ, il faut chercher pour chaque autre état de l'air les quantités h & g: dont la quantité h marque la hauteur du barometre, & se trouve par conséquent sans aucune difficulté. L'autre quantité g, se conclura du thermometre, dont les divisions montrent le volume, qu'une certaine masse d'air occupe à chaque degré de chaleur, le ressort étant le même. De là on aura pour chaque état de l'air, tant le rapport de h à b que de g à γ, exprimé en nombres.

LV. Or nous voyons que ces deux rapports $\frac{g}{\gamma}$ & $\frac{\gamma h}{bg}$, entrent dans nos formules: soit donc

$$\frac{g}{\gamma} = M, \quad \& \quad \frac{\gamma h}{bg} = N.$$

Posons

Posons de plus pour voir mieux le rapport des nombres $\frac{1}{3432} = \mu$, & nous aurons pour l'hypothese $\lambda\gamma = 3g$:

$$\frac{(1-\alpha)k}{2c}B = 3\mu M - \tfrac{1}{2}\mu N$$

$$\frac{2(1-\alpha)k}{c}(D - \sin\zeta^2) = 12\mu M - 2\mu N \sin\zeta^2$$

$$D - \sin\zeta^2 - B\cos\zeta^2 = \frac{6M}{N}\sin\zeta^2 - \sin\zeta^2 + \cos\zeta^2$$

& pour l'hypothese $\lambda = \infty$:

$$\frac{(1-\alpha)k}{2c}B = 2\mu M - \tfrac{1}{2}\mu N + \tfrac{1}{2}$$

$$\frac{2(1-\alpha)k}{c}(D - \sin\zeta^2) = 8\mu M - 2\mu N \sin\zeta^2$$

$$D - \sin\zeta^2 - B\cos\zeta^2 = \frac{4M}{N}\sin\zeta^2 - \sin\zeta^2 + \cos\zeta^2 - \frac{1}{\mu N}\cos\zeta^2.$$

LVI. En substituant ces valeurs, nous trouverons la réfraction θ qui répond à la distance observée au zenith $= \zeta$.

Pour la premiere hypothese $\lambda = \frac{3g}{\gamma} = 3M$:

$$\theta = \frac{-[1 + 3\mu M - \frac{1}{2}\mu N]\sin\zeta\cos\zeta + \sin\zeta\sqrt{[(1 - 3\mu M + \frac{1}{2}\mu N)^2\cos\zeta^2 + 12\mu M - 2\mu N\sin\zeta^2]}}{\frac{6M}{N}\sin\zeta^2 - \sin\zeta^2 + \cos\zeta^2}$$

ou bien en négligeant les termes qui renferment μ^2 :

$$\theta = \frac{-N[1 + 3\mu M - \frac{1}{2}\mu N]\sin\zeta\cos\zeta + N\sin\zeta\sqrt{[\cos\zeta^2 + 6\mu M(2 - \cos\zeta^2) + \mu N(\cos\zeta^2 - 2\sin\zeta^2)]}}{6M\sin\zeta^2 + N(\cos\zeta^2 - \sin\zeta^2)}$$

& pour la seconde hypothese $\lambda = \omega$:

$$\theta =$$

$$\frac{+\mu N\left[\tfrac{3}{2}+2\mu M-\tfrac{1}{2}\mu N\right]\mathrm{sn}\,\zeta\,\mathrm{cs}\,\zeta-\mu N\,\mathrm{sn}\,\zeta\,\sqrt{\left[\tfrac{1}{4}\mathrm{cs}\,\zeta^2+2\mu M(4-\mathrm{cs}\,\zeta^2)+\tfrac{1}{2}\mu N(\mathrm{cs}\,\zeta^2-4\,\mathrm{sn}\,\zeta^2)\right]}}{\cos\zeta^2-\mu N(\cos\zeta^2-\sin\zeta^2)-4\mu M\sin\zeta^2}$$

ou en négligeant les termes, que sont extrèmement petits à l' égard des autres

$$\theta = \frac{+\tfrac{3}{2}\mu N\sin\zeta\cos\zeta-\tfrac{1}{2}\mu N\sin\zeta\sqrt{\left[\cos\zeta^2+8\mu M-2\mu N\sin\zeta^2\right]}}{\cos\zeta^2+\mu N\sin\zeta^2-4\mu M\sin\zeta^2}.$$

LVII. Dans cette derniere formule il faut distinguer deux cas, l'un où $\cos\zeta^2+\mu N\sin\zeta^2$ est plus grand que $4\mu M\sin\zeta^2$; & l'autre où il est plus petit : cependant dans l'un & l'autre cas la valeur de θ provient affirmative. Mais, lorsque le dénominateur devient extrèmement petit, alors on ne doit plus négliger aucun terme, quelque petit qu'il paroisse : on aura donc pour ce cas :

$$\theta =$$

$$\frac{\mu N\left[\tfrac{3}{2}+2\mu M-\tfrac{1}{2}\mu N\right]\mathrm{sn}\,\zeta\,\mathrm{cs}\,\zeta-\mu N\,\mathrm{sn}\,\zeta\,\sqrt{\left[(\tfrac{1}{2}-2\mu M+\tfrac{1}{2}\mu N)^2\mathrm{cs}\,\zeta^2+8\mu M-2\mu N\,\mathrm{sn}\,\zeta^2\right]}}{\cos\zeta^2-4\mu M\sin\zeta^2-\mu N(\cos\zeta^2-\sin\zeta^2)}$$

ou bien

$$\theta =$$

$$\frac{\mu N\left[\tfrac{3}{2}+2\mu M-\tfrac{1}{2}\mu N\right]\mathrm{sn}\,\zeta\,\mathrm{cs}\,\zeta-\mu N\,\mathrm{sn}\,\zeta\,\sqrt{\left[\tfrac{3}{2}+2\mu M-\tfrac{1}{2}\mu N)^2\mathrm{cs}\,\zeta^2-2\,\mathrm{cs}\,\zeta^2+8\mu M\,\mathrm{sn}\,\zeta^2+2\mu N(\mathrm{cs}\,\zeta^2-\mathrm{sn}\,\zeta^2)\right]}}{\cos\zeta^2-4\mu M\sin\zeta^2-\mu N(\cos\zeta^2-\sin\zeta^2)}$$

LVIII. Posons maintenant pour abréger

$$\tfrac{3}{2}+2\mu M-\tfrac{1}{2}\mu N = L$$

$$\cos\zeta^2-4\mu M\sin\zeta^2-\mu N(\cos\zeta^2-\sin\zeta^2) = Q$$

& nous aurons :

$$\theta = \frac{\mu N L\sin\zeta\cos\zeta-\mu N\sin\zeta\sqrt{(LL\cos\zeta^2-2Q)}}{Q}.$$

Cette

Cette formule dont on peut se servir en général trés commodément, nous fait d'abord voir, que lorsque le dénominateur Q est très petit, on aura :

$$\theta = \frac{\mu N}{L} \text{tang}\, \zeta + \frac{\mu N Q}{2 L^3} \frac{\text{tang}\, \zeta}{\text{cos}\, \zeta^2} + \frac{\mu N Q Q}{2 L^5} \frac{\text{tang}\, \zeta}{\text{cos}\, \zeta^4}.$$

Donc si $Q = 0$, il deviendra $\theta = \frac{\mu N}{L} \text{tang}\, \zeta$.

LIX. Voyons maintenant plus en détail, quelles Tables de réfractions résultent de l'une & de l'autre de ces deux hypotheses, pour chaque degré de chaleur & d'élasticité de l'air. La base de ces tables sera tirée de l'état de l'air fixe, pour lequel je suppose que le barometre montre la hauteur b, & le thermometre le degré γ: Ou bien je suppose que la densité de l'air est telle, que pour le passage des rayons du vuide dans cet air, le sinus d'incidence soit au sinus de réfraction comme 3432 à 3431, ou comme 1 à $1 - \mu$: ensuite je suppose que la densité de cet air est à celle du mercure exactement comme la hauteur du barometre b au rayon de la terre.

PREMIERE HYPOTHESE

où la chaleur de l'air à une hauteur de 3 miles est supposée reduite à la moitié.

LX. Pour cette hypothese nous avons trouvé, que posant:

$$M = \frac{g}{\gamma} \; ; \; N = \frac{\gamma h}{b g}, \text{ \& de plus.}$$

$$L = 1 + 2 \mu M - \tfrac{1}{2} \mu N.$$

$$Q = 6 M \sin \zeta^2 + N (\cos \zeta^2 - \sin \zeta^2),$$

la réfraction qui répond à la distance observée au zenith $= \zeta$ sera:

$$\theta = \frac{- L N \sin \zeta \cos \zeta + N \sin \zeta \sqrt{(L L \cos \zeta^2 + 2 \mu Q)}}{Q}.$$

LXI. Donc pour l'état fixe de l'air, qui nous sert de base, ayant $g = \gamma$, & $h = b$; nous aurons $M = 1$, & $N = 1$, & partant $L = 1 + \frac{2}{5}\mu$, & $Q = 5\sin\zeta^2 + \cos\zeta^2$; par conséquent la réfraction sera

$$\theta = \frac{-(1+\frac{2}{5}\mu)\sin\zeta\cos\zeta + \sin\zeta\sqrt{[(1+\frac{2}{5}\mu)^2 \cos\zeta^2 + 10\mu\sin\zeta^2 + 2\mu\cos\zeta^2]}}{5\sin\zeta^2 + \cos\zeta^2}$$

ou bien

$$\theta = \frac{-(1+\frac{2}{5}\mu)\tan\zeta + \tan\zeta\sqrt{[(1+\frac{2}{5}\mu)^2 + 2\mu + 10\mu\tan\zeta^2]}}{1 + 5\tan\zeta^2}.$$

LXII. Tandisque le terme $10\mu\tan\zeta^2$ est beaucoup plus petit que l'unité, à cause de $\mu = \frac{1}{3432}$, il sera assés exactement :

$$\theta = \mu\tan\zeta - \frac{1}{2}\mu\mu(6 + 5\tan\zeta^2)\tan\zeta.$$

Or lorsque $10\mu\tan\zeta^2$ est une quantité extrèmement grande, alors on aura :

$$\theta = \frac{1}{5}\sqrt{10\mu} - \frac{1}{5\tan\zeta} + \frac{1}{10\tan\zeta^2\sqrt{10\mu}} - \frac{\mu}{2\tan\zeta}.$$

Mais si $10\mu\tan\zeta^2$ est un nombre médiocre $= t$, puisque $\tan\zeta^2 = \frac{t}{10\mu} = 343\frac{1}{5}t$, & partant un nombre très grand, nous aurons :

$$\theta = \left(\sqrt{(1+t)} - 1 - \frac{2}{5}\mu + \frac{7\mu}{2\sqrt{(1+t)}}\right)\frac{100}{9263\sqrt{t}}.$$

& cette formule sert pour toutes les réfractions médiocres.

LXIII. Pour la réfraction horizontale, où $\zeta = 90$ nous aurons en général $Q = 6M - N$; & partant

$$\theta = N\sqrt{\frac{2\mu}{Q}} = N\sqrt{\frac{2\mu}{6M-N}},$$

d'où

d'où nous tirons pour les cas suivans :

	I.	II.	III.	IV.	V.
	$\frac{g}{\gamma} = 1$	$\frac{g}{\gamma} = 1$	$\frac{g}{\gamma} = 1$	$\frac{g}{\gamma} = \frac{6}{5}$	$\frac{g}{\gamma} = \frac{4}{5}$
	$\frac{h}{b} = 1$	$\frac{h}{b} = \frac{6}{5}$	$\frac{h}{b} = \frac{4}{5}$	$\frac{h}{b} = 1$	$\frac{h}{b} = 1$
	$M = 1$	$M = 1$	$M = 1$	$M = \frac{6}{5}$	$M = \frac{4}{5}$
	$N = 1$	$N = \frac{6}{5}$	$N = \frac{4}{5}$	$N = \frac{5}{6}$	$N = \frac{5}{4}$
$6M - N$	$= 5$	$= \frac{24}{5}$	$= \frac{26}{5}$	$= \frac{191}{30}$	$= \frac{71}{20}$
$\theta =$	$37', 6\frac{4}{5}''$	$44', 25\frac{1}{5}''$	$29', 6\frac{4}{5}''$	$27', 24\frac{1}{2}''$	$55', 3\frac{2}{5}''$

LXIV. De là nous voyons, que dans l'état fixe de l'air, qui nous sert de base, où $g = \gamma$, & $h = b$, la parallaxe horizontale est de $2227''$: & que, si la hauteur du barometre h differe un peu de b, de sorte que

$h = (1 + x)b$, on aura $\theta = 2227 + 2295x - 550xx$.

Or si la hauteur du thermometre g différe un peu de γ, de sorte que

$g = (1 + y)\gamma$, on aura $\theta = 2227 - 4148y + 6178yy$.

D'où nous concluons, que lorsqu'il y aura conjointement : $h = (1 + x)b$, & $g = (1 + y)\gamma$; la réfraction horizontale sera

$$\theta = 2227 + 2295x - 550xx - 4148y + 6178yy.$$

LXV. Ainsi il est clair, qu'une plus grande hauteur du barometre augmente la réfraction horizontale : ou qu'une plus grande hauteur du thermometre la diminuë. Donc, puisque la réfraction horizontale se trouve ordinairement dans nos contrées de $2000''$, cet état de l'air différe tellement de l'état fixe que

$$227 + 2295x - 550xx - 4148y + 6178yy = 0.$$

Et

Et partant si c'étoit uniquement la hauteur du barometre qui régle cette différence, on auroit $x = -0,0966$; ou si cette différence provenoit uniquement du thermometre, on auroit $y = 0,0508$. Mais si l'un & l'autre y contribuoit également, de sorte que $x = -y$, on auroit $x = -0,0363$, & $y = +0,0363$, de sorte qu'il seroit $h = 0,9673\,b$, & $g = 1,0363\,\gamma$.

LXVI. Considérons à présent aussi la réfraction à une certaine hauteur, & soit la distance observée au zenith $\zeta = 45^\circ$, de sorte que $\sin\zeta = \cos\zeta$, & la réfraction qui convient à cette hauteur se trouvera

$$\theta = \frac{-(1+3\mu M - \frac{1}{2}\mu N)N + N\sqrt{\{(1+3\mu M-\frac{1}{2}\mu N)^2+12\mu M\}}}{6\,M},$$

ou bien assés exactement $\theta = \mu N$. Et de là nous aurons pour nos cinq cas considérés cy-dessus

	I.	II.	III.	IV.	V.
	$\frac{g}{\gamma} = 1$	$\frac{g}{\gamma} = 1$	$\frac{g}{\gamma} = 1$	$\frac{g}{\gamma} = \frac{6}{5}$	$\frac{g}{\gamma} = \frac{4}{5}$
	$\frac{h}{b} = 1$	$\frac{h}{b} = \frac{6}{5}$	$\frac{h}{b} = \frac{4}{5}$	$\frac{h}{b} = 1$	$\frac{h}{b} = 1$
$\theta =$	60'', 1	72'', 1	48'', 1	50'', 1	75'', 1

LXVII. Donc, si la hauteur du barometre h différe tellement de la hauteur fixe b, que $h = (1+x)\,b$, la réfraction qui répond à la hauteur de 45° sera $= 60''\tfrac{1}{10} + 60x$. Or si la hauteur du thermometre $g = (1+y)\gamma$, la réfraction sera $= 60\tfrac{1}{10} - 62\tfrac{1}{2}y + 62\tfrac{1}{2}yy$. Et partant lorsqu'il y aura à la fois $h = (1+x)b$, & $g = (1+y)\gamma$ la réfraction à la hauteur de 45° sera

$$\theta = 60'' + 60x - 62\tfrac{1}{2}y, \text{ ou bien } = \frac{1+x}{1+y}\,60 \text{ secondes.}$$

LXVIII.

LXVIII. Les tables de M. *Caſſini* marquent la réfraction horizontale $= 32', 20'' = 1940''$, & celle qui répond à la hauteur de $45^\circ = 59''$; donc ſuppoſant que ces deux réfractions conviennent au même état de l'air, nous aurons $60 + 60x = 59 + 59y$; ou bien $1 + 60x = 59y$, donc $x = y - \frac{1}{60}y - \frac{1}{60}$: & cette valeur étant ſubſtituée dans l'autre équation horizontale, donnera la valeur de y.

LXIX. Or, puisque $M = 1 + y$, & $N = \frac{1+x}{1+y}$, la réfraction horizontale eſt $= \frac{1+x}{1+y}\sqrt{\frac{2\mu(1+y)}{6(1+y)^2-1-x}}$, & dans le cas $x = 0$, & $y = 0$, elle eſt $\sqrt{\frac{2\mu}{5}} = 2227''$; nous aurons $\sqrt{2\mu} = 2227\sqrt{5}$; donc en général lorsque $b = (1+x)b$, & $g = (1+y)\gamma$, la réfraction horizontale ſera $= 2227 \cdot \frac{1+x}{1+y}\sqrt{\frac{5(1+y)}{6(1+y)^2-1-x}}$. Et partant ayant déjà trouvé $1 + x = \frac{59}{60}(1+y)$ nous aurons pour la réfraction horizontale

$$1940 = \frac{59}{60} \cdot 2227\sqrt{\frac{5}{6(1+y)-\frac{59}{60}}} = 2190\sqrt{\frac{300}{301+360y}};$$

d'où nous tirons $y = 0{,}2258$, & $x = 0{,}2054$.

LXX. Donc, pour cet état de l'air, auquel répond la table des réfractions de Mr. *Caſſini*, nous aurons :

la hauteur du barometre $= 1{,}2054\ b$

la hauteur du thermometre $= 1{,}2258\ \gamma$

Donc, ſi nous regardons ces deux hauteurs comme connuës, & que nous poſions pour la table des réfractions de Mr. *Caſſini* ...

la hauteur du barometre $= H$, & du thermometre $= G$, nous en tirerons pour notre état fixe de l'air :

$$\text{la hauteur du barometre} = \frac{H}{1,2054} = 0,8296\,H$$

$$\text{la hauteur du thermometre} = \frac{G}{1,2258} = 0,8158\,G$$

LXXI. Les Tables de *Flamsteed* supposent la réfraction horizontale de $33' = 1980''$ & celle qui répond à la hauteur de $44°$ seulement de $45''$, de sorte que nous ayons :

$$\frac{1+x}{1+y}\,60 = 48 \quad \& \quad 2227.\ \frac{1+x}{1+y}\, V \frac{5(1+y)}{6(1+y)^2-1-x} = 1980$$

Donc, puisque $1+x = \frac{4}{5}(1+y)$, nous aurons :

$$\tfrac{4}{5}.\ 2227\ V\frac{25}{26+30y} = 1980 \quad \text{ou} \quad y = -0,19209$$ & partant $x = -0,35366$: ou bien pour cet état de l'air on aura

la hauteur du barometre $h = 0,64633\, b$

la hauteur du thermometre $g = 0,80701\,\gamma$

de sorte que cet état de l'air seroit extrèmement différent de celui qui répond à la table de Mr. *Cassini*.

SECONDE HYPOTHESE

où la chaleur de l'air est supposée la même par toute la hauteur de l'atmosphère.

LXXII. Pour cette hypothese posant

$$M = \frac{g}{\gamma}. \qquad N = \frac{\gamma h}{b g}$$

$$L = \tfrac{3}{2} + 2\mu M - \tfrac{1}{2}\mu N$$

$$Q = \cos\zeta^2 - 4\mu M \sin\zeta^2 - \mu N(\cos\zeta^2 - \sin\zeta^2)$$

la

la réfraction qui répond à la distance observée du zenith $= \zeta$ sera

$$\theta = \frac{\mu NL \sin\zeta \cos\zeta - \mu N \sin\zeta \sqrt{(Ll \cos\zeta^2 - 2Q)}}{Q}$$

LXX. Donc pour la réfraction horizontale ou $\zeta = 90°$, on aura $Q = -4\mu M + \mu N$: & la réfraction horizontale sera

$$\theta = \mu N \sqrt{\frac{2}{4\mu M - \mu N}} = N \sqrt{\frac{2\mu}{4M - N}}.$$

Et partant dans notre état fixe de l'air, où $M = 1$ & $N = 1$, la réfraction horizontale sera $= \sqrt{\frac{2\mu}{3}}$, ou bien de $2875'' = 47', 55''$. Donc, pour tout autre état de l'air, à cause de $\sqrt{2\mu} = 2875\sqrt{3}$, la réfraction horizontale sera

$$\theta = 2875 N \sqrt{\frac{3}{4M - N}}.$$

LXXIV. Ensuite pour la hauteur observée de 45° d'un astre, ou $\cos\zeta = \sin\zeta$ & $Q = (1 - 4\mu M)\sin\zeta^2$, la réfraction sera

$$\theta = \frac{\mu NL - \mu N \sqrt{(LL - 2 + 8\mu M)}}{1 - 4\mu M} \text{ ou bien}$$

$$\theta = \frac{\mu N \left(\left[\tfrac{3}{2} + 2\mu M - \tfrac{1}{2}\mu N - \sqrt{(\tfrac{1}{4} + 14\mu M - \tfrac{3}{2}\mu N}\right]\right)}{1 - 4\mu M}$$

& partant $\theta = \frac{\mu N(1 - 12\mu M + \mu N)}{1 - 4\mu M} = \mu N(1 - 8\mu M + \mu N)$

Or pour notre état fixe de l'air cette réfraction devient $= 60''$; & partant dans tout autre état de l'air la réfraction qui répond à la hauteur de 45° sera $= 60$ N secondes.

LXXV. Comparons aussi avec cette hypothese la table des réfractions de M. *Cassini*, & nous aurons:

$$59 = 60 N \quad \& \quad 1940 = 2875 N \sqrt{\frac{3}{4M - N}}.$$

 donc

donc $N = \frac{59}{60}$ & $1940 = 2827 \sqrt{\frac{180}{240 M - 59}}$.

& partant $M = 1,8383 = \frac{g}{\gamma}$ donc $\frac{h}{b} = MN = 1,8077$:

Or la table des réfractions de *Flamsteed* donne

$$48 = 60 N \quad \& \quad 1980 = 2300 \sqrt{\frac{15}{20 M - 4}}$$

d'où nous tirons :

$$N = \tfrac{4}{5} \quad \& \quad M = 1,2119 = \frac{g}{\gamma} \quad \& \quad \frac{h}{b} = 0,9696$$

LXXVI. Notre état fixe de l'air convient donc mieux avec les refractions de *Flamsteed*, qu'avec celles de *Cassini*, dans cette seconde hypothese : or le contraire arrive dans la premiere hypothese, où l'état de l'air requis pour les réfractions de *Cassini* approche plus de notre état fixe de l'air, que celui qui répond aux réfractions de *Flamsteed*. D'où il semble qu'en Angleterre le degré de chaleur de l'atmosphère en montant diminuë moins qu'à Paris.

LXXVII. Pour juger mieux de l'état de l'air, qui convient à chaque table des réfractions, posons en général la réfraction horizontale $= u''$, & celle qui répond à la hauteur de $45° = v''$, & la premiere hypothese donnera :

$$2227 \sqrt{\frac{5}{6M - N}} = u \quad \& \quad 60 N = v$$

d'où nous tirons :

$$N = \frac{1}{60} v \quad \& \quad M = 1148 \frac{vv}{uu} + \frac{v}{360}.$$

Or la seconde hypothese donne

$$2875 N \sqrt{\frac{3}{4M - N}} = u \quad \& \quad 60 N = v$$

d'où nous tirons :

$$N = \frac{1}{60} v \quad \& \quad M = 1722 \frac{vv}{uu} + \frac{v}{240}.$$

LXXVIII.

LXXVIII. Si l'une & l'autre hypothese s'écartoit également de la vérité on auroit pour une hypothese moyenne

$$N = \frac{1}{60}v \quad \& \quad M = 1435\frac{vv}{uu} + \frac{v}{300}.$$

& partant

$$\frac{g}{\gamma} = 1435\frac{vv}{uu} + \frac{v}{300} \quad \& \quad \frac{h}{b} = 23\frac{11}{12}\cdot\frac{v^3}{uu} + \frac{vv}{18000}.$$

Prenons aussi un milieu entre les tables de *Cassini* & de *Flamsteed*, & soit $u = 1960''$ & $v = 54''$, & nous aurons pour cette hypothese moyenne :

$$N = \frac{9}{10} \quad \& \quad M = 1,2688 = \frac{g}{\gamma} \quad \& \quad \frac{h}{b} = 1,1419$$

Donc ordinairement tant la chaleur que l'élasticité de l'air est plus grande, que dans notre état fixe de l'air.

LXXIX. Ramassons tout ce qui vient d'être trouvé ensemble, & sans nous borner à un état d'air déterminé, considérons un état de l'air, dont la densité soit telle, que les rayons qui y entrent du vuide se rompent selon la raison 1 à $1 - \mu$. De plus la hauteur du barometre, qui balance le ressort de cet air, soit $= b$, & le degré de chaleur $= c$: & que la densité de cet air soit à celle du vif-argent, comme b à νa où a marque le demi-diametre de la terre. Que cet air donc nous serve de base fixe, à laquelle nous comparerons tout autre état de l'air, quel qu'il puisse être.

LXXX. Pour un état de l'air donc quelconque, où l'Observateur se trouve, soit la hauteur du barometre $= h$, & le degré de chaleur $= g$. Or que cette chaleur décroisse en montant, en sorte qu'elle soit réduite à la moitié, à la hauteur $= \frac{1}{\delta}nb$, ou bien à la hauteur $= \frac{\nu}{\delta}a$; où il faut remarquer, que tant μ que ν sont des fractions très

petites, vû qu'il eſt à peu près $\mu = \frac{1}{3300}$ & $\nu = \frac{1}{860}$: or la lettre δ evanouïra auſſi, lorsque la chaleur demeure la même par toute la hauteur de l'atmoſphère, & elle ne ſauroit ſurpaſſer $\frac{1}{4}$ comme nous avons vu ci-deſſus.

LXXXI. Cela poſé, ſoit pour abréger

$$\left(\frac{3c}{g}-\delta\right)\left(\frac{c}{g}-2\delta\right)+\nu\left(\frac{c}{g}-\delta\right)-\frac{\mu ch}{bg}\left(\frac{c}{g}-\delta\right)^2 = \mathrm{P}$$

$$\frac{\nu bg}{ch}\left(\frac{c}{g}-\delta\right)-\mu\left(\frac{c}{g}-\delta\right)^2 = \mathrm{Q}$$

$$\frac{b}{h}\left(\frac{c}{g}-3\delta\right)-\mu\left(\frac{c}{g}-\delta\right)^2 = \mathrm{R}$$

& à la diſtance obſervée du zenith $= \zeta$ répondra la réfraction ϱ de ſorte que

$$\varrho = -\frac{\frac{1}{2}\mu \mathrm{P}\,\mathrm{sn}\,\zeta\,\mathrm{cs}\,\zeta+\frac{1}{2}\mu\,\mathrm{sn}\,\zeta\sqrt{\left(\mathrm{PP}\,\mathrm{cs}\,\zeta^2+\frac{8ch}{bg}\left(\frac{c}{g}-\delta\right)^2(\mathrm{Q}\,\mathrm{sn}\,\zeta^2-\mathrm{R}\,\mathrm{cs}\,\zeta^2\right)}}{\mathrm{Q}\sin\zeta^2-\mathrm{R}\cos\zeta^2}$$

ou bien

$$\varrho = \frac{1}{2}\mu\,\mathrm{tang}\,\zeta\,\frac{\left(-\mathrm{P}+\sqrt{(\mathrm{PP}+\frac{8ch}{bg}\left(\frac{c}{g}-\delta\right)^2(\mathrm{Q}\,\mathrm{tang}\,\zeta^2-\mathrm{R})}\right)}{\mathrm{Q}\,\mathrm{tang}\,\zeta^2-\mathrm{R}}$$

LXXXII. Nous aurons donc pour la réfraction horizontale

$$\varrho = \frac{1}{2}\mu\sqrt{\frac{\frac{8ch}{bg}\left(\frac{c}{g}-\delta\right)^2}{\frac{\nu bg}{ch}\left(\frac{c}{g}-\delta\right)-\mu\left(\frac{c}{g}-\delta\right)^2}} = \sqrt{\frac{\frac{2\mu\mu ch}{bg}\left(\frac{c}{g}-\delta\right)}{\frac{\nu bg}{ch}-\mu\left(\frac{c}{g}-\delta\right)}},$$

ou bien $$\varrho = \frac{ch}{bg}\sqrt{\frac{2\mu}{\frac{\nu g}{\mu(c-\delta g)}-\frac{ch}{bg}}},$$

donc

donc si $g = c$, & $h = b$, on aura $\varrho = \sqrt{\dfrac{2\mu}{\dfrac{\nu}{\mu(1-\delta)} - 1}}$

pour l'état fixe de l'air : soit donc pour cet état la réfraction horizontale $= u''$; & pour tout autre état la réfraction horizontale sera

$$\varrho = \frac{ch}{bg} u \sqrt{\frac{\dfrac{\nu}{\mu(1-\delta)} - 1}{\dfrac{\nu g}{\mu(c-\delta g)} - \dfrac{ch}{bg}}} \text{ secondes.}$$

LXXXIII. Or pour la hauteur de 45° la réfraction sera

$$\varrho = \frac{\frac{1}{2}\mu\left(-P + \sqrt{\left(PP + \frac{8ch}{bg}\left(\frac{c}{g}-\delta\right)^2\left(\frac{\nu bg}{ch}\left(\frac{c}{g}-\delta\right) - \frac{b}{h}\left(\frac{c}{g}-3\delta\right)\right)\right)}\right)}{\frac{\nu bg}{ch}\left(\frac{c}{g}-\delta\right) - \frac{b}{h}\left(\frac{c}{g}-3\delta\right)}$$

d'où l'on tire, en négligeant les petits termes affectés par μ & ν, à moins que $\frac{c}{g} - 3\delta$ ne soit une quantité assés considérable, $\varrho = \frac{\mu ch}{bg}$: or la même valeur résulte lorsque $\frac{c}{g} - 3\delta = 0$, comme nous avons vu cy-dessus, de sorte que la réfraction à la hauteur de 45° ne dépend plus de la quantité δ; où je remarque qu'il y aura à plus forte raison pour les hauteurs observées plus grandes $\varrho = \frac{\mu ch}{bg}$ tang ζ; de sorte que toutes ces réfractions ne dépendent pas non plus de la quantité δ.

LXXXIV. Lorsque donc l'état de l'air convient avec notre état fixe, la réfraction qui répond à la hauteur de 45° sera $= \mu$: donc si nous posons cette réfraction $= \nu''$, pour tout autre état de l'air

la réfraction de la hauteur de 45° sera $\varrho = \frac{ch}{bg} v$ secondes: & encore pour des hauteurs plus grandes, ou à la distance ζ de zenith, la réfraction sera $= \frac{ch}{bg} v \tang \zeta$ second. Or posant pour abréger le nombre $206265 = i$, ayant $\mu = \frac{v}{i}$, & $\frac{u}{i} = \sqrt{\frac{2\mu\mu(1-\delta)}{v-\mu(1-\delta)}}$, on trouvera $v = \frac{2(1-\delta)vv}{uu} + \frac{(1-\delta)v}{i}$, & $\frac{v}{\mu} = (1-\delta)(1+\frac{2iv}{uu})$, donc pour tout état de l'air la réfraction horizontale sera

$$= \frac{ch}{bg} \sqrt{\frac{2iv(\frac{c}{g} - \delta)}{(1-\delta)(1+\frac{2iv}{uu}) - \frac{ch}{bg}(\frac{c}{g}-\delta)}} \text{ secondes.}$$

LXXXV. On voit donc, que la réfraction suit assés exactement jusqu'à une distance très considérable du zenith la raison des tangentes de cette distance; & que cette raison ne commence à s'éloigner de la vérité, que lorsque $\mu \tang \zeta^2$ ou $v \tang \zeta^2$ devient une quantité assés considérable: ce qui n'arrive que lorsque $\tang \zeta^2$ surpasse 10, ou bien l'angle ζ même 70 degrés: jusques là on ne risque pas de s'écarter sensiblement de la vérité.

LXXXVI. Ensuite on voit aussi, qu'à moins que l'astre ne soit trop proche de l'horizon, la réfraction est assés exactement proportionnelle à la hauteur du barometre; & réciproquement proportionnelle à la hauteur du thermometre, ou plutôt au degré de chaleur. Mais, pour les hauteurs de l'astre fort petites, le changement causé par le barometre & le thermometre devient plus grand que selon lesdites raisons, & cela surtout à l'égard des changemens de la chaleur.

LXXXVII.

LXXXVII. Enfin si l'on néglige les petits termes, entant que leur effet ne sçauroit jamais devenir sensible, la réfraction ϱ, qui répond à la distance observée du zenith $= \zeta$, sera

$$\varrho = \frac{\mu c h}{b g} \operatorname{tang} \zeta \times$$

$$\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{3c}{g}-\delta\right)\left(\frac{c}{g}-2\delta\right)-\sqrt{\left(\frac{1}{4}\left(\frac{3c}{g}-\delta\right)^2\left(\frac{c}{g}-2\delta\right)^2-\frac{2c}{g}\left(\frac{c}{g}-\delta\right)^2\left(\frac{c}{g}-3\delta\right)+2\nu\left(\frac{c}{g}-\delta\right)^3 \operatorname{tg}\zeta^2-\frac{2\mu c h}{b g}\left(\frac{c}{g}-\delta\right)^4 \operatorname{tg}\zeta^2\right)}{\frac{c}{g}\left(\frac{c}{g}-3\delta\right)-\nu\left(\frac{c}{g}-\delta\right)\operatorname{tang}\zeta^2+\frac{\mu c h}{b g}\left(\frac{c}{g}-\delta\right)^2 \operatorname{tang}\zeta^2}$$

Soit pour abréger $\frac{c h}{b g} = \beta$, & $\frac{c}{g} - \delta = \gamma$, & on aura

$$\varrho = \mu\beta \operatorname{tang}\zeta \, \frac{\frac{1}{2}(3\gamma+2\delta)(\gamma-\delta)-\sqrt{\left[\frac{1}{4}(3\gamma+2\delta)^2(\gamma-\delta)^2-2\gamma\gamma(\gamma+\delta)(\gamma-2\delta)+2\gamma^3(\nu-\mu\beta\gamma)\operatorname{tg}\zeta^2\right]}}{(\gamma+\delta)(\gamma-2\delta)-\gamma(\nu-\mu\beta\gamma)\operatorname{tang}\zeta^2}$$

LXXXVIII. Pour appliquer cette formule il faut considérer trois cas: le premier a lieu lorsque $(\nu-\mu\beta\gamma)\operatorname{tang}\zeta^2$ est une quantité extrèmement petite: alors à cause de

$$\tfrac{1}{4}(3\gamma+2\delta)^2(\gamma-\delta)^2 - 2\gamma\gamma(\gamma+\delta)(\gamma-2\delta) = \tfrac{1}{4}(\gamma\gamma+\gamma\delta+2\delta\delta)^2$$

on aura:

$$\varrho = \mu\beta \operatorname{tang}\zeta \left(1 - \gamma \frac{(\nu-\mu\beta\gamma)\operatorname{tang}\zeta^2}{\gamma\gamma+\gamma\delta+2\delta\delta}\right).$$

LXXXIX. Le second cas a lieu, lorsque le dénominateur $(\gamma+\delta)(\gamma-2\delta) - (\nu-\mu\beta\gamma)\operatorname{tang}\zeta^2$ devient une quantité extrèmement petite: alors on aura:

$$\varrho = \mu\beta \operatorname{tg}\zeta \left(\frac{2\gamma\gamma}{(3\gamma+2\delta)(\gamma-\delta)} + \frac{4\gamma^4(\gamma+\delta)(\gamma-2\delta)-4\gamma^5(\nu-\mu\beta\gamma)\operatorname{tg}\zeta^2}{(3\gamma+2\delta)^3(\gamma-\delta)^3}\right)$$

Or lorsque le dénominateur devient une quantité médiocre, aucune approximation n'a lieu, & alors il faut se tenir à l'équation principale; qui posant

 ½(3γ

$$\tfrac{1}{2}(3\gamma + 2\delta)(\gamma - \delta) = P \quad \&$$
$$(\gamma + \delta)(\gamma - 2\delta) - \gamma(\nu - \mu\beta\gamma)\tan\zeta^2 = T$$

devient :

$$\varrho = \mu\beta \tan\zeta . \frac{P - \sqrt{(PP - 2\gamma\gamma T)}}{T}.$$

Et ce cas subsiste tant avant qu'après qu'on parvient au second cas: car avant qu'on y parvienne, T sera une quantité affirmative, mais après une quantité negative.

XC. Le troisième cas a enfin lieu lorsque l'angle ζ approche tant de 90°, que même $(\nu - \mu\beta\gamma)\tan\zeta^2$ devient une quantité très grande: alors on aura assés près

$$\varrho = \mu\beta\sqrt{\frac{2\gamma}{\nu - \mu\beta\gamma}} - \frac{\mu\beta(3\gamma\gamma - \gamma\delta - 2\delta\delta)}{2\gamma(\nu - \mu\beta\gamma)\tan\zeta},$$

de sorte que la réfraction horizontale sera $= \mu\beta\sqrt{\frac{2\gamma}{\nu - \mu\beta\gamma}}$: d'où l'on voit que si la distance observée au zenith ζ devient plus grande que de 90°, ce qui peut arriver lorsque l'observateur est fort élevé, la réfraction sera encore plus grande que l'horizontale.

XCI. Mais il faut remarquer, qu'il n'est pas permis de donner à ζ une valeur trop au dessus de 90°; car quand même le corps de la terre ne s'opposeroit pas au passage des rayons, & que tout l'espace jusqu'au centre de la terre ne seroit rempli que de l'atmosphère, l'épaisseur de l'air deviendroit trop grande en approchant du centre, & partant les rayons souffriroient une trop grande réfraction, pour que notre hypothese, où la courbure du rayon a été considérée comme infiniment petite, pût avoir lieu.

SUPPLEMENT.

XCII. Si l'on veut regarder l'espece de la courbe hyperbolique, que le rayon forme, comme connuë, de sorte que $dt = -\frac{E dy}{y^m}$ au §. 30; on n'aura pas besoin du second rayon de courbure, & puisqu'en employant les lettres b, c, g, h, μ, ν, & δ, dont les significations sont ici expliquées, on aura:

$$D = \frac{\nu b g}{\mu c h (\frac{c}{g} - \delta)} \quad \& \quad y = \frac{m a D \sin \theta^2 \cos \theta}{\sin \zeta},$$

d'où à cause de $y + a \sin (\zeta + \theta) = \alpha^{\frac{-k}{c}} a \sin \zeta$,

vu que $\alpha^{\frac{-k}{c}} = 1 + \frac{(1-\alpha)k}{c} = 1 + \frac{\mu c h}{b g}$, nous aurons:

$$\frac{m D \sin \theta^2 \cos \theta}{\sin \zeta} + \theta \cos \zeta - \tfrac{1}{2} \theta \theta \sin \zeta = \frac{\mu c h}{b g} \sin \zeta, \text{ ou bien}$$

$$\theta \theta = \frac{-2 \theta \sin \zeta \cos \zeta + \frac{2 \mu c h}{b g} \sin \zeta^2}{2 m D - \sin \zeta^2}.$$

XCIII. Donc, si la distance observée du zenith est posée $= \zeta$, & la réfraction qui convient $= \theta$, on aura:

$$\theta = \frac{-\sin \zeta \cos \zeta + \sin \zeta \sqrt{(\cos \zeta^2 + \frac{2 \mu c h}{b g} (2 m D - \sin \zeta^2)}}{2 m D - \sin \zeta^2}$$

d'où l'on voit que lorsque la distance ζ est si petite que le terme $\cos \zeta^2$ est incomparablement plus grand que $\frac{2 \mu c h}{b g} (2 m D - \sin \zeta^2)$, la réfraction sera $\theta = \frac{\mu c h}{b g} \tang \zeta$, de sorte qu'elle ne dépend plus du nombre m ni de δ.

XCIV.

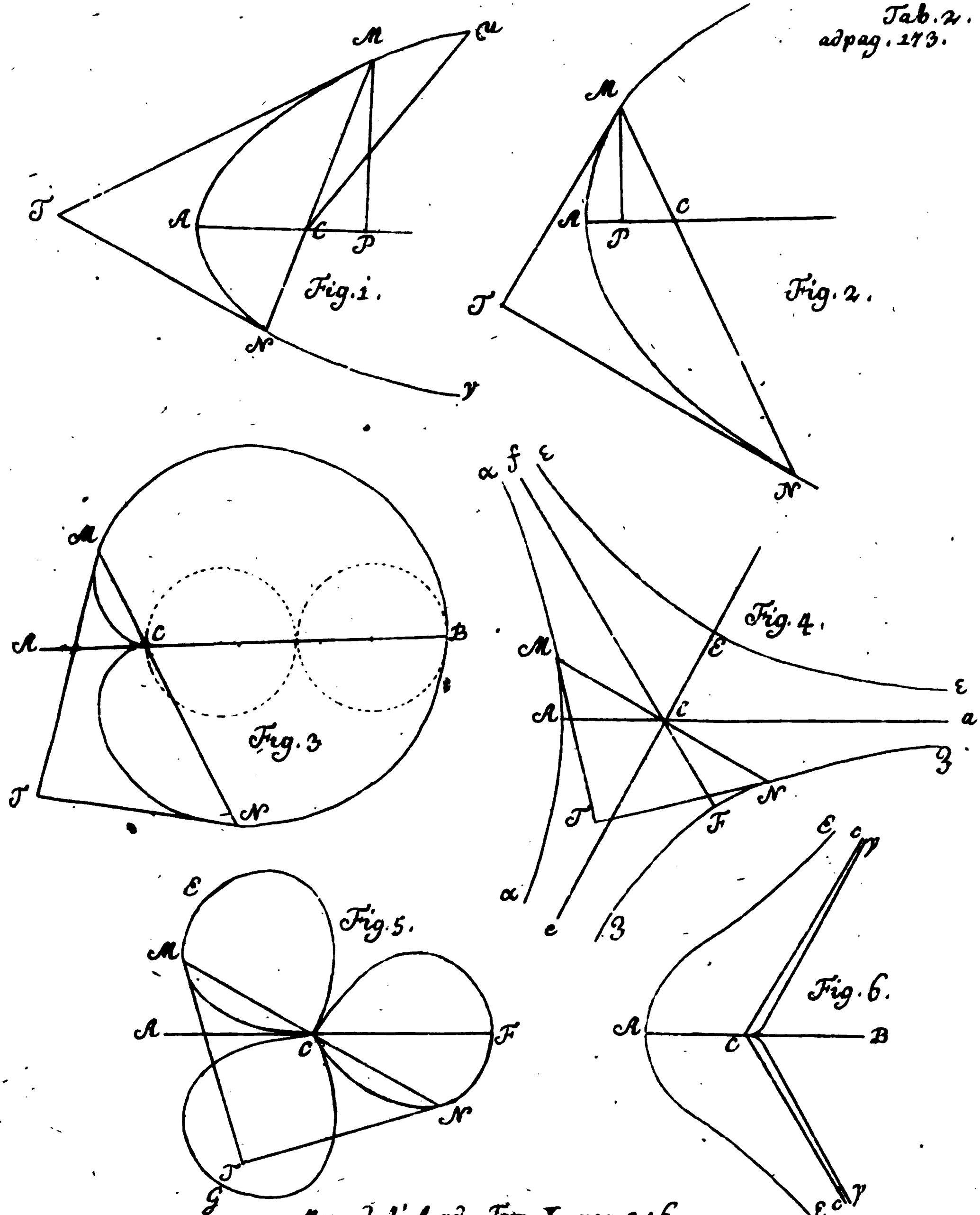
XCIV. Mais, lorsque $\zeta = 90^{\circ}$ on aura pour la réfraction horizontale :

$$\theta = \sqrt{\frac{2\mu ch}{bg(2m\text{D}-1)}} = \sqrt{\frac{2\mu\mu cchh(\frac{c}{g}-\delta)}{2mvbbgg-\mu bcgh(\frac{c}{g}-\delta)}}.$$

Donc, si la courbe du rayon est la logarithmique, ou $m = 1$, la réfraction horizontale sera

$$\theta = \frac{ch}{bg}\sqrt{\frac{2\mu\mu bg(\frac{c}{g}-\delta)}{2vbg-\mu ch(\frac{c}{g}-\delta)}}.$$

Elle est donc plus petite que par la résolution précedente. Car elle seroit bien la même si l'on posoit $m = \frac{1}{2}$, mais alors la courbe n'auroit plus d'asymtote, puisqu'elle deviendroit une parabole. D'où il est clair, que l'exposant m ne sauroit être pris plus petit que l'unité.



Mem. de l'Acad. Tom X. pag 346.

Tab. 3.
ad pag. 173.

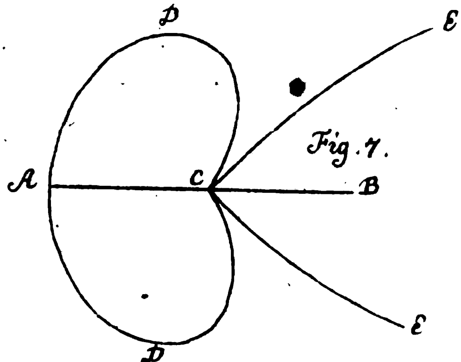


Fig. 7.

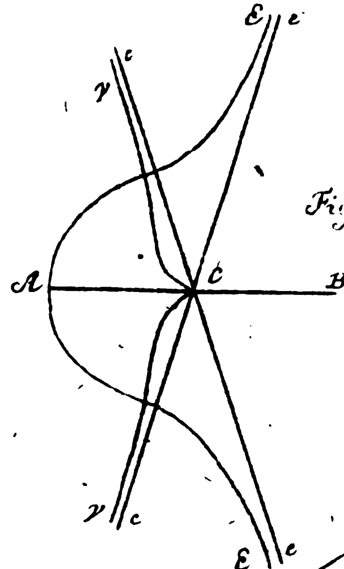


Fig. 8.

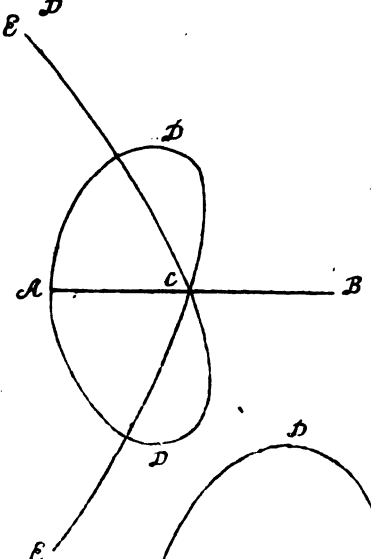


Fig. 9.

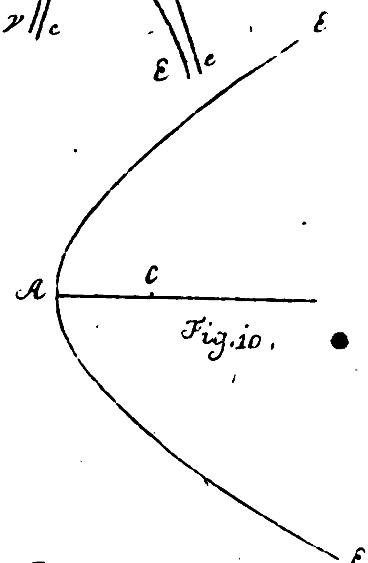


Fig. 10.

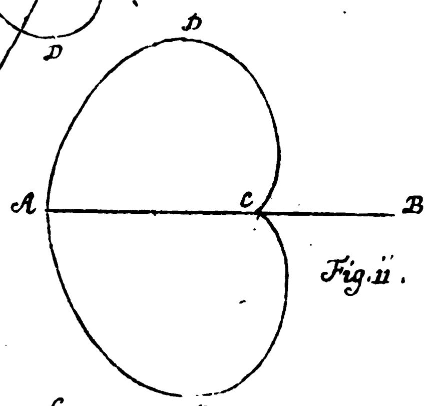


Fig. 11.

RÉFLEXIONS

SUR UN PROBLÈME DE GEOMÉTRIE

TRAITÉ PAR QUELQUES GEOMÉTRES, ET QUI EST NÉANMOINS IMPOSSIBLE.

PAR M. EULER.

Il y a des personnes qui prétendent, que la Geométrie & l'Analyse ne demandent pas beaucoup de raisonnemens; ils s'imaginent que les régles, que ces Sciences nous prescrivent, renferment déjà les raisonnemens nécessaires pour parvenir à la solution, & qu'on n'a qu'à executer les opérations conformément à ces régles, sans se mettre en peine des raisonnemens, sur lesquels ces régles sont fondées. Cette opinion, si elle étoit fondée, seroit bien contraire au sentiment presque général, où l'on regarde la Geométrie & l'Analyse comme les moyens les plus propres à cultiver l'esprit, & à mettre en exercice la faculté de raisonner. Quoique ces gens ayent une teinture des Mathématiques, il faut pourtant qu'ils se soient peu appliqués à la resolution des problèmes un peu difficiles: car ils se seroient bientôt apperçus, que la seule application des régles prescrites est d'un fort foible secours pour résoudre ces sortes de problèmes, & qu'il faut auparavant examiner bien soigneusement toutes les circonstances du problème, & faire là dessus quantité de raisonnemens, avant qu'on puisse employer ces régles, qui renferment le reste des raisonnemens, dont nous ne nous appercevons presque point, en poursuivant le calcul. C'est cette préparation nécessaire avant que de recourir au calcul, qui exige très souvent une plus longue suite de raisonnemens, que peut-

 être

être aucune autre Science n'exige jamais ; & où l'on a ce grand avantage, qu'on peut s'assurer de leur justesse, pendant que dans les autres Sciences on est souvent obligé de s'arrêter à des raisonnemens peu convaincans. Mais aussi le calcul même, quoique l'Analyse en prescrive les régles, doit partout être soutenu par un raisonnement solide, au défaut duquel on risque de se tromper à tout moment. Le Geométre trouve donc par tout occasion d'exercer son esprit par des raisonnemens, qui le doivent conduire dans la solution de tous les problèmes difficiles, qu'il entreprend ; & à moins qu'il ne soit bien sur ses gardes, il est à craindre, qu'il ne tombe sur des solutions fausses. Un problème de Geométrie qu'on trouve amplement traité dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris, & dans les Actes de Leipzig, peut servir d'une preuve bien remarquable de ce que je viens d'avancer ; ce problème étoit conçu dans ces termes :

Fig. 1. *Trouver une ligne courbe* MAN *autour d'un point fixe* C, *telle, que si l'on tire par ce point* C *une ligne droite quelconque* MCN, *qui coupe la courbe en deux points* M & N, *les tangentes* MT & NT *menées à ces points fassent entr'elles en* T *un angle donné.*

Quoiqu'on trouve de ce problème diverses solutions, je soutiens qu'il est toujours impossible, à moins que l'angle T ne soit, ou droit, ou nul ; à l'exception de ces deux cas, les solutions prétenduës pèchent contre le principe de continuité, qu'on ne doit jamais perdre de vuë dans ces sortes de problèmes, où il s'agit de deux points, qui doivent appartenir à la même ligne courbe. C'est ce grand principe de continuité qu'il faut étudier à fond, avant qu'on puisse se promettre un bon succès dans ces recherches ; & c'est de là, qu'on doit puiser non seulement les fondemens de la solution, mais aussi le jugement, si le problème est possible ou non ? Pour déveloper solidement tout ce qui regarde le problème en question, je m'en vais faire là dessus les réflexions suivantes.

1. Réflexion.

Pour repréſenter une telle courbe, en cas qu'elle ſoit poſſible, je conçois une ligne fixe CA tirée du point C, autour duquel on faſſe tourner une ligne CM, dans le ſens AM, de ſorte que l'angle ACM, s'ouvre de plus en plus, juſqu'à ce que la ligne CM, après avoir achevé un tour entier, revienne dans la ſituation CA. Et d'abord je remarque qu'à chaque angle ACM doit répondre à une ſeule valeur de la ligne CM, puiſqu'elle ne doit couper la courbe que dans un ſeul point M; car ſi elle la coupoit en pluſieurs, cela ſeroit contraire à la nature de la queſtion, qui ſuppoſe que chaque ligne MCN prolongée de part & d'autre du point C ne rencontre la courbe qu'en deux points M & N. Or je diſtingue ici les deux parties CM & CN de cette ligne droite, entant que la partie CM répond à l'angle ACM, & l'autre CN à l'angle pointu, qui ſurpaſſe celui-là de deux droits.

2. Réflexion.

Poſant donc l'angle $ACM = \phi$, & la droite $CM = z$, la nature de la courbe déterminera z par une certaine fonction de l'angle ϕ, ou des quantités qui en dépendent. Telles quantités ſont le ſinus & coſinus de l'angle ACM, qui ſont d'autant plus propres à former la détermination de la ligne $CM = z$, puiſqu'elles reprennent toutes les fois les mêmes valeurs, que la ligne mobile CM revient après un ou pluſieurs tours dans la même ſituation CM; au lieu que ſi l'angle lui-même $ACM = \phi$ entroit dans cette détermination, il en réſulteroit après chaque tour une nouvelle valeur de la ligne CM. Il ne faut pas non plus, que les ſinus ou coſinus de la moitié, ou du tiers, ou quart &c. de l'angle ACM entrent dans la détermination de la ligne $CM = z$, puiſque ces quantités donneroient à la fois deux ou pluſieurs valeurs pour la ligne CM. Pour éviter donc ces cas contraires à la nature du problème, il faut que la ligne $CM = z$ ſoit exprimée par une fonction uniforme de $\sin\phi$ & $\cos\phi$.

3. RÉFLEXION.

Concevons donc que la ligne $CM = z$ soit égale à une fonction uniforme de sin ϕ & cos ϕ ; & en vertu du principe de continuité, si l'on met pour ϕ un autre angle quelconque $AC\mu = \psi$, & partant sin ψ & cos ψ pour sin ϕ & cos ϕ, ladite fonction donnera la valeur de la ligne $C\mu$, qui répond à l'angle $AC\mu = \psi$. Donc, pour arriver à la droite CN, qui est en opposition avec la première CM, il faut augmenter l'angle ϕ de deux angles droits ; ou bien ladite fonction donnera la quantité de la ligne CN, lorsqu'on met au lieu de l'angle ϕ l'angle $180° + \phi$. Or puisque $\sin(180° + \phi) = -\sin\phi$, & $\cos(180° + \phi) = -\cos\phi$, si dans la fonction de sin ϕ & cos ϕ, qui exprime la quantité de la ligne $CM = z$, on met pour sin ϕ & cos ϕ leurs négatifs $-\sin\phi$ & $-\cos\phi$, la fonction exprimera la quantité de la ligne droite CN. Et partant si nous nommons cette ligne $CN = z'$, la fonction z se changera en z', lorsqu'on mettra $-\sin\phi$ & $-\cos\phi$ au lieu de sin ϕ & cos ϕ.

4. RÉFLEXION.

Mais, pour nous approcher davantage de la question proposée, qui demande que l'angle T soit constant, il sera bon d'introduire dans le calcul l'angle CMT, que fait la droite CM, avec la tangente de la courbe MT. La suite de nos recherches nous fera voir, qu'il est le plus à propos d'introduire la tangente de cet angle CMT, qui soit $= t$. Or il est aisé de voir qu'il y aura $t = \frac{z d\phi}{dz}$: au lieu que le sinus & cosinus de cet angle CMT auroient été exprimés par des formules irrationnelles $\frac{z\,d\phi}{\sqrt{(dz^2 + zz\,d\phi^2)}}$, & $\frac{dz}{\sqrt{(dz^2 + zz\,d\phi^2)}}$, qui à cause de l'ambiguité du signe radical introduiroient une ambiguité dans le calcul, que nous devons éviter : ce qui est la raison, qu'il convient de se servir plutôt de la tangente de l'angle CMT.

5. RÉ-

5. Réflexion.

Ayant donc posé la tangente de l'angle CMT $= t$, puisque $t = \frac{zd\phi}{dz}$, si z est une fonction de sin ϕ & cos ϕ, comme nous supposons, il est évident que t sera aussi exprimé par une fonction de sin ϕ & cos ϕ. Nous pourrons nous donc passer d'abord dans le calcul de la longueur de la ligne CM $= z$, & considérer immédiatement la quantité t comme une fonction de sin ϕ & cos ϕ: & ce que nous avons remarqué sur l'uniformité de la fonction z, aura aussi lieu à l'égard de la fonction t, qui doit être telle, qu'à chaque angle ACM $= \phi$, il ne réponde qu'une valeur pour t, ou pour la tangente CMT. Donc, si nous mettons pour ϕ un autre angle quelconque AC$\mu = \psi$, la même fonction donnera alors la tangente de l'angle CμM, que la droite Cμ fait en μ avec la courbe.

6. Réflexion.

Mais, puisque chaque ligne CM fait avec la courbe deux angles, l'un CMT en avant, & l'autre CMμ en suite du mouvement, il faut bien fixer d'abord, lequel de ces deux est introduit dans le calcul. Cela dépend bien de notre volonté, mais il faut bien prendre garde, qu'après avoir choisi l'un ou l'autre pour une situation de la droite CM, on suive pour toutes les autres situations le même choix. Ayant donc pris $t = \frac{zd\phi}{dz}$ pour marquer la tangente de l'angle, que fait la droite CM avec la courbe en avant par rapport au mouvement de gyration, que nous supposons à la ligne mobile CM, nous devons suivre dans toute autre situation la même régle. Ainsi mettant ψ pour ϕ, la valeur de t donnera la tangente de l'angle CμM; & lorsqu'on tourne la ligne CM jusqu'à parvenir à CN, alors l'expression de t donnera la tangente de l'angle CNν, & non pas celle de l'angle CNT.

7. RÉFLEXION.

Soit donc t' la tangente de l'angle $CN\nu$, que fait la ligne CN avec la courbe en avant ; & de quelque maniere que t, ou la tangente de l'angle CMT soit exprimée par sin ϕ & cos ϕ, cette même expression fournira en vertu du principe de continuité la valeur de t', si l'on met au lieu de l'angle ϕ, l'angle $180° + \phi$, ou bien si l'on met $-$ sin ϕ & $-$ cos ϕ au lieu de sin ϕ & cos ϕ. Donc si nous supposons que t est égal à une certaine fonction de sin ϕ & cos ϕ, alors t' sera égal à une semblable fonction de $-$ sin ϕ & $-$ cos ϕ ; ou la fonction t' resultera de la fonction t, si l'on prend dans celle-cy tant sin ϕ que cos ϕ négatifs. D'où l'on comprend réciproquement, que la fonction t' fournira la fonction t, si l'on y prend aussi négativement le sin ϕ & cos ϕ : & partant t & t' sont deux fonctions de sin ϕ & cos ϕ tellement rapportées entr'elles que l'une nait de l'autre, en posant $-$ sin ϕ & $-$ cos ϕ au lieu de sin ϕ & cos ϕ.

8. RÉFLEXION.

On trouve donc de la tangente t de l'angle CMT, celle de l'angle $CN\nu$, ou t', en prenant les sin ϕ & cos ϕ négativement : & puisque t' marque la tangente de l'angle $CN\nu$, la tangente de l'angle CNT sera $= -t'$. Or le problème exige, que la somme des angles $CMT + CNT$ soit constante, ou si nous posons l'angle $MTN = \alpha$, il faut qu'il soit

$$\alpha = CN\nu - CMT.$$

Donc, puisque tang $CN\nu = t'$ & tang $CMT = t$, nous aurons:

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{t' - t}{1 + tt'}.$$

Et partant pour résoudre le problème, il faut chercher une telle fonction de sin ϕ & cos ϕ, que posant $-$ sin ϕ & $-$ cos ϕ pour $+$ sin ϕ & $+$ cos ϕ, il en résulte t' en sorte qu'il devienne

$$\frac{t' - t}{1 + tt'} = \text{tang}\,\alpha, \text{ ou } t' - t = \text{tang}\,\alpha - tt'\,\text{tang}\,\alpha.$$

9. RÉ-

9. RÉFLEXION.

Ayant établi un tel rapport entre les deux fonctions t & t', que l'une nait de l'autre en prenant négativement les élémens sin ϕ & cos ϕ; dont elles sont fonctions : il s'agit de déterminer la nature de ces fonctions, afin qu'il soit

$$t' - t = \text{tang}\,\alpha + tt'\,\text{tang}\,\alpha, \quad \text{ou} \quad t' - t - tt'\,\text{tang}\,\alpha = \text{tang}\,\alpha.$$

Pour tirer commodément de cette équation l'une & l'autre quantité t & t', je la multiplie par tang α, & j'ajoute de part & d'autre l'unité, d'où j'obtiens

$$1 + t'\,\text{tang}\,\alpha - t\,\text{tang}\,\alpha - tt'\,\text{tang}\,\alpha^2 = 1 + \text{tang}\,\alpha^2 = \text{sec.}\,\alpha^2.$$

Je fais ces opérations, pour rendre le premier membre résoluble en deux facteurs, où les deux quantités t & t' soient séparées, car on aura : $(1 - t\,\text{tang}\,\alpha)(1 + t'\,\text{tang}\,\alpha) = \text{sec.}\,\alpha^2$,
& voyons, comment on doit satisfaire à cette équation.

10. RÉFLEXION.

Donc, si nous posons $1 - t\,\text{tang}\,\alpha = M\,\text{sec.}\,\alpha$, il faut de nécessité que l'autre soit $1 + t'\,\text{tang}\,\alpha = \frac{1}{M}\,\text{sec.}\,\alpha$: & partant nous aurons : $t\,\text{tang}\,\alpha = 1 - M\,\text{sec.}\,\alpha$, & $t'\,\text{tang}\,\alpha = \frac{1}{M}\,\text{sec.}\,\alpha - 1$.

Supposons maintenant que M change en M', si l'on prend négativement les sinus & cosinus de ϕ; & puisqu'alors t change en t', & t' en t, nous aurons encore ces équations :

$$t'\,\text{tang}\,\alpha = 1 - M'\,\text{sec.}\,\alpha, \quad \& \quad t\,\text{tang}\,\alpha = \frac{1}{M'}\,\text{sec.}\,\alpha - 1.$$

Celles-cy étant combinées avec celles-là donnent

$$2 = M\,\text{sec}\,\alpha + \frac{1}{M'}\,\text{sec.}\,\alpha, \quad \& \quad 2 = M'\,\text{sec.}\,\alpha + \frac{1}{M}\,\text{sec}\,\alpha,$$

d'où l'on tire $M' = M$, & de plus $2M = (MM + 1)\,\text{sec.}\,\alpha$, ce

ce qui fournit une valeur déterminée pour $M = \frac{1 \pm \sqrt{(1 - \text{sec.}\,\alpha^2)}}{\text{sec.}\,\alpha}$, laquelle étant imaginaire montre ſuffiſamment, qu'il eſt impoſſible de réſoudre le problème en général. Car à cauſe de $\sqrt{(1 - \text{sec.}\,\alpha^2)} = \sqrt{-1}.\text{tang}\,\alpha$, il en ſuivroit $t = \pm \sqrt{-1}$, ou bien la courbe AM ſeroit imaginaire.

11. Réflexion.

C'eſt donc en vertu du principe de continuité, qu'on doit prononcer, que le problème conçû généralement n'admet aucune ſolution; & partant les ſolutions prétendues, que quelques uns en ont données, ſont en contradiction avec ce principe, & ne donnent pas de courbes continues, qui ſatisfaſſent à la queſtion; ce qu'il ſera aiſé de faire voir, en comparant ces ſolutions avec les maximes que je viens de déduire du principe de continuité. Auſſi ne trouve-t-on aucune de ces ſolutions appliquée à une courbe déterminée, pour qu'on en puiſſe voir, de quelle maniere les conditions du problème ſeroient remplies, ſi ce n'eſt pour le cas, où l'angle T formé par les tangentes eſt droit. Mais dans ce cas les raiſons, d'où je viens de conclure l'impoſſibilité du problème, ceſſent, & font voir évidemment, que le problème devient poſſible dans ce cas, & qu'il admet même une infinité de ſolutions, parmi lesquelles il s'en trouve de fort remarquables. Cette impoſſibilité ſe perd auſſi dans le cas, où l'angle T évanouit, ce qu'il ſera important de déveloper plus ſoigneuſement.

12. Réflexion.

Je dis donc que les raiſons, qui viennent de nous convaincre de l'impoſſibilité du problème en général, perdent toute leur force dans le cas, où l'angle $T = \alpha$ eſt ſuppoſé droit. Car, puisqu'alors la ſecante de l'angle α devient infinie, nos deux équations pour M & M′ ſe réduiſent à celles-cy :

$$0 = M + \frac{1}{M'}, \quad \& \quad 0 = M' + \frac{1}{M},$$

aux-

auxquelles satisfait la même condition $MM' + 1 = 0$. Donc pour le cas, où l'angle α est droit, on n'a qu'à chercher une telle fonction de sin ϕ & cos ϕ pour M, qui en prenant sin ϕ & cos ϕ négativement devienne M', ensorte qu'il soit $MM' + 1 = 0$, & une telle fonction trouvée pour M fournit d'abord à cause de sec. $\alpha = \text{tg}\,\alpha = \infty$, pour une courbe satisfaisante cette équation $t = -M$, & partant

$$\frac{z d\phi}{dz} = -M, \quad \text{ou} \quad \frac{dz}{z} = -\frac{d\phi}{M}.$$

13. Réflexion.

Pour le cas où l'angle α est $= 0$, je lui ai donné l'exclusion par les opérations faites dans la 9me Réflexion, y ayant multiplié notre équation par tang α, qui évanouït dans ce cas. Il faut donc traiter ce cas séparément, & commencer par la première équation, qui posant $\alpha = 0$ donne d'abord $t' - t = 0$, ou $t' = t$: d'où à cause de $t = \frac{z d\phi}{dz}$, & $t' = \frac{z' d\phi}{dz'}$, l'on tire:

$$\frac{z d\phi}{dz} = \frac{z' d\phi}{dz'}, \text{ ou } \frac{dz}{z} = \frac{dz'}{z'}, \text{ \& partant } z' = z.$$

Il faut donc que chaque droite MCN soit partagée également en C, ou que le point C soit le centre de la courbe: de sorte que toute courbe douée d'un centre fournisse une solution de ce cas. Ce cas admet donc une infinité de solutions, & même par des courbes algébriques, qu'il est fort facile de trouver, & par cette raison je ne m'y arrêterai pas plus long tems.

14. Réflexion.

A moins donc que l'angle T formé par les deux tangentes MT & NT ne soit, ou droit, ou nul, le problème est toujours impossible, de quelque maniere qu'on le regarde; & on ne sauroit jamais trouver une courbe continue, qui donneroit cet angle T constant & oblique. Il est donc d'autant plus remarquable, que ce même problè-

 me

me devient possible dans le cas, où l'angle T est droit; & il mérite d'autant plus, que j'en dévelope la solution fournie par les réflexions précedentes, que les solutions, que d'autres en ont données, sont envelopées dans les solutions prétenduës générales, de sorte que ce n'est que par hazard, qu'elles deviennent justes dans ce cas. Il est aussi à remarquer, que dans ce cas il y a même une infinité de courbes algébriques, qui satisfassent, parmi lesquelles se trouve la parabole, dont le foyer répond au point C. Or la méthode de trouver ces courbes algébriques demande une adresse particuliere, que je m'en vais expliquer.

PROBLÈME.

Autour du point C *décrire la courbe* MAN, *que tirant par* C *des droites quelconques* MCN, *qui coupent la courbe en deux points* M *&* N, *les tangentes* MT *&* NT *menées à ces deux points soient entr'elles perpendiculaires, ou l'angle* MTN *droit.*

SOLUTION.

Ayant tiré par C une ligne fixe CA, posons l'angle ACM $= \phi$, la droite CM $= z$, & la tangente de l'angle CMT $= t$, de sorte que $t = \frac{zd\phi}{dz}$. Alors tout revient à trouver de telles fonctions M de sin ϕ & cos ϕ, qui si l'on prend négativement tant sin ϕ que cos ϕ, elles changent en M' en sorte qu'il soit $MM' + 1 = 0$; ou puisque $t = -M$ & $t' = -M'$ & partant $tt' + 1 = 0$, la quantité t doit aussi être une telle fonction de sin ϕ & cos ϕ, qu'en écrivant $-$ sin ϕ & $-$ cos ϕ, au lieu de $+$ sin ϕ & $+$ cos ϕ, elle change en sorte en t', qu'il soit $tt' + 1 = 0$. Voyons donc quelles fonctions de sin ϕ & cos ϕ ont cette propriété, & d'abord se présentent celles-cy:

$t =$

$$t = \pm \frac{\sin\phi}{1-\cos\phi} \quad \& \quad t = \pm \frac{\sin\phi}{1+\cos\phi}, \text{ car :}$$

$$t' = \mp \frac{\sin\phi}{1+\cos\phi} \quad \& \quad t' = \mp \frac{\sin\phi}{1-\cos\phi}, \text{ donc}$$

$$tt' = -\frac{\sin\phi^2}{1-\cos\phi^2} = -1 \quad \& \quad tt' = -\frac{\sin\phi^2}{1-\cos\phi^2} = -1.$$

Voilà donc la première fonction convenable pour exprimer la valeur de t :

I. Formule $$t = \pm \frac{\sin\phi}{1\pm\cos\phi}.$$

On voit aussi que des puissances quelconques de cette formule, dont les exposans sont des nombres impairs, ou même des fractions, dont le numerateur & dénominateur sont impairs, satisfont également. Donc, si m & n marquent des nombres impairs quelconques, nous aurons:

II. Formule $$t = \pm \left(\frac{\sin\phi}{1\pm\cos\phi}\right)^{\frac{m}{n}}.$$

Ensuite, par la composition des sinus & cosinus des angles multiples, on sait que, lorsque l'exposant de la multiplication est un nombre impair λ, tant $\sin\lambda\phi$ & $\cos\lambda\phi$ changent de signes, lorsqu'on prend les $\sin\phi$ & $\cos\phi$ négativement. Donc, prenant pour λ un nombre impair quelconque, nous aurons :

III. Formule $$t = \pm \frac{\sin\lambda\phi}{1\pm\cos\lambda\phi}.$$

Comme cette formule résulte de la première en posant l'angle $\lambda\phi$ pour ϕ, de même on tirera de la seconde formule, en marquant par m & n des nombres impairs quelconques,

IV. Formule $$t = \pm \left(\frac{\sin\lambda\phi}{1\pm\cos\lambda\phi}\right)^{\frac{m}{n}}.$$

Cette formule renfermant toutes les précedentes, il est bon de faire voir

voir, comme elle satisfait. Qu'on prenne négativement le sin ϕ & cos ϕ, & on aura $t' = \pm\left(\frac{-\sin\lambda\phi}{1 \mp \cos\lambda\phi}\right)^{\frac{m}{n}}$, & partant

$$t\,t' = +\left(\frac{-\sin\lambda\phi^2}{1-\cos\lambda\phi^2}\right)^{\frac{m}{n}} = +(-1)^{\frac{m}{n}} = -1.$$

Or outre ces formules on peut en donner une infinité d'autres, qui ont la même propriété. Que P signifie une fonction quelconque paire de sin ϕ & cos ϕ, ou telle qui demeure la même, quoiqu'on prenne sin ϕ & cos ϕ négativement : or que Q soit une fonction impaire de sin ϕ & cos ϕ, qui devienne $-Q$ en prenant sin ϕ & cos ϕ négativement; & il est clair que cette expression $\frac{P+Q}{P-Q}$, devient par ce changement $= \frac{P-Q}{P+Q}$, de sorte que le produit de ces deux valeurs soit $= 1$. Une telle expression ne feroit donc pas propre pour t, mais il est évident, qu'on en peut multiplier les formules données, sans qu'elles perdent leur propriété. D'où si P marque une fonction paire & Q une fonction impaire de sin ϕ & cos ϕ, nous aurons les formules suivantes beaucoup plus générales :

V. Formule $t = \pm \frac{\sin\phi}{1 \pm \cos\phi} \cdot \frac{P+Q}{P-Q}$

VI. Formule $t = \pm\left(\frac{\sin\phi}{1 \pm \cos\phi}\right)^{\frac{m}{n}} \cdot \frac{P+Q}{P-Q}$

VII. Formule $t = \pm \frac{\sin\lambda\phi}{1 \pm \cos\lambda\phi} \cdot \frac{P+Q}{P-Q}$

VIII. Formule $t = \pm\left(\frac{\sin\lambda\phi}{1 \pm \cos\lambda\phi}\right)^{\frac{m}{n}} \cdot \frac{P+Q}{P-Q}$

Il

Il eſt auſſi clair qu'une puiſſance quelconque de $\frac{P+Q}{P-Q}$, peut être employée avec le même ſuccès : donc prenant pour μ & ν des nombres quelconques tant pairs qu'impairs, pendant que m & n & λ ne marquent que des nombres impairs ; d'où nous obtiendrons encore les quatre formules ſuivantes :

IX. Formule $$t = \pm \frac{\sin\phi}{1 \pm \cos\phi} \cdot \left(\frac{P+Q}{P-Q}\right)^{\frac{\mu}{\nu}}$$

X. Formule $$t = \pm \left(\frac{\sin\phi}{1 \pm \cos\phi}\right)^{\frac{m}{n}} \cdot \left(\frac{P+Q}{P-Q}\right)^{\frac{\mu}{\nu}}$$

XI. Formule $$t = \pm \frac{\sin\lambda\phi}{1 \pm \cos\lambda\phi} \left(\frac{P+Q}{P-Q}\right)^{\frac{\mu}{\nu}}$$

XII. Formule $$t = \pm \left(\frac{\sin\lambda\phi}{1 \pm \cos\lambda\phi}\right)^{\frac{m}{n}} \cdot \left(\frac{P+Q}{P-Q}\right)^{\frac{\mu}{\nu}}$$

Donc, chacune de ces formules étant égalée à $\frac{z\,d\phi}{dz}$ fournira une ſolution du problème ; & puiſque la derniere contient toutes les autres, elle nous fournit la ſolution générale ſuivante :

$$\frac{dz}{z} = \pm\, d\phi \left(\frac{1 \pm \cos\lambda\phi}{\sin\lambda\phi}\right)^{\frac{m}{n}} \cdot \left(\frac{P-Q}{P+Q}\right)^{\frac{\mu}{\nu}}$$

ou puiſque $\frac{1 \pm \cos\lambda\phi}{\sin\lambda\phi} = \frac{\sin\lambda\phi}{1 \mp \cos\lambda\phi}$ celle-cy,

$$\frac{dz}{z} = \pm\, d\phi \left(\frac{\sin\lambda\phi}{1 \pm \cos\lambda\phi}\right)^{\frac{m}{n}} \cdot \left(\frac{P-Q}{P+Q}\right)^{\frac{\mu}{\nu}}$$

laquelle, puisque les deux variables z & ϕ ſont ſéparées, ſuffit pour conſtruire toutes ces courbes, qui réſolvent le problème.

COROLL. 1.

Dans ces équations on peut auſſi l'angle PCM prendre pour ϕ : car, outre qu'il eſt indifférent de prendre la droite CA de l'autre côté, l'ambiguité du ſigne $\pm$ dont le différentiel $d\phi$ eſt affecté, ne change rien dans notre équation générale, quoiqu'elle produiſe toujours deux courbes differentes.

COROLL. 2.

Mais l'ambiguité du ſigne $\pm$ qui affecte cof ϕ, ne produit pas deux courbes differentes ; car, ſi un ſigne regarde l'angle ACM $= \phi$, l'autre donnera la même courbe pour l'angle PCM $= \phi$, puisque ſi le coſinus de l'un eſt poſitif, celui de l'autre devient négatif, le ſinus demeurant le même.

COROLL. 3.

Ayant trouvé une équation entre la droite CM $= z$, & l'angle ACM ou PCM $= \phi$, il eſt aiſé d'en tirer une équation entre les coordonnées ordinaires CP $= x$ & PM $= y$. Car d'abord on aura $z = \sqrt{(xx + yy)}$, & $\text{ſin}\,\phi = \frac{y}{z}$, & $\text{coſ}\,\phi = \frac{x}{z}$.

COROLL. 4.

De là il eſt clair, que ſi l'on trouve une équation algébrique entre z & le ſinus & coſinus de l'angle ϕ, ſans que l'angle ϕ même y entre par l'intégration; on parviendra auſſi à une équation algébrique entre les coordonnées x & y; ou bien la courbe ſera algébrique.

COROLL. 5.

Donc, pour trouver des courbes algébriques, il faut déterminer notre équation générale $\frac{dz}{z} = \pm\, d\phi \left(\frac{\text{ſin}\,\lambda\phi}{1 \pm \text{coſ}\,\lambda\phi}\right)^{\frac{m}{n}} \left(\frac{P+Q}{P-Q}\right)^{\frac{\mu}{\nu}}$ en

en forte, que l'intégrale du dernier membre devienne un logarithme d'une fonction de fin ϕ & cof ϕ. Car, toutes les fois que cette intégrale n'eft pas réductible à un tel logarithme, la courbe ne fauroit être algébrique.

REMARQUE.

A' l'égard des courbes algébriques, ce problème eft très remarquable: car au lieu que dans les autres problèmes de cette efpece, où il s'agit des courbes algébriques qui leur fatisfont, il faut rendre abfolument intégrables quelques formules différentielles; ce problème exige, qu'une formule différentielle devienne intégrale par les logarithmes, & cette circonftance demande une adreffe tout particuliere dans le calcul. J'ai bien donné autrefois des régles, par le moyen desquelles on peut rendre intégrables des formules différentielles indéterminées; mais ces régles ne nous prêtent aucun fecours dans la recherche des courbes algébriques, qui fatisfont à ce problème. Il faut auffi remarquer, que lorsqu'il entre dans l'intégrale l'angle ϕ même, non feulement la courbe ne devient pas algébrique, mais elle ne remplira pas duëment les conditions du problème; parce qu'à chaque angle $ACM = \phi$, la droite $CM = z$ obtiendra une infinité de valeurs différentes, ou bien chaque droite menée par le point C coupera la courbe dans une infinité de points, ce qui eft contraire à l'enoncé du problème. De là il faut conclure, que les courbes algébriques font proprement celles, qui fatisfont au problème: & partant fa folution demande principalement des courbes algébriques, dont la recherche eft par conféquent très effentielle à la folution de ce problème. Or, puisqu'il eft impoffible de donner une folution générale, qui renferme toutes les courbes algébriques; il faut fe contenter des folutions particulieres, dont je m'en vais déveloper les principales.

PROBLÈME PARTICULIER.

Trouver des courbes algébriques, qui fatisfaffent au problème précedent, ou telles, qu'ayant mené par le point fixe C, *des droi-*

tes quelconques M C N, *elles coupent la courbe en forte en deux points* M *&* N, *que les tangentes* MT *&* NT *tirées à ces points, fassent entr'elles en* T *un angle droit.*

I. SOLUTION.

Soit dans la solution générale $\frac{\mu}{\nu} = 0$, $\lambda = 1$, & $\frac{m}{n} = 1$, pour avoir cette équation

$$\frac{dz}{z} = \pm \frac{d\phi \sin\phi}{1 \pm \cos\phi}$$

dont l'intégrale prise par les logarithmes, sera

$$lz = la \pm l(1 \pm \cos\phi).$$

De là on tirera deux courbes, selon que $l(1 \pm \cos\phi)$ est affecté, ou par le signe $+$, ou par $-$: mais l'ambiguité $\pm \cos\phi$ ne donne pas des courbes differentes, d'où il suffit de prendre $+ \cos\phi$.

Examinons séparément ces deux courbes.

1. *Courbe.* Que $l(1+\cos\phi)$ ait le signe $-$, & en montant des logarithmes aux nombres, on aura:

$$z = \frac{a}{1 + \cos\phi}, \quad \text{ou} \quad z + x = a$$

à cause de $z \cos\phi = x$. Ayant donc $z = a - x$, en prenant les quarrés, à cause de $zz = xx + yy$, on trouvera:

$$yy = aa - 2ax, \quad \text{ou} \quad yy = 2a(\tfrac{1}{2}a - x),$$

d'où l'on voit que la courbe est une parabole, dont le parametre est $= 2a$, & que le point C se trouve dans son foyer. Savoir la parabole MAN a cette propriété, que menant par son foyer C une droite quelconque MCN, les tangentes MT & NT tirées aux points M & N fassent en T un angle droit. Et posant depuis l'axe AC l'Angle ACM $= \phi$ & CM $= z$, le parametre de la parabole étant

Fig. 2.

étant $= 2a$, il y aura $z = \frac{a}{1+\cos\Phi} = CM$, & $CN = \frac{a}{1-\cos\Phi}$; de plus ayant tiré à l'axe CA la perpendiculaire $MP = y$, & posant $CP = x$ de sorte que $AP = \frac{1}{2}a - x$, on aura $yy = 2a(\frac{1}{2}a - x) = 2a.AP$, comme il est clair de la nature de la parabole, & l'angle CMT est toujours le complément de la moitié de l'angle ACM.

2. *Courbe.* Soit maintenant $z = a(1-\cos\Phi)$, qui résulte de Fig. 3. $t = \frac{1-\cos\Phi}{\sin\Phi} = \frac{\sin\Phi}{1+\cos\Phi} = \tang\frac{1}{2}\Phi$, d'où l'on voit que dans cette courbe l'angle CMT est partout la moitié de l'angle ACM. Puisque $\cos\Phi = \frac{x}{z}$, on aura $zz = az - ax$, ou $xx + yy + ax = a\sqrt{(xx+yy)}$ & partant cette équation du quatrième ordre $(xx+yy)^2 + 2ax(xx+yy) = aayy$, d'où l'on peut voir, que cette courbe est l'epicycloïde décrite, lorsque le cercle mobile est égal à l'immobile, dont le point de rebroussement tient lieu du point fixe C. Mais la nature de la courbe & sa construction se tirent plus aisément de l'équation $z = a(1-c\Phi)$. D'où l'on voit que posant l'angle $ACM = \Phi$, il y a $CM = a(1-\cos\Phi)$ & $CN = a(1+\cos\Phi)$, de sorte que toutes les lignes MCN tirées par le point C sont égales entr'elles & $= CB$.

II. SOLUTION.

Qu'il demeure $\frac{\mu}{u} = 0$ & $\frac{m}{n} = 1$, mais qu'on prenne pour λ un nombre impair quelconque: de sorte qu'on ait,

$$\text{ou} \quad \frac{dz}{z} = + \frac{d\Phi \sin\lambda\Phi}{1+\cos\lambda\Phi}, \quad \text{ou} \quad \frac{dz}{z} = + \frac{d\Phi\sin\lambda\Phi}{1-\cos\lambda\Phi},$$

& l'une & l'autre formule fournira une infinité de courbes algébriques, dont nous examinerons les principales propriétés.

 1. *Cas.*

1. *Cas.* Soit donc $\frac{dz}{z} = + \frac{d\Phi \sin \lambda \Phi}{1 + \cos \lambda \Phi}$, & l'intégration donne $lz = la - \frac{1}{\lambda} l(1 + \cos \lambda \Phi)$, & partant

$$z^{\lambda} = \frac{a^{\lambda}}{1 + \cos \lambda \Phi}, \quad \text{ou bien} \quad z = \frac{a}{\sqrt[\lambda]{(1 + \cos \lambda \Phi)}}.$$

Prenons $\lambda = 3$, de sorte que nous ayons $z = \frac{a}{\sqrt[3]{(1 + \cos 3\Phi)}}$ & pour les différentes valeurs de l'angle Φ nous aurons :

si $\Phi = 0$;	$z = \frac{a}{\sqrt[3]{2}}$	si $\Phi = 90°$;	$z = a$
$\Phi = 30°$;	$z = a$	$\Phi = 120°$;	$z = \frac{a}{\sqrt[3]{2}}$
$\Phi = 60°$;	$z = \infty$	$\Phi = 150°$;	$z = a$
$\Phi = 90°$;	$z = a$	$\Phi = 180°$;	$z = \infty$

Fig. 4. D'où l'on voit que cette courbe a trois asymtotes Ca, Ce, Cf, qui se croisent à angles égaux au point C, & trois branches égales, $\alpha A \alpha$, $\varepsilon E \varepsilon$, & $\zeta F \zeta$.

Par là on comprend, que si l'on mettoit $\lambda = 5$, la courbe auroit cinq asymtotes, & autant de branches égales & semblables, ce qui s'étend à tous les autres nombres impairs posés pour λ. Au reste si $\lambda = 3$, la courbe sera du 6me ordre, si $\lambda = 5$, du 10me & en général elle sera de l'ordre 2λ. Le cas précedent de la parabole y est aussi compris en posant $\lambda = 1$; mais dans ce cas la courbe n'a pas des branches asymtotiques, comme dans les autres cas, où λ est un nombre impair plus grand que l'unité.

De

De ces courbes il faut aussi remarquer, que puisque $\frac{zd\Phi}{dz} = t = \frac{1+\cos\lambda\Phi}{\sin\lambda\Phi} = \cot\frac{1}{2}\lambda\Phi$, il y aura $CMT = 90° - \frac{1}{2}\lambda\Phi$, ou $CMT = 90° - \frac{\lambda}{2}.ACM$.

2. *Cas.* Soit maintenant $\frac{dz}{z} = + \frac{d\Phi\sin\lambda\Phi}{1-\cos\lambda\Phi}$: & on aura après l'intégration:

$$lz = la + \frac{1}{\lambda}l(1-\cos\lambda\Phi), \quad \text{ou} \quad z = a\sqrt[\lambda]{(1-\cos\lambda\Phi)}.$$

Posons $\lambda = 3$, de sorte que $z = a\sqrt[3]{(1-\cos 3\Phi)}$, & nous aurons pour les différentes valeurs de l'angle Φ:

si $\Phi = 0°$; $z = 0$	si $\Phi = 90°$; $z = a$
$\Phi = 30$; $z = a$	$\Phi = 120$; $z = 0$
$\Phi = 60$; $z = a\sqrt[3]{2}$	$\Phi = 150$; $z = a$
$\Phi = 90$; $z = a$	$\Phi = 180$; $z = a\sqrt[3]{2}$

Cette courbe sera donc composée de trois feuilles égales & semblables, comme elles sont représentées dans la 5me Figure, collées au point fixe C. Et si l'on pose $z = 5$ ou $z = 7$, on aura des courbes formées de 5 ou 7 feuilles aussi semblables entr'elles. Et partant ce cas fournit aussi une infinité de courbes algébriques, qui satisfont au problème. Puisque dans l'application de ces courbes on a Fig. 5.

$$t = \frac{zd\Phi}{dz} = \frac{1-\cos\lambda\Phi}{\sin\lambda\Phi} = \tang\frac{1}{2}\lambda\Phi,$$

on voit qu'il y aura toujours $CMT = \frac{\lambda}{2}ACM$, & dans le cas de $\lambda = 3$, l'angle $CMT = \frac{3}{2}ACM$. Pour ce cas $\lambda = 3$, si l'on introduit les coordonnées $x = z\cos\Phi$ & $y = z\sin\Phi$, on aura

$$z^6 = a^3z^3 - a^3x^3 + 3a^3xyy$$

&

& cette équation étant reduite à la rationalité, à cause de $zz = xx + yy$, montera au 12me degré. D'où l'on conclut aisément, que mettant pour λ un nombre impair quelconque, la courbe sera du 4λ^{me} ordre.

III. Solution.

Tant que nous posons $\frac{\mu}{\nu} = 0$, nous ne pourrons pas trouver d'autres cas, qui conduisent à des courbes algébriques, & il est évident par la forme des différentiels logarithmiques, que l'un & l'autre exposant $\frac{m}{n}$ & $\frac{\mu}{\nu}$ ne sauroient recevoir d'autre valeur que l'unité. D'où nous aurons cette équation à considérer

$$\frac{dz}{z} = \pm d\phi . \frac{\sin\lambda\phi}{1 \pm \cos\lambda\phi} . \frac{P - Q}{P + Q}$$

où P doit être une fonction paire, Q impaire de $\sin\phi$ & $\cos\phi$ & λ un nombre impair. Soit donc d'abord $\lambda = 1$, $P = 1$, & $Q = m\cos\phi$, de sorte que nous ayons :

$$\frac{dz}{z} = \pm d\phi . \frac{\sin\phi}{1 + \cos\phi} . \frac{1 - m\cos\phi}{1 + m\cos\phi}.$$

Concevons que ce multiplicateur de $\pm d\phi$, se résolve en ces deux parties : $\frac{\alpha\sin\phi}{1 + \cos\phi} + \frac{\beta\sin\phi}{1 + m\cos\phi}$, & il faut qu'il soit

$$\sin\phi - m\sin\phi\cos\phi = \alpha\sin\phi + \beta\sin\phi + (\beta + \alpha m)\sin\phi\cos\phi$$

& partant : $\alpha + \beta = 1$ & $\beta + \alpha m = -m$, donc :

$$\alpha(m - 1) = -m - 1 \quad \& \quad \alpha = \frac{m + 1}{1 - m} \quad \& \quad \beta = \frac{-2m}{1 - m}.$$

De là nous obtiendrons :

$$\pm(1 - m)\frac{dz}{z} = \frac{(m + 1)\, d\phi \sin\phi}{1 + \cos\phi} - \frac{2m\, d\phi \sin\phi}{1 + m\cos\phi}.$$

&

& en prenant les intégrales :

$$\pm(1-m)\,l\frac{z}{a} = -\,l(1+\operatorname{cof}\phi)^{m+1} + l(1+m\operatorname{cof}\phi)^2,$$

$$\text{I.}\quad z^{1-m} = \frac{a^{1-m}(1+m\operatorname{cof}\phi)^2}{(1+\operatorname{cof}\phi)^{1+m}}; \qquad \text{II.}\quad z^{1-m} = \frac{a^{1-m}(1+\operatorname{cof}\phi)^{1+m}}{(1+m\operatorname{cof}\phi)^2}$$

& puisque l'on peut prendre pour m tout nombre possible, ces deux équations fournissent une infinité de solutions satisfaisantes par des courbes algébriques. On voit d'abord que si l'on mettoit $m=-1$, on tomberoit dans la première solution, & que le cas $m=1$ ne meneroit à rien. Dévelopons donc quelques uns des plus simples cas :

Cas 1. Soit $m=2$, & on aura :

$$\text{I.}\quad \frac{z}{a} = \frac{(1+\operatorname{cof}\phi)^3}{(1+2\operatorname{cof}\phi)^2}; \qquad \text{II.}\quad \frac{z}{a} = \frac{(1+2\operatorname{cof}\phi)^4}{(1+\operatorname{cof}\phi)^3},$$

d'où pour differentes valeurs de l'angle ϕ, on tirera :

I.	II.
si $\phi = 0°$; $z = \frac{8}{9}a$	si $\phi = 0$; $z = \frac{9}{8}a$
$\phi = 30°$; $z = \frac{7+4\sqrt{3}}{16}a$	$\phi = 30°$; $z = 16(7-4\sqrt{3})a$
$\phi = 60°$; $z = \frac{27}{32}a$	$\phi = 60°$; $z = \frac{32}{27}a$
$\phi = 90°$; $z = a$	$\phi = 90°$; $z = a$
$\phi = 120°$; $z = \infty a$	$\phi = 120°$; $z = 0a$
$\phi = 150°$; $z = \frac{7-4\sqrt{3}}{16}a$	$\phi = 150°$; $z = 16(7+4\sqrt{3})a$
$\phi = 180°$; $z = 0a$	$\phi = 180°$; $z = \infty a$

Fig. 6. La courbe, qui répond à la premiere formule, aura donc la forme representée dans la 6me figure, & est composée de deux branches EAE & $\gamma C \gamma$, qui concourent avec les asymptotes *Cc* & *Cc* inclinées à l'axe CB de 60 degrés : & la branche $\gamma C \gamma$ a un point de rebroussement dans le point C.

Fig. 7. Or la courbe qui répond à l'autre cas, est représentée dans la 7me Figure. Elle a d'abord une feuille ADCDA fermée au point fixe C, où concourent deux points de rebroussement, dont les tangentes sont inclinées à l'axe CB d'un angle de 60° de part & d'autres : & de là partent deux branches paraboliques CE & CE, qui s'éloignent à l'infini.

En posant $z \cos\phi = x$, on aura les équations suivantes :

I. $z^4 + 4xz^3 + 4xxzz = az^3 + 3axzz + 3axxz + ax^3$.

II. $z^3 + 3xzz + 3xxz = azz + 4axz + 4axx$,

entre les coordonnées x & y la première montera au huitième, & l'autre au sixième degré.

Cas. 2. Soit $m = 3$, & on aura :

I. $z^2 = \frac{a^2(1+\cos\phi)^4}{(1+3\cos\phi)^2}$; II. $z^2 = \frac{a^2(1+3\cos\phi)^2}{(1+\cos\phi)^4}$,

qui en extrayant la racine quarrée se réduisent à :

I. $z = \frac{a(1+\cos\phi)^2}{1+3\cos\phi}$; II. $z = \frac{a(1+3\cos\phi)}{(1+\cos\phi)^2}$.

Fig. 8. La premiere de ces courbes est représentée dans la 8me figure, qui est composée de deux branches EAE & $\gamma C \gamma$, qui concourent avec les asymtotes *ce*, *ce* inclinées à l'axe AB d'un angle 70°, 32', dont le cosinus est $= \frac{1}{3}$: & la derniere branche $\gamma C \gamma$ a un point de rebroussement au point C.

L'au-

L'autre courbe est représentée dans la 9me Figure & est formée d'un trait continu ECDADCE, dont les branches CE, CE étendues à l'infini sont paraboliques. Fig. 9.

Cas. 3. Soit $m = \frac{1}{2}$; & nos deux équations seront

$$\text{I. } V\frac{z}{a} = \frac{(1+\frac{1}{2}\operatorname{cof}\phi)^2}{(1+\operatorname{cof}\phi)^{\frac{3}{2}}}; \quad \text{II. } V\frac{z}{a} = \frac{(1+\operatorname{cof}\phi)^{\frac{3}{2}}}{(1+\frac{1}{2}\operatorname{cof}\phi)^2},$$

ou prenant les quarrés

$$\text{I. } z = \frac{a(1+\frac{1}{2}\operatorname{cof}\phi)^4}{(1+\operatorname{cof}\phi)^3}; \quad \text{II. } z = \frac{a(1+\operatorname{cof}\phi)^3}{(1+\frac{1}{2}\operatorname{cof}\phi)^4},$$

auxquelles répond la tangente de l'angle CMT

$$\text{I. } t = \frac{(1+\operatorname{cof}\phi)(1+\frac{1}{2}\operatorname{cof}\phi)}{\operatorname{fin}\phi(1-\frac{1}{2}\operatorname{cof}\phi)}; \quad \text{II. } t = -\frac{(1+\operatorname{cof}\phi)(1+\frac{1}{2}\operatorname{cof}\phi)}{\operatorname{fin}\phi(1-\frac{1}{2}\operatorname{cof}\phi)}.$$

Ces deux courbes sont plus regulières que les précedentes, la premiere (Fig. 10.) étant semblable à une parabole, & l'autre (Fig. 11.) à une épicycloïde.

IV. Solution.

La solution precédente sera portée à une plus grande généralité en mettant $\operatorname{fin}\lambda\phi$ & $\operatorname{cof}\lambda\phi$, au lieu de $\operatorname{fin}\phi$ & $\operatorname{cof}\phi$, où λ marque un nombre impair quelconque. Posons donc:

$$\pm\frac{dz}{z} = d\phi.\frac{\operatorname{fin}\lambda\phi}{1+\operatorname{cof}\lambda\phi}.\frac{1-m\operatorname{cof}\lambda\phi}{1+m\operatorname{cof}\lambda\phi},$$

& cette équation se reduira à cette forme:

$$\pm(1-m)\frac{dz}{z} = \frac{(m+1)d\phi\operatorname{fin}\lambda\phi}{1+\operatorname{cof}\lambda\phi} - \frac{2md\phi\operatorname{fin}\lambda\phi}{1+m\operatorname{cof}\lambda\phi},$$

dont l'intégrale se trouve:

$$\pm(1-m)l\frac{z}{a} = -\frac{(m+1)}{\lambda}l(1+\operatorname{cof}\lambda\phi) + \frac{2}{\lambda}l(1+m\operatorname{cof}\lambda\phi),$$

 d'où

d'où l'on tire les deux équations suivantes :

$$\text{I. } z = a.\frac{(1+m\cos\lambda\phi)^{\frac{2}{\lambda(1-m)}}}{(1+\cos\lambda\phi)^{\frac{m+1}{\lambda(1-m)}}} \; ; \quad \text{II. } z = a.\frac{(1+\cos\lambda\phi)^{\frac{m+1}{\lambda(1-m)}}}{(1+m\cos\lambda\phi)^{\frac{2}{\lambda(1-m)}}}$$

Et la tangente de l'angle CMT fera pour ces deux cas :

$$\text{I. } t = +\frac{(1+\cos\lambda\phi)(1+m\cos\lambda\phi)}{\sin\lambda\phi.(1-m\cos\lambda\phi)} \; ; \quad \text{II. } t = -\frac{(1+\cos\lambda\phi)(1+m\cos\lambda\phi)}{\sin\lambda\phi.(1-m\cos\lambda\phi)}$$

d'où l'on peut tirer encore une plus grande infinité de courbes algébriques, qui satisfont au problème ; puisqu'il y a ici deux nombres λ & m, qu'on peut prendre à volonté, celui-cy m sans aucune restriction, mais celui-là λ ne sauroit marquer que des nombres impairs entiers. Il ne sera pas aussi difficile de tracer à peu près la figure de ces courbes.

V. Solution.

Pour rendre ces solutions encore plus générales, je remarque qu'au lieu d'un facteur $\frac{1-m\cos\phi}{1+m\cos\phi}$, on y peut ajouter autant d'autres qu'on veut de la même forme, sans que l'intégration par les logarithmes en soit troublée. Or pour en rendre l'opération plus évidente, je mettrai pour m des fractions, & prenant m, n, p, q, pour des nombres quelconques, soit

$$\pm\frac{dz}{z} = d\phi\sin\phi.\frac{1}{1-\cos\phi}.\frac{m+\cos\phi}{m-\cos\phi}.\frac{n+\cos\phi}{n-\cos\phi}.\frac{p+\cos\phi}{p-\cos\phi}$$

& qu'on dévelope cette fraction composée en des fractions simples, selon la méthode que j'ai enseignée en regardant $\cos\phi$ comme une simple variable.

Qu'on

Qu'on pose pour abréger selon cette méthode :

$$\frac{(m+1)(n+1)(p+1)}{(m-1)(n-1)(p-1)} = \alpha$$

$$\frac{2m\quad(n+m)(p+m)}{(1-m)(n-m)(p-m)} = \beta$$

$$\frac{2n\quad(m+n)(p+n)}{(1-n)(m-n)(p-n)} = \gamma$$

$$\frac{2p\quad(m+p)(n+p)}{(1-p)(m-p)(n-p)} = \delta$$

& notre équation se résoudra dans cette forme :

$$\pm\frac{dz}{z} = \frac{\alpha\, d\phi \sin\phi}{1-\operatorname{cos}\phi} + \frac{\beta\, d\phi \sin\phi}{m-\operatorname{cos}\phi} + \frac{\gamma\, d\phi \sin\phi}{n-\operatorname{cos}\phi} + \frac{\delta\, d\phi \sin\phi}{p-\operatorname{cos}\phi},$$

dont l'intégrale est

$$\frac{z}{a} \text{ ou } \frac{a}{z} = (1-\operatorname{cos}\phi)^{\alpha}(m-\operatorname{cos}\phi)^{\beta}(n-\operatorname{cos}\phi)^{\gamma}(p-\operatorname{cos}\phi)^{\delta}.$$

VI. Solution.

On peut rendre cette solution encore plus générale en introduisant l'angle multiple $\lambda\phi$ au lieu du simple ϕ, où λ marque un nombre impair. Car alors en prenant pour m, n, p, q, &c. des nombres quelconques, les conditions du problème seront aussi remplies par cette équation :

$$\pm\frac{dz}{z} d\phi \sin\lambda\phi \cdot \frac{1}{1-\operatorname{cos}\lambda\phi} \cdot \frac{m+\operatorname{cos}\lambda\phi}{m-\operatorname{cos}\lambda\phi} \cdot \frac{n+\operatorname{cos}\lambda\phi}{n-\operatorname{cos}\lambda\phi} \cdot \frac{p+\operatorname{cos}\lambda\phi}{p-\operatorname{cos}\lambda\phi} \cdot \frac{q+\operatorname{cos}\lambda\phi}{q-\operatorname{cos}\lambda\phi}.$$

Or ce produit de fractions est aussi résoluble en des fractions simples, dont chacune est un différentiel logarithmique : car en posant v pour $\operatorname{cos}\lambda\phi$, on fait, que cette fraction :

$$\frac{1\quad(m+v)(n+v)(p+v)(q+v)}{(1-v)(m-v)(n-v)(p-v)(q-v)},$$

 puis-

puisque la variable v a moins de dimensions dans le numérateur que dans le dénominateur, est résoluble en ces fractions simples

$$\frac{\alpha}{1-v}+\frac{\beta}{m-v}+\frac{\gamma}{n-v}+\frac{\delta}{p-v}+\frac{\varepsilon}{q-v},$$

dont les numérateurs ont les valeurs suivantes :

$$\alpha = \frac{(m+1)(n+1)(p+1)(q+1)}{(m-1)(n-1)(p-1)(q-1)}$$

$$\beta = \frac{2m \quad (n+m)(p+m)(q+m)}{(1-m)(n-m)(p-m)(q-m)}$$

$$\gamma = \frac{2n \quad (m+n)(p+n)(q+n)}{(1-n)(m-n)(p-n)(q-n)}$$

$$\delta = \frac{2p \quad (m+p)(n+p)(q+p)}{(1-p)(m-p)(n-p)(q-p)}$$

$$\varepsilon = \frac{2q \quad (m+q)(n+q)(p+q)}{(1-q)(m-q)(n-q)(p-q)}$$

Donc, si nous remettons $\cos\lambda\phi$ pour v, & que nous multiplions toutes ces fractions par $d\phi \sin\lambda\phi$, nous aurons :

$$\pm\frac{dz}{z}=\frac{\alpha d\phi\sin\lambda\phi}{1-\cos\lambda\phi}+\frac{\beta d\phi\sin\lambda\phi}{m-\cos\lambda\phi}+\frac{\gamma d\phi\sin\lambda\phi}{n-\cos\lambda\phi}+\frac{\delta d\phi\sin\lambda\phi}{p-\cos\lambda\phi}+\frac{\varepsilon d\phi\sin\lambda\phi}{q-\cos\lambda\phi}$$

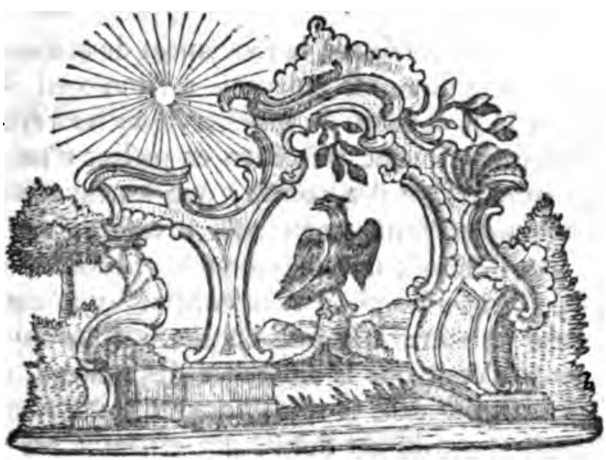
dont l'intégrale est :

$$\frac{z}{a} \text{ ou } \frac{a}{z}=(1-\cos\lambda\phi)^{\frac{\alpha}{\lambda}}(m-\cos\lambda\phi)^{\frac{\beta}{\lambda}}(n-\cos\lambda\phi)^{\frac{\gamma}{\lambda}}(p-\cos\lambda\phi)^{\frac{\delta}{\lambda}}(q-\cos\lambda\phi)^{\frac{\varepsilon}{\lambda}}$$

de sorte que nous ayons une double équation algébrique, dont l'une & l'autre fournit une infinité infinie de courbes algebriques ; puisque non seulement les quantités m, n, p, q sont arbitraires, mais que leur nombre peut être augmenté à volonté.

REMARQUE.

La ſolution de ce problème, que je viens de trouver, eſt ſi générale qu'il n'y a point de doute, que toutes les ſolutions poſſibles n'y ſoient compriſes: ce qui eſt d'autant plus remarquable, que la nature du problème ſembloit d'abord promettre un petit nombre de courbes algébriques, à cauſe de la ſingularité, qu'avant que d'y arriver il faloit paſſer par une équation logarithmique. Or nous venons de voir que cette même circonſtance nous a conduit à cette incompréhenſible infinité de ſolutions algébriques, qui ſurpaſſe bien loin la multitude des ſolutions, qu'on trouve pour d'autres problèmes indéterminés de même genre, où il s'agit des ſolutions algébriques, & auxquels on peut appliquer la méthode, que j'ai donnée autrefois pour cette fin. Le problème mérite donc à cet égard toute l'attention poſſible, & il n'y a point de doute, que ſa conſidération ne conduiſe à quantité d'autres belles recherches.



RE-

RECHERCHES PHYSIQUES SUR LA DIVERSE RÉFRANGIBILITÉ DES RAYONS DE LUMIERE.

PAR M. EULER.

I.

Lorsque les rayons de lumiere passent d'un milieu transparent dans un autre, leur réfraction n'est différente, qu'entant qu'ils nous présentent des couleurs différentes.

Cette proposition renferme le fondement de toutes les belles découvertes, dont la Physique est redevable à l'immortel *Newton*. Ce grand Philosophe s'est apperçu le premier, que les rayons du Soleil ne souffrent pas tous la même réfraction en passant d'un milieu transparent dans un autre; d'où il a conclu, que les rayons du Soleil ne sont pas homogenes entr'eux, mais qu'il y en a de différentes especes, dont les uns souffrent une plus grande réfraction, & les autres une plus petite. Auparavant on s'est imaginé, que dans le passage d'un milieu dans un autre la réfraction de tous les rayons étoit la même, & que ce n'étoit que la différence des milieux, qui pût causer quelque changement dans la réfraction. Or M. *Newton* a observé de plus, que les rayons du Soleil, qui différent par rapport à la réfraction, nous présentent aussi des couleurs différentes; & que ceux qui se rompent le moins en passant d'un milieu dans un autre, produisent constamment le sentiment de la couleur rouge, pendant que

ceux

ceux qui souffrent la plus grande réfraction, paroissent violets. Les especes moyennes, à mesure qu'elles approchent plus, ou de la plus petite réfraction, ou de la plus grande, offrent à nos sens les couleurs orange, jaune, verte, & bleüe. Il s'ensuit donc de là bien évidemment, que la différence qui se trouve dans la réfraction des rayons du Soleil, provient de la diversité des couleurs, qni en sont représentées: & partant pour déterminer la réfraction, que les rayons subissent en passant d'un milieu dans un autre, il ne suffit pas de connoitre la qualité de ces deux milieux par rapport à la réfraction, mais il faut outre cela faire attention à l'espece des rayons, ou à la couleur qu'ils présentent. C'est donc la diversité des couleurs qui cause une différence dans la réfraction, les deux milieux demeurant les mêmes.

II.

Les rayons de lumiere étant excités dans les milieux transparens par un mouvement de vibration, le nombre de ces vibrations renduës dans un tems donné, selon qu'il est plus grand, ou plus petit, produit le sentiment des couleurs différentes.

Ceux qui soutiennent, que les rayons sont des émanations réelles, dardées des corps lumineux, cherchent la diversité des couleurs dans la différente grosseur des particules, qui en sont lancées. Mais ce sentiment étant assujetti à des difficultés insurmontables, on est réduit à reconnoitre, que la lumiere est produite de la même maniere que le son, par un mouvement de vibration excité dans les milieux transparens. Dans un tel mouvement on trouve trois choses à distinguer; la premiére est la force dont ces vibrations sont excitées, laquelle étant plus ou moins grande, la sensation sera plus ou moins vive: & on ne sauroit dire que la diversité des couleurs en dépend, vu que la même couleur peut être exprimée plus ou moins fortement. La seconde chose à remarquer dans les rayons est la vitesse, dont les vibrations sont transportées d'un lieu à un autre; on sait que cette vi-

viteſſe eſt presque incompréhenſible, venant du Soleil jusqu'à nous dans l'eſpace d'environ 8 minutes: or on ne ſauroit ſoutenir non plus, que les rayons de différentes couleurs euſſent des viteſſes différentes: puisqu'on ſait qu'un rayon conſerve toujours la même couleur, par quelque milieu qu'il paſſe, quoique ſa viteſſe y ſoit conſidérablement changée. La troiſième choſe regarde la fréquence des vibrations, ou le nombre qui eſt produit dans un tems donné: on voit bien que c'eſt une qualité inaltérable dans les rayons, & qui ne ſauroit être changée, ni par la réflexion, ni par la réfraction, puisqu'elle dépend uniquement de la premiere production dans le corps lumineux. Car, ſuppoſons que les particules de ce corps rendent 1000 vibrations dans une ſeconde, qui ſoient enſuite communiquées & transportées par des milieux quelconques, & à quelqu'endroit qu'on en reçoive l'impreſſion, on ſentira toujours 1000 vibrations dans une ſeconde. Il faut donc que la diverſité des couleurs conſiſte dans la différente fréquence des vibrations, de ſorte que le caractère de chaque couleur conſiſte dans un nombre déterminé de vibrations renduës dans un tems donné.

III.

Les nombres des vibrations renduës en même tems, qui conviennent aux rayons extrèmes du Soleil, c'eſt à dire, aux rouges & aux violets, différent moins entr'eux que ſelon la raiſon double, ou ſi le plus petit de ces deux nombres eſt $= n$, *le plus grand eſt moindre que* $2n$.

La reſſemblance, ou presque l'identité des ſons, qui différent entr'eux d'une octave, confirme cette propoſition, & il eſt très vraiſemblable, que deux rayons, dont la fréquence des vibrations de l'un eſt le double de celle de l'autre, produiſent à peu près le même effet, & excitent en nous le ſentiment de la même couleur: & nous ne jugeons les couleurs différentes, qu'entant que les nombres de vibrations renduës en tems égaux différent de la raiſon double. Donc, puisque nous ne remarquons point parmi les différens rayons du Soleil

des

des couleurs ſemblables, quoique d'une extrèmité à l'autre toutes les fréquences intermédiaires ſe rencontrent; ſi nous poſons n pour le nombre des vibrations renduës dans un certain tèms, qui convient aux rayons ſolaires, dont la fréquence eſt la plus petite, les nombres qui conviennent aux autres rayons ſeront tous moindres que $2n$. Or ce que je viens d'avancer devient encore plus évident par les expériences des lames transparentes fort minces, où l'on découvre quelques périodes de toutes les couleurs ſolaires. Où la lame eſt le plus mince, vers l'endroit où elle devient plus épaiſſe, on découvre les couleurs violette, bleüe, verte, jaune, orange, rouge; enſuite encore les mêmes couleurs dans le même ordre, qui ſe preſente après encore pour la troiſième & quatrième fois, quoique ces couleurs deviennent de plus en plus foibles, & enfin imperceptibles. De là il eſt très raiſonnable de conclure, que la même couleur revient toutes les fois, que les nombres de vibrations tombent dans la progreſſion geométrique double; & que les nombres qui tombent entre les termes de cette progreſſion répondent à des couleurs différentes. Or dans ces ſuites de couleurs le rouge eſt immédiatement ſuivi d'un ſecond violet, dont la fréquence par conſéquent eſt à la fréquence du premier violet en raiſon double : il faut donc que les fréquences du premier violet, & du premier rouge ſoient plus approchantes entr'elles qu'en raiſon double; & on voit auſſi que leur rapport ne s'écarte pas beaucoup de la raiſon double, puisque le ſecond violet eſt auſſi près du rouge, que celui-cy l'eſt du jaune qui le précede.

IV.

Or quoiqu'il ſoit certain, que les nombres de vibrations renduës en même tems, qui conviennent aux rayons rouges & violets du Soleil, ſoient inégaux entr'eux; il eſt encore douteux, lequel de ces deux nombres eſt le plus grand, ou le plus petit.

Soit ρ le nombre de vibrations renduës dans une ſeconde, dont les rayons rouges du Soleil ſont agités, & v celui qui convient aux ra-

rayons violets, & nous venons de voir, qu'il y a, ou $\varrho < 2\vartheta$, ou $\vartheta < 2\varrho$; mais il eſt encore douteux s'il y a $\varrho < \vartheta$, ou $\varrho > \vartheta$. Or, puisqu'on peut comparer les diverſes couleurs aux ſons aigus & graves, il eſt incertain, laquelle de ces deux couleurs extrèmes répond aux ſons graves ou aigus. Puisque les rayons rouges ſouffrent une moindre réfraction que les violets, il ſemble d'abord probable, que les rayons rouges renferment une plus grande fréquence de vibrations; car on ne ſauroit presque comprendre, comment une moindre fréquence pourroit diminuer la réfraction. Mais ſi nous conſidérons, que dans les lames minces, la couleur rouge paroit ſur une plus grande épaiſſeur que la violette du même ordre, il ſemble qu'on en doive conclure le contraire, vu qu'une corde plus groſſe acheve moins de vibrations en même tems qu'une plus mince. Cependant la comparaiſon d'une lame mince avec des cordes plus ou moins épaiſſes à l'égard du mouvement de vibration ne paroit pas trop juſte; il la faudroit plutôt comparer à une lame métallique fort étenduë, qui ne ſeroit pas également épaiſſe par-tout, & voir quels ſeroient les ſons qu'elle rendroit, étant frappée doucement en divers endroits: car, pour rendre le cas ſemblable, il faut frapper cette lame fort doucement, afin qu'elle n'en ſoit ébranlée qu'en un petit endroit; & alors on remarquera que les ſons ſeront différens, ſelon que la lame ſera plus ou moins mince à l'endroit, où l'on la frappe. Or, ſi l'on ſe peut fier à quelques expériences groſſières, on ne ſauroit douter, qu'une telle lame ne rendit un ſon plus aigu, étant frappée là où ſon épaiſſeur eſt plus grande; d'où l'on peut conclure, que la lame mince transparente rend des vibrations plus fréquentes là, où elle eſt moins mince. Par cette raiſon on pourra bien ſoutenir, que le nombre ϱ eſt plus grand que ϑ, comme la premiere raiſon ſembloit le prouver: mais les réflexions ſuivantes confirmeront encore davantage ce ſentiment, avec lesquelles le ſentiment oppoſé ne ſauroit ſubſiſter en aucune maniere.

V. Si

V.

Si dans le passage des rayons solaires d'un milieu transparent A dans un autre B, la raison du sinus d'incidence au sinus de réfraction est pour les rayons rouges comme r à 1, & pour les rayons violets comme v à 1, le nombre v, est toujours une certaine puissance du nombre r, dont l'exposant est environ $1\frac{4}{33}$.

Il est certain que, quelque différens que soient les deux milieux A & B, le nombre v est une certaine fonction du nombre r, qui en sera déterminée toujours de la même maniere. Je dis donc que cette fonction est une puissance, dont l'exposant est constant & environ $= 1\frac{4}{33}$, de sorte que si nous posons $\mu = 1\frac{4}{33}$, il y ait $v = r^{\mu}$. Et partant, quoique les deux nombres r & v different selon la diversité des deux milieux A & B, la raison de leurs logarithmes, ou la fraction $\frac{lv}{lr}$, obtient toujours une valeur constante $= \mu = 1\frac{4}{33}$. C'est sur ce principe que j'avois fondé la méthode de perfectionner en sorte les verres objectifs, que la diverse réfrangibilité des rayons n'y cause plus de confusion; & lorsqu'on m'eut objecté, que ce n'étoit pas la fraction $\frac{lv}{lr}$, mais plutôt celle-cy $\frac{v-1}{r-1}$, dont la valeur demeuroit constante, j'ai démontré que ce dernier sentiment impliquoit une contradiction ouverte, & qu'aucune autre rélation entre les nombres r & v que $v = r^{\mu}$, ou $\frac{lv}{lr} = \mu = \frac{37}{33}$ ne sauroit subsister avec la vérité. Donc, puisque $v > r$, tandis que selon les raisons alléguées on peut supposer $v < \rho$, il s'ensuit que, plus la fréquence de vibrations, qui convient à un rayon, est petite, & plus sera grande la réfraction. Or nous avons

vu que $\vartheta > \frac{1}{2}\varrho$, mais qu'il approche fort de $\frac{1}{2}\varrho$; donc, s'il étoit $\vartheta = \frac{1}{2}\varrho$, auquel cas résulteroit le rouge du second ordre, l'exposant μ de l'équation $v = r^{\mu}$ deviendroit plus grand que $\frac{137}{135}$; & partant il seroit environ, ou $\frac{8}{7}$, ou $\frac{7}{6}$. Donc, si pour la couleur rouge du second ordre, qui ne se trouve plus dans les rayons du Soleil, on met ϱ' pour la fréquence des vibrations & $r' : 1$ pour la raison de réfraction, on aura $\varrho' = \frac{1}{2}\varrho$, & $\frac{lr'}{lr} = \frac{7}{6}$ à peu près. Mais de là on ne sauroit encore conclure, comment la réfraction se tiendra pour les rouges du troisième ordre & des suivans, ce que la suite nous fera connoitre.

VI.

Quelle que soit la réfraction, lorsque les rayons passent du milieu A *dans le milieu* B, *le sinus d'incidence est toujours au sinus de réfraction, comme la vitesse dont les rayons traversent le milieu* A, *est à celle dont ils traversent le milieu* B.

Les rayons de chaque espece, qui sont transmis par un milieu transparent homogène, s'y meuvent avec une certaine vitesse, qui dépend tant de la qualité du milieu, que de la nature ou fréquence des rayons, comme je le prouverai tout à l'heure plus amplement: & tant qu'un rayon se meut dans le même milieu, son mouvement est uniforme, & sa vitesse aura un certain rapport à celle dont les rayons traversent l'éther. Dans un même milieu le mouvement des rayons se fait suivant des lignes droites, & leur direction ne change qu'entant que la vitesse est variée; ce qui arrive lorsque les rayons passent d'un milieu dans un autre, où leur vitesse est changée. Or ce changement de direction, ou la réfraction, dépend aussi de l'obliquité, sous laquelle les rayons entrent dans l'autre milieu, ou de l'angle que leur direction fait avec la perpendiculaire sur la surface qui sépare les deux milieux, de sorte que sous toutes les différentes obliquités la rai-

son

son des sinus des angles, que tant le rayon incident que le rompu font avec ladite perpendiculaire, demeure toujours la même. Soit donc, $m : n$ cette raison, qu'un rayon en passant du milieu A dans le milieu B observe dans sa réfraction, & je dis que cette même raison est celle des vitesses du rayon dans les milieux A & B. C'est par ce principe qu'on explique le plus naturellement la réfraction, comme je l'ai fait voir dans mon Mémoire sur la Théorie de la lumiere & des couleurs. Ainsi, puisque les rayons rouges solaires, en entrant de l'air dans le verre, sont rompus selon la raison de 77 à 50, il en faut conclure que la vitesse dont ces rayons traversent l'air, est à celle dont ils traversent le verre, comme 77 à 50: & puisque les rayons violets solaires sont rompus dans le même passage selon la raison 78 à 50, la vitesse de ces rayons dans l'air sera à celle dans le verre comme 78 à 50. Par conséquent les rayons rouges & violets se meuvent avec des vitesses inégales, ou dans l'air, ou dans le verre, ou dans tous les deux: & c'est qu'il faut examiner plus soigneusement.

VII.

La vitesse, dont chaque rayon se meut par un milieu transparent homogène, dépend non seulement de la nature du milieu, mais aussi de la fréquence des vibrations, qui forment le rayon.

Ayant vu que, dans le passage des mêmes milieux, la réfraction varie un peu dans les rayons de différentes especes, il faut que la vitesse, dont les rayons traversent le même milieu, différe un peu selon la nature des rayons. La vitesse d'un rayon ne dépend donc pas uniquement de la nature du milieu, c'est à dire, de la facilité, ou difficulté, dont les rayons sont transmis; mais la nature du rayon même, ou la fréquence des vibrations, y influe aussi pour quelque part; quoique cette altération soit fort petite par rapport à celle qui provient de la diversité des milieux. Selon la maniere dont on envisage ordinairement la transmission de la lumiere par un milieu transparent, il semble que la vitesse devroit dépendre uniquement de la densité & élas-

élasticité du milieu, de même qu'on croit que tous les sons, tant aigus que graves, se transmettent par l'air avec la même rapidité. Cependant il ne paroit pas peu probable, que la poursuite des vibrations suivantes puisse accélérer tant soit peu la vitesse des vibrations précedentes, de sorte que, plus la fréquence des vibrations est grande, & plus aussi la vitesse par le même milieu en sera accélérée. Ce sentiment se confirme par ce, qu'on trouve par la théorie une moindre vitesse pour la propagation du son par l'air, qu'on n'en observe actuellement, de sorte qu'il semble que ce surcroit de vitesse vient uniquement de la poursuite successive des vibrations. Or, quelle qu'en soit la cause, le phénomene étant suffisamment constaté, on ne sauroit plus douter, que la succession des vibrations ne soit capable d'augmenter un peu la vitesse; & partant il faut bien distinguer la vitesse, dont une suite de vibrations successives est transmise par un milieu, de la vitesse dont un seul battement seroit transporté par ce même milieu; celle-là étant plus grande que celle-cy. Or il est évident que la vitesse d'un seul battement dépend uniquement de la nature du milieu, à la place de laquelle il sera donc permis de substituer la vitesse d'un battement solitaire, entant que la nature du milieu entre dans la détermination de la vitesse des rayons.

VIII.

Si l'on pose a *pour la vitesse, dont un battement solitaire seroit transporté par un milieu transparent* A, *& que pour un rayon proposé le nombre des vibrations renduës dans une seconde soit* = n, *la vitesse dont ce rayon sera transmis par le milieu* A *doit être regardée comme une certaine fonction des deux quantités* a *&* n.

Nous savons bien que la vitesse du rayon proposé par le milieu A dépend, d'un côté de la nature du milieu, ou ce qui revient au même, de la vitesse dont un battement solitaire seroit transmis par ce même milieu, & d'un autre côté de la fréquence des vibrations qui consti-

ſtitüent la nature du rayon, ou du nombre n: mais nous ne ſavons pas encore de quelle maniere ces deux quantités a & n concourent à produire l'expreſſion, qui marque la véritable viteſſe du rayon. Elle ſera donc une certaine fonction de a & n, que j'indiquerai par $f:(a,n)$, dont la compoſition nous eſt encore inconnuë. Cependant nous connoiſſons déjà quelques propriétés de cette fonction, dont la premiere eſt, que lorsque n évanouït, la valeur de la fonction doit devenir $= a$, puisqu'alors la fréquence des vibrations étant réduite à rien, la viteſſe doit être la même, que ſi un battement ſolitaire ſeroit transmis. Enſuite il eſt auſſi certain que, plus le nombre n ſera grand, plus auſſi doit devenir grande la fonction $f:(a,n)$; puisqu'il n'eſt pas vraiſemblable, qu'une plus grande fréquence, ou les vibrations ſuivantes ſauroient diminuer la viteſſe: il ſemble plutôt très raiſonnable, que ſi les vibrations ſuivantes ſont capables d'altérer la viteſſe des précédentes, cette altération doit conſiſter dans une accélération. Enfin il n'y a aucun doute, que la fréquence n demeurant la même, la viteſſe du rayon, ou la fonction $f:(a,n)$, ne ſoit d'autant plus grande, plus la viteſſe d'un battement ſolitaire a ſera grande. Or je prends ici a pour une quantité proportionnelle à la viteſſe d'un ſeul battement, ſans me mettre encore en peine de la détermination abſoluë, ou de l'unité à laquelle on la doit rapporter: mais pour en avoir la valeur abſoluë, on n'a qu'à concevoir un tel milieu, par lequel la viteſſe d'un battement ſolitaire ſeroit exprimé par l'unité, & nous verrons dans la ſuite, que l'éther même doit être pris pour ce milieu.

IX.

Qu'on conçoive deux milieux transparens A *&* B, *par lesquels les viteſſes d'un battement ſolitaire ſoient* a *&* b, *& que la fréquence d'un rayon, ou le nombre des vibrations renduës dans une ſeconde ſoit* $= \mathrm{n}$: *& lorsque ce rayon paſſe du milieu* A *dans le milieu* B, *le ſinus d'incidence ſera au ſinus de réfraction comme* $\mathrm{f}:(\mathrm{a},\mathrm{n})$ *à* $\mathrm{f}:(\mathrm{b},\mathrm{n})$.

La

La vitesse du rayon, dont nous supposons le nombre de vibrations renduës par seconde $= n$, est dans le milieu A $= f:(a, n)$, & dans le milieu B $= f:(b, n)$; la lettre f étant la marque d'une certaine fonction, dont la composition est la même dans l'une & l'autre formule. Or nous avons vu, que dans le passage d'un rayon par ces deux milieux la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction est la même que celle des vitesses, & partant cette raison sera comme $f:(a,n)$ à $f:(b,n)$. Quoique le raisonnement, qui m'a conduit à cette proposition, soit en partie fondé sur la théorie, on en peut entièrement écarter cette considération, sans avoir égard, ni aux vitesses d'un battement solitaire par les deux milieux, ni à la fréquence des vibrations, qui constituent le rayon. On dira alors que les lettres a & b marquent des quantités appartenantes uniquement aux milieux A & B, & la lettre n une quantité, qui répond à la nature du rayon; de sorte que chaque milieu A a une quantité a qui lui est propre, & chaque espece de rayons une quantité n qui lui est propre; sans déterminer que la premiere marque la vitesse d'un battement solitaire, & la seconde la fréquence. Ensuite, ayant trouvé par l'expérience, que la réfraction varie non seulement par rapport à la diversité des milieux, mais aussi par rapport aux diverses especes des rayons; il est certain que le sinus d'incidence sera à celui de réfraction, comme une certaine fonction des quantités a & n, à une semblable fonction des quantités b & n, c'est à dire comme $f:(a,n)$ à $f:(b,n)$. Voyons donc si l'expérience est suffisante pour nous conduire à la connoissance de la composition, dont ces fonctions sont formées.

X.

Si ρ marque la fréquence des rayons rouges solaires, & u celle des rayons violets, ou bien le nombre des vibrations renduës par seconde, & quel que soit le milieu, dans lequel ces rayons se meuvent, le logarithme de la vitesse des rayons rouges sera au logarithme de la vitesse des rayons violets toujours en raison constante, comme 133 *à* 137.

Con-

Considérons deux milieux A & B, que les rayons traversent, & que a soit la vitesse d'un battement solitaire par le milieu A, & b celle par le milieu B. De là la vitesse des rayons rouges par le milieu A sera $= f:(a,\varrho)$ & par le milieu B $= f:(b,\varrho)$; mais la vitesse des rayons violets par le milieu A $= f:(a,\upsilon)$ & par le milieu B $= f:(b,\upsilon)$. Donc, dans le passage du milieu A dans le milieu B, le sinus d'incidence sera à celui de réfraction

pour les rayons rouges comme $f:(a,\varrho)$ à $f:(b,\varrho)$
pour les violets - - comme $f:(a,\upsilon)$ à $f:(b,\upsilon)$

Rapportons ici ce qui est dit dans l'article V, & nous aurons:

$$r = \frac{f:(a,\varrho)}{f:(b,\varrho)} \quad \& \quad v = \frac{f:(a,\upsilon)}{f:(b,\upsilon)},$$

or nous avons démontré cette propriété $\frac{lv}{lr} = \frac{137}{133}$, d'où il s'ensuit:

$$\frac{lf:(a,\upsilon) - lf:(b,\upsilon)}{lf:(a,\varrho) - lf:(b,\varrho)} = \frac{137}{133},$$

& cette égalité doit subsister, quelques valeurs que puissent avoir les quantités a & b; d'où il faut qu'il soit séparément

$$\frac{lf:(a,\upsilon)}{lf:(a,\varrho)} = \frac{137}{133} \quad \& \quad \frac{lf:(b,\upsilon)}{lf:(b,\varrho)} = \frac{137}{133}.$$

Donc le logarithme de la vitesse des rayons rouges par un milieu quelconque est au logarithme de la vitesse des rayons violets par le même milieu, comme 133 à 137; ce qui n'est pas contraire à ce que j'ai dit, que la vitesse des rayons rouges étoit plus grande que celle des violets, quoique le logarithme de celle-là soit plus petit que le logarithme de celle-cy: puisqu'on sait que les logarithmes des nombres moindres que l'unité, sont d'autant plus grands, plus les nombres sont petits.

XI.

Si un rayon, dont le nombre de vibrations rendues par seconde est $= n$, *se meut dans un milieu* A, *où la vitesse d'un battement soli-*

taire seroit = a, *la fonction* f : (a, n), *qui exprime la vitesse de ce rayon dans ce milieu, aura une telle forme, que son logarithme sera le produit d'une fonction de* a *par une fonction de* n.

Puisque nous venons de voir, qu'il y a $\frac{lf:(a,\text{ȣ})}{lf:(a,\varrho)} = \frac{137}{135}$, & que cette égalité doit toujours subsister, de quelque densité que puisse être le milieu A, ou la quantité a qui en dépend; il est évident que dans les expressions $lf:(a,\text{ȣ})$ & $lf:(a,\varrho)$ les termes, qui renferment la quantité a, doivent être détruits par la division, de sorte que le quotient ne contienne plus que les nombres ȣ & ϱ. Or cela ne sauroit arriver, à moins que $lf:(a,\text{ȣ})$ ne fut un produit d'une fonction de a, qui soit $\pi:a$, & d'une fonction de ȣ qui soit $\Phi:\text{ȣ}$; de sorte que nous ayons :

$$lf:(a,\text{ȣ}) = \pi:a\,.\,\Phi:\text{ȣ} \quad \& \quad lf:(a,\varrho) = \pi:a\,.\,\Phi:\varrho,$$

où π & Φ sont les marques de certaines fonctions, dont la composition est encore inconnuë. Donc, en général si un rayon, dont le nombre de vibrations renduës par seconde est $= n$, se meut dans un milieu A, où la vitesse d'un battement solitaire seroit $= a$, la vitesse de ce rayon, ou la fonction $f:(a,n)$, sera toujours exprimée en sorte qu'il y ait :

$$lf:(a,n) = \pi:a\,.\,\Phi:n,$$

& partant en prenant e pour le nombre, dont le logarithme hyperbolique est $= 1$, cette vitesse même sera exprimée en sorte

$$f:(a,n) = e^{\pi:a\,.\,\Phi:n}.$$

Ayant donc tant pour les rayons rouges que pour les violets

$$lf:(a,\text{ȣ}) = \pi:a\,.\,\Phi:\text{ȣ} \quad \& \quad lf:(a,\varrho) = \pi:a\,.\,\Phi:\varrho,$$

entre les fonctions de ȣ & de ϱ cette proportion aura toujours lieu, qu'il y ait $\frac{\Phi:\text{ȣ}}{\Phi:\varrho} = \frac{137}{135}$. Par conséquent si $\varrho > \text{ȣ}$, comme nous

avons

avons lieu de ſoupçonner, les fonctions $\phi : \varrho$ & $\phi : \nu$ ſont telles que $\phi : \varrho < \phi : \nu$; de ſorte qu'en général la fonction $\phi : n$ croit ou décroit, pendant que le nombre n diminuë ou augmente.

XII.

Etant parvenu à cette formule $e^{\pi a . \phi n}$ *pour exprimer la viteſſe d'un rayon, dont le nombre des vibrations renduës par ſeconde eſt* $= n$, *dans un milieu, où un battement ſolitaire auroit la viteſſe* $= a$, *je dis que la fonction* $\pi : a$ *eſt* $= l a$, *&* *que* $\phi : n$ *eſt une telle fonction de* n, *qui devient égale à l'unité, lorsque le nombre* n *eſt pris fort petit.*

La viteſſe du rayon propoſé ayant été trouvée $= e^{\pi : a . \phi : n}$ j'ai déjà remarqué, que ſi la fréquence ou le nombre n évanouïſſoit, ou qu'il devint ſeulement très petit, la viteſſe devroit ſe réduire à celle d'un battement ſolitaire, qui eſt ſuppoſée $= a$. Dans ce cas donc où le nombre n eſt très petit, ou évanouïſſant, il faut qu'il devienne $e^{\pi : a . \phi : n} = a$, ou $\pi : a . \phi : n = la$.
Or ſuppoſant n évanouïſſant, ou très petit, la fonction $\phi : n$ obtiendra une valeur conſtante, laquelle peut être ſuppoſée $= 1$, puisqu'il ne s'agit que de la proportionalité ; poſons donc

$$\phi : n = 1 + F : n,$$

où $F : n$ ſoit une telle fonction de n, qui évanouïſſe, lorsque le nombre n eſt pris égal à zero ; auquel cas nous aurons par conſéquent $\pi : a = la$. Donc ſi un rayon, dont le nombre de vibrations renduës dans une ſeconde eſt $= n$, ſe meut dans un milieu, où un battement ſolitaire auroit la viteſſe $= a$, ſa viteſſe ſera exprimée en ſorte:

$$e^{la . (1 + F : n)} = a^{1 + F : n},$$

& partant la compoſition de cette fonction, que nous avons d'abord marquée par $f : (a, n)$, nous eſt déjà presque entièrement connuë,

 il

il ne reste plus qu'à savoir quelle fonction de n est marquée par $F:n$. Or nous savons aussi, que si nous mettons pour n les nombres ϱ & ν qui conviennent aux rayons rouges & violets du Soleil, il faut qu'il soit

$$\frac{1 + F:\nu}{1 + F:\varrho} = \frac{137}{133}, \quad \text{ou} \quad 133 F:\nu - 137 F:\varrho = 4,$$

& partant $1 + F:\nu$ sera plus grand que $1 + F:\varrho$, quoiqu'il soit vraisemblablement ν moindre que ϱ.

XIII.

Lorsque l'éther est le milieu transparent, par lequel les rayons se meuvent, la vitesse qui y conviendroit à un battement solitaire sera exprimée par l'unité: & tous les rayons, de quelque espece qu'ils soient, sont transmis par l'éther avec la même vitesse.

La lettre a n'a marqué jusqu'ici qu'une quantité proportionnelle à la vitesse, dont un battement solitaire seroit transmis par le milieu A; mais après les réductions, que la considération des expériences nous a fournies, la lettre a exprime un nombre qui se rapporte à une certaine unité; & on peut concevoir un milieu, soit qu'il existe ou non, où la vitesse d'un battement solitaire seroit exprimée par l'unité. Ce milieu, auquel répond $a = 1$, aura donc cette propriété remarquable, que tous les rayons, quelque différens qu'ils soient, le traversent avec la même vitesse: pendant que par tous les autres milieux la vitesse des rayons se trouve altérée par la diversité de leur espece, ou fréquence. Nous voyons donc que, nonobstant le principe général, que la vitesse des rayons dépend non seulement de la nature du milieu, mais aussi de leur propre espece; on doit accorder la possibilité d'un tel milieu transparent, où la diversité des rayons ne change rien dans leur vitesse; & on a lieu de soutenir que l'éther est ce même milieu. Car, si pour l'éther la valeur de a n'étoit pas $= 1$, les différens rayons seroient transmis avec des vitesses inégales, & la moindre inégalité devroit produire cet effet, que dans une Eclipse totale de

So-

Soleil, tant les derniers rayons qui précedent l'obscurcation totale, que les premiers, qui la suivent, seroient colorés, & le même phènomene se devroit appercevoir dans les Eclipses des Satellites de Jupiter. Or, quelques peines que les Astronomes se soient données pour examiner cette conséquence, ils n'ont pu découvrir le moindre changement dans la couleur des rayons; d'où il faut absolument conclure, que tous les rayons se meuvent dans l'éther avec la même vitesse, laquelle doit être prise dans notre formule pour l'unité. Donc, si pour tout autre milieu le nombre *a* exprime la vitesse d'un seul battement, il faut concevoir, que cette vitesse est à celle dont tous les rayons se meuvent dans l'éther, comme *a* est à 1; ce qui nous fournit pour chaque milieu une valeur déterminée pour le nombre *a*.

XIV.

Pour tous les autres milieux la quantité a, *qui leur répond, est moindre que l'unité, ou la vitesse d'un battement solitaire par ces milieux est moindre que la vitesse, dont les rayons traversent l'éther.*

Cela est clair de ce, que les rayons qui passent de l'éther dans un autre milieu transparent quelconque A, sont rompus vers la perpendiculaire, de sorte que le sinus d'incidence est plus grand que le sinus de réfraction. Donc, cette raison étant la même que celle de la vitesse des rayons dans l'éther à leur vitesse dans ce milieu A, il s'ensuit que la vitesse de chaque rayon dans l'éther, qui est exprimée ici par l'unité, est plus grande que leur vitesse dans le milieu A; ce qui est aussi très naturel, vu que les rayons souffrent dans un tel milieu quelque obstacle, qui en doit diminuer la vitesse, & on tient que plus un milieu est dense, selon la densité optique, & plus la vitesse de la lumiere y est retardée. Ainsi la vitesse des rayons dans l'air est tant soit peu plus petite que dans l'éther ou dans le vuide, & cela à peu près dans la raison de 3400 à 3401, comme on peut conclure de la réfraction du vuide dans l'air. Dans l'eau la vitesse des rayons est encore moindre, & elle diminue d'avantage dans l'esprit de vin, le verre,

re, & le diamant, où elle est apparemment la plus petite. Soit donc a la vitesse d'un battement solitaire dans le milieu A, & la vitesse d'un rayon quelconque sera encore plus grande ; celle-cy étant donc plus grande que a, à plus forte raison en doit-on conclure que $a < 1$. Soit de plus n le nombre de vibrations renduës par seconde, qui convient au rayon, & sa vitesse dans le milieu A sera $= a^{1 + F:n}$: donc il faut qu'il soit $a^{1 + F:n} > a$, ou $a^{F:n} > 1$. Or puisque $a < 1$, une puissance de a ne sauroit être plus grande que l'unité, à moins que son exposant ne soit un nombre négatif. De là nous tirons donc cette conclusion, que la valeur de la fonction $F:n$ est négative : mais il faut aussi que cette fonction évanouisse lorsqu'on met $n = 0$. Et partant la plus simple forme, que cette fonction pourroit avoir est $F:n = -\alpha n$, ou plus généralement on pourroit mettre $F:n = -\alpha n^{\lambda} - \beta n^{\mu}$ &c.

XV.

De là il s'ensuit que les rayons rouges solaires consistent en un plus grand nombre de vibrations renduës dans une seconde, que les violets, & partant, si nous comparons les rayons rouges à un certain son, les violets répondront à un son plus grave, & cela presque d'une octave.

J'ai déjà allégué des raisons, pourquoi la fréquence dans les rayons rouges du Soleil paroit plus grande que dans les violets, & je pourrois ajouter que le grand *Newton* étoit du même sentiment, ayant comparé la couleur rouge au plus haut ton d'une octave, & la violette au plus bas. Mais à présent ce même sentiment se trouve confirmé indubitablement par la formule, que je viens de découvrir. Car, soit ρ la fréquence des vibrations pour les rayons rouges, & ϑ pour les violets, & ayant trouvé $\frac{1 + F:\vartheta}{1 + F:\rho} = \frac{137}{133}$, il est évident que $F:\vartheta > F:\rho$. Or ces fonctions sont des quantités négatives, comme nous

nous venons de voir: donc posant $F:\upsilon = -\alpha\upsilon$ & $F:\varrho = -\alpha\varrho$, ou plus généralement $F:\upsilon = -\alpha\upsilon^{\lambda}$ & $F:\varrho = -\alpha\varrho^{\lambda}$, nous aurons $-\alpha\upsilon^{\lambda} > -\alpha\varrho^{\lambda}$, par conséquent $\varrho^{\lambda} > \upsilon^{\lambda}$, ou $\varrho > \upsilon$; & la même conclusion se trouveroit, si l'on prenoit pour ces fonctions des expressions plus générales, mais qui fussent négatives & évanouissantes aux cas $\varrho = 0$, $\upsilon = 0$. Il est donc à présent hors de doute que $\varrho > \upsilon$, ou que les rayons rouges du Soleil contiennent un plus grand nombre de vibrations renduës par seconde que les violets. Cependant je ne voudrois pas égaler l'intervalle de ces deux couleurs à celui d'une octave, & mettre $\varrho = 2\upsilon$, comme *Newton* l'a fait; puisque ces deux couleurs sont trop différentes, pour qu'on les pût comparer à deux sons, qui different d'une octave. Aussi les expériences faites sur les lames minces, qui présentent à la fois une plus longue suite de couleurs, offrent après la couleur violette immédiatement une rouge, qu'on a droit de prendre pour l'octave de la premiere rouge. On pourra donc comparer la différence entre le rouge & le violet à peu près avec une septième dans la Musique, d'où l'on auroit $\varrho : \upsilon = 16 : 9$, ou $\upsilon = \frac{9}{16}\varrho$; & si la fréquence d'un rayon est exprimée par $\frac{1}{2}\varrho$, ou $\frac{1}{4}\varrho$, ou $\frac{1}{8}\varrho$, &c. il excitera dans nous le sens d'un rouge du second, ou troisième, ou quatrième ordre.

XVI.

Il ne reste donc dans la Théorie des rayons & de leur mouvemens par différens milieux transparens, qu'à connoitre la nature de la fonction F:n plus particulièrement, & alors on sera en état d'assigner la vitesse de chaque rayon par tous les milieux transparens.

Tout ce que nous avons déterminé jusqu'ici, est nécessairement vray, & fondé sur des principes ou des expériences incontestables; car quoique j'y aye mêlé des idées de ma Théorie de la Lumiere, qui pourroit encore paroitre douteuse à quelques uns, on en peut entie-

rement écarter ces idées, & se tenir uniquement aux élémens marqués par les lettres *a* & *n*, dont celui-là appartient au milieu, & celle-cy à la nature du rayon. Ainsi lorsqu'un rayon, dont la nature soit exprimée par la lettre *n*, passe d'un milieu A dans un milieu B, & que la qualité de celui-là soit marquée par *a*, & de celui-cy par *b*, il est certain, que le sinus d'incidence sera au sinus de réfraction comme

$$a^{1+F:n} \text{ à } b^{1+F:n}$$

& nous savons de plus, que *a* & *b* sont des nombres moindres que l'unité pour tous les milieux transparens, à l'exception de l'éther, auquel répond l'unité même. Mais les considérations tirées de la théorie fixent mieux nos idées, sans y porter les doutes, auxquels cette théorie pourroit encore être assujettie; & rien n'empêche que nous ne puissions regarder les quantités *a* & *b* comme les vitesses d'un battement solitaire par les milieux A & B, & *n* comme le nombre des vibrations rendues dans une seconde, qui constituent le rayon proposé. Or nous savons de plus que la fonction F : *n* doit toujours avoir une valeur négative, & évanouir au cas qu'on met $n = 0$. La plus simple valeur, & qui peut-être convient le mieux avec la simplicité de la nature, sera donc $F:n = -\alpha n$. Cependant on pourroit penser, que telle valeur $F:n = \alpha n^2$, ou telle $F:n = -\alpha\sqrt{n}$, eut plutôt lieu. Pour cet effet je m'en vais examiner les conséquences qui découlent de chacune de ces hypotheses, pour juger ensuite, laquelle répond le mieux aux expériences.

XVII.

Examinons d'abord la premiere hypothese, suivant laquelle la fonction F : n *soit égale à* $-\alpha$n, *où* α *est un nombre constant, & on pourra déterminer la valeur absoluë de* α n *pour toutes les diverses especes de rayons.*

Posons *p* pour le nombre des vibrations par seconde pour les rayons rouges du Soleil, & *u* pour les violets;

&

& nous aurons

$$F:\varrho = -\alpha\varrho \quad \& \quad F:\text{ȣ} = -\alpha\text{ȣ},$$

d'où par l'article XII. nous tirons:

$$\frac{1 + F:\text{ȣ}}{1 + F:\varrho} = \frac{1 - \alpha\text{ȣ}}{1 - \alpha\varrho} = \frac{137}{133}, \quad \text{ou} \quad 137\alpha\varrho - 133\alpha\text{ȣ} = 4.$$

Or nous savons qu'il y a à peu près $\text{ȣ} = \frac{9}{10}\varrho$, ce qui donne

$$137\alpha\varrho - \tfrac{9}{10}\cdot 133\alpha\varrho = 4, \quad \text{ou} \quad \alpha\varrho = \frac{64}{995} = \frac{2}{31},$$

& partant

$$\alpha\text{ȣ} = \tfrac{9}{10}\cdot\tfrac{2}{31} = \tfrac{9}{155} = \tfrac{2}{35}.$$

Il est certain, que les nombres ϱ & ȣ sont énormement grands, puisque la vitesse vibratoire des moindres particules, qui excitent la lumiere, doit être extrèmement rapide, & incomparablement plus grande que celle qui produit les sons les plus aigus. De là il semble que les nombres ϱ & ȣ surpassent bien 100000, ou même un million, quoique peut-être on ne puisse jamais parvenir à une connoissance précise de ces nombres: or supposant $\varrho = 1000000$, puisque dans les rayons rouges du Soleil la fréquence des vibrations est la plus grande, le coëfficient numérique constant α sera $= \frac{2}{31000000} = \frac{1}{15500000}$. Or, quoiqu'il en soit des valeurs absolues des nombres ϱ & ȣ, il suffit de connoître les produits

$$\alpha\varrho = \tfrac{2}{31} \quad \& \quad \alpha\text{ȣ} = \tfrac{2}{35}$$

comme les seuls nombres, qui entrent dans nos formules à l'égard des diverses especes des rayons. Donc, si les rayons se meuvent dans un milieu transparent A, où la vitesse d'un battement solitaire seroit $= a$, la vitesse de toutes sortes de rayons sera à peu près.

Des Rayons solaires		Des Rayons du II. ordre		Des Rayons du III. ordre	
Rouges	$= a^{1-\frac{2}{31}}$	Rouges	$= a^{1-\frac{1}{31}}$	Rouges	$= a^{1-\frac{1}{62}}$
Oranges	$= a^{1-\frac{2}{36}}$	Oranges	$= a^{1-\frac{1}{36}}$	Oranges	$= a^{1-\frac{1}{72}}$
Jaunes	$= a^{1-\frac{2}{40}}$	Jaunes	$= a^{1-\frac{1}{40}}$	Jaunes	$= a^{1-\frac{1}{80}}$
Verds	$= a^{1-\frac{2}{45}}$	Verds	$= a^{1-\frac{1}{45}}$	Verds	$= a^{1-\frac{1}{90}}$
Bleus	$= a^{1-\frac{2}{50}}$	Bleus	$= a^{1-\frac{1}{50}}$	Bleus	$= a^{1-\frac{1}{100}}$
Violets	$= a^{1-\frac{2}{55}}$	Violets	$= a^{1-\frac{1}{55}}$	Violets	$= a^{1-\frac{1}{110}}$

XVIII.

Dans cette hypothese $F : n = - \alpha n$, *connoissant la raison de réfraction d'un milieu dans un autre, on pourra déterminer la vitesse d'un battement solitaire par chaque milieu ; & de là la réfraction de toutes les especes de rayons.*

Qu'on considére un milieu quelconque A, où la vitesse d'un battement solitaire soit $= a$, la vitesse des rayons dans l'éther étant exprimée par l'unité ; & nous venons de voir, que dans ce milieu la vitesse des rayons rouges solaires est $= a^{1-\frac{2}{31}}$, & des violets $= a^{1-\frac{2}{55}}$; donc celle des rayons moyens sera environ $= a^{1-\frac{1}{20}}$. Concevons maintenant qu'un tel rayon passe de l'éther dans ce milieu A, & que le sinus d'incidence soit au sinus de réfraction comme m à 1 ; & puisque la vitesse de tous les rayons dans l'éther est $= 1$, nous aurons : $1 : a^{1-\frac{1}{20}} = m : 1$, & partant $a = \left(\frac{1}{m}\right)^{\frac{20}{19}}$.

De là nous pourrons d'abord trouver la valeur de a pour l'air ordinaire, en posant $m = \frac{3401}{3400}$, d'où nous tirons

pour l'air ordinaire $a = 0,999691$, & $la = 9,9998656$.

Pour

Pour les autres milieux nous pourrons concevoir, que les rayons y entrent de l'air au lieu de l'éther, & puisque pour le verre on a $m = 1,55$, nous aurons :

pour le verre $a = 0,630450$, & $la = 9,7996508$.

Or, lorsque les rayons moyens entrent de l'air dans l'eau, les expériences sur la réfraction donnent $m = \frac{4}{3}$, d'où nous tirons :

pour l'eau $a = 0,738730$, & $la = 9,8684856$.

Que les rayons entrent de l'air dans l'esprit de vin, & puisqu'on a $m = \frac{100}{73}$, on aura :

pour l'esprit de vin $a = 0,718008$, & $la = 9,8561294$.

Et si la réfraction de l'air dans le diamant donne $m = \frac{5}{2}$, on aura :

pour le diamant $a = 0,584084$, & $la = 9,7664750$.

Sachant en sorte pour chaque milieu transparent la valeur de a, on déterminera aisément la vitesse de chaque espece des rayons dans tous ces milieux, & de là ensuite la loi de la réfraction.

XIX.

Dans la même hypothese $F:n = -an$ *on pourra assigner non seulement la réfraction, que toutes les especes des rayons solaires souffrent en entrant de l'éther, ou de l'air, dans le verre, mais aussi celle, qui convient aux rayons des corps colorés, ou aux couleurs du second ordre & des suivans.*

Je me borne ici à la réfraction qui se fait de l'éther ou de l'air dans le verre, puisqu'il est facile d'en déduire ensuite la réfraction dans tout autre milieu transparent. Donc, venant de trouver pour le verre la valeur de $a = 0,63045$, laquelle pour l'éther est $= 1$, & pour l'air si près de l'unité, qu'on peut négliger la différence. Ainsi dans le passage des rayons de l'éther, ou de l'air, dans le verre le sinus d'incidence sera au sinus de réfraction

 pour

pour les rayons rouges solaires, comme 1 à $(0,63045)^{1-\frac{2}{3}1}$

pour les rayons violets solaires, comme 1 à $(0,63045)^{1-\frac{2}{3}3}$

d'où l'on trouve les mêmes raisons 1,54:1 & 1,56:1, que l'expérience nous a données à connoître. Mais, puisque les expériences nous assûrent, qu'il y a encore des rayons, qui nous représentent les mêmes couleurs & qui sont aux solaires en raison sous-double, ou sous-quadruple, qu'il convient de nommer des couleurs du second & troisième ordre, il sera bon de déterminer la réfraction des rayons de ces différens ordres, pour voir combien cette hypothese est d'accord avec l'expérience. Il suffit de considérer les rayons rouges de chaque ordre, lesquels entrant de l'air dans le verre doivent suivant cette hypothese se rompre en sorte que le sinus d'incidence soit au sinus de réfraction, comme il suit

Pour les rayons rouges	La raison de réfraction est comme
Solaires ou du I. Ordre	$1 : (0,63045)^{1-\frac{2}{3}1} = 1,53966 : 1$
Du second Ordre	$1 : (0,63045)^{1-\frac{1}{3}1} = 1,56274 : 1$
Du troisième Ordre	$1 : (0,63045)^{1-\frac{1}{6}2} = 1,57441 : 1$
Du quatrième Ordre	$1 : (0,63045)^{1-\frac{1}{2}4} = 1,58028 : 1$

Et s'il y avoit une telle couleur, où la fréquence des vibrations fût plus petite, & même évanouïssante, le sinus d'incidence seroit au sinus de réfraction de l'air dans le verre, comme 1 à 0,63045, ou bien comme 1,58617 à 1. Ce sera donc à l'expérience à décider, s'il y a de telles couleurs rouges, dont les rayons souffrissent une plus grande réfraction que les Violets solaires, & si leur réfraction est d'accord avec ces nombres, que l'Hypothese $F : n = -\alpha n$ nous a fournis.

XX.

Mais si cette hypothese $F:n = -\alpha n^2$ *avoit lieu dans la nature, on trouveroit d'autres valeurs, tant pour les diverses especes des rayons, que pour la vitesse d'un battement solitaire dans chaque milieu transparent.*

Dans cette hypothese, en posant ϱ pour le nombre des vibrations rendues par seconde pour les rayons rouges du Soleil, & ϑ pour les violets, on aura :

$$\frac{1+F:\vartheta}{1+F:\varrho} = \frac{1-\alpha\vartheta\vartheta}{1-\alpha\varrho\varrho} = \tfrac{137}{133}, \text{ ou } 137\alpha\varrho\varrho - 133\alpha\vartheta\vartheta = 4.$$

Donc, puisque $\vartheta = \frac{9}{10}\varrho$, il s'ensuit : $94{,}918\,\alpha\varrho\varrho = 4$, & partant $\alpha\varrho\varrho = \frac{4}{95}$, & $\alpha\vartheta\vartheta = \frac{32}{937}$, à peu près. Concevons un milieu A, où la vitesse d'un battement solitaire seroit $= a$, & dans ce milieu la vitesse sera

des rayons solaires rouges $= a^{1-\frac{4}{95}}$

des rayons solaires violets $= a^{1-\frac{32}{937}}$.

Donc, si les rayons entrent dans ce milieu de l'éther, ou bien de l'air, le sinus d'incidence sera au sinus de réfraction

pour les rayons rouges comme 1 à $a^{1-\frac{4}{95}}$

pour les rayons violets comme 1 à $a^{1-\frac{32}{937}}$.

Prenons le verre pour ce milieu A, & nous aurons :

$$1 : a^{1-\frac{4}{95}} = 1{,}54 : 1, \text{ ou } \frac{1}{a} = (1{,}54)^{\frac{95}{91}}$$

d'où la vitesse d'un battement solitaire dans le verre sera :

$$a = 0{,}637142, \text{ ou } \frac{1}{a} = 1{,}56951, \ \& \ la = 9{,}8042366.$$

Et partant les rayons rouges tant du premier ordre, ou les solaires, que du second ordre & des suivans, souffriront en entrant de l'air dans le verre les réfractions suivantes :

Pour

Pour les rayons rouges	Le finus d'incidence eſt au ſinus de réfraction comme
Solaires, ou du I. Ordre	$(1,56951)^{1-\frac{4}{95}} : 1 = 1,54000 : 1$
Du ſecond Ordre	$(1,56951)^{1-\frac{1}{95}} : 1 = 1,56208 : 1$
Du troiſième Ordre	$(1,56951)^{1-\frac{1}{380}} : 1 = 1,56765 : 1$
Du quatrième Ordre	$(1,56951)^{1-\frac{1}{1520}} : 1 = 1,56904 : 1$

Dans cette hypotheſe donc, la réfraction des rayons des ordres ſuivans diffère moins de celle du premier que dans la premiere hypotheſe.

XXI.

Conſidérons enfin cette hypotheſe $F : n = -\alpha\sqrt{n}$, *qui donnera la réfraction des ordres ſuivans plus grande que celle des rayons du premier ordre, & l'expérience décidera laquelle de ces trois hypotheſes approche le plus de la vérité.*

Ayant donc pour cette hypotheſe :

$\frac{1 + F : \vartheta}{1 + F : \varrho} = \frac{1 - \alpha\sqrt{\vartheta}}{1 - \alpha\sqrt{\varrho}} = \frac{137}{133}$, ou $137\alpha\sqrt{\varrho} - 133\alpha\sqrt{\vartheta} = 4$,

puisque $\vartheta = \frac{9}{16}\varrho$, & partant $\sqrt{\vartheta} = \frac{3}{4}\sqrt{\varrho}$, nous aurons :

$149\alpha\sqrt{\varrho} = 16$, donc $\alpha\sqrt{\varrho} = \frac{16}{149}$, & $\alpha\sqrt{\vartheta} = \frac{12}{149}$.

Soit maintenant dans un milieu A la viteſſe d'un battement ſolitaire $= a$, & dans ce même milieu la viteſſe

des rayons ſolaires rouges ſera $= a^{1-\frac{16}{149}}$

& des rayons violets $= a^{1-\frac{12}{149}}$.

Donc, ſi les rayons entrent dans ce milieu de l'éther, le ſinus d'incidence ſera au ſinus de réfraction

pour les rayons rouges comme $1 : a^{1-\frac{16}{149}}$

pour le violets comme $1 : a^{1-\frac{12}{149}}$

Que

Que le verre tienne lieu de ce milieu A, & ayant

$$1 : a^{1-\frac{16}{149}} = 1,54 : 1, \quad \text{ou} \quad \frac{1}{a} = (1,54)^{\frac{149}{133}},$$

on obtiendra la viteſſe d'un battement ſolitaire dans le verre,

$$a = 0,616482, \quad \& \quad \frac{1}{a} = 1,62211, \quad \& \quad la = 9,7899204.$$

Les rayons rouges donc, tant les ſolaires ou du premier ordre, que des ordres ſuivans ſouffriront en entrant de l'air dans le verre les réfractions ſuivantes :

Pour les rayons rouges	Le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction comme
Solaires ou du I. Ordre	$(1,62211)^{1-\frac{16}{149}} : 1 = 1,54000 : 1$
Du ſecond Ordre	$(1,62211)^{1-\frac{8\sqrt{2}}{149}} : 1 = 1,56361 : 1$
Du troiſième Ordre	$(1,62211)^{1-\frac{8}{149}} : 1 = 1,58052 : 1$
Du quatrième Ordre	$(1,62211)^{1-\frac{4\sqrt{2}}{149}} : 1 = 1,59259 : 1.$

Dans cette hypotheſe donc, la réfraction des ordres ſuivans diffère plus de celle du premier ordre que dans la premiere hypotheſe. Et la plus grande réfraction poſſible, ou d'un battement ſolitaire, eſt dans cette troiſième hypotheſe comme 1,62211 à 1; or dans la ſeconde comme 1,56951 : 1, & dans la premiere comme 1,58617 : 1.

XXII.

Pour établir donc une théorie complette du mouvement de la lumiere & de la réfraction, il ne reſte qu'à décider par l'expérience, laquelle des trois hypotheſes expoſées eſt le plus d'accord avec la vérité?

Le ſeul raiſonnement, fondé ſur quelques expériences indubitables, nous a conduit à la découverte de la formule, qui exprime la viteſſe de toutes les eſpeces poſſibles des rayons dans chaque milieu transparent : & il eſt certain, que ſi la viteſſe d'un battement ſolitaire dans quel-

quelque milieu A eſt $= a$, & que n marque le nombre des vibrations renduës dans une ſeconde, qui conſtituent un certain rayon; la viteſſe de ce rayon dans le milieu A ſera exprimée en ſorte: $a^{1-\alpha n^{\lambda}}$, puisque des fonctions plus compliquées de n ne ſauroient avoir lieu. Ici tout revient à la connoiſſance de l'expoſant λ, qui eſt certainement poſitif, & que j'ai ſuppoſé dans la premiere hypotheſe $= 1$, dans la ſeconde $= 2$, & dans la troiſième $= \frac{1}{2}$; afin que par des expériences on puiſſe décider ſi l'expoſant λ eſt plus grand ou plus petit que l'unité. Pour cet effet il ſera bon de choiſir des couleurs, que je rapporte ici à des ordres ſupérieurs par rapport aux rayons ſolaires, & qui ſouffrent une réfraction plus grande que ceux-cy. Cependant j'avouë, que quoiqu'on trouve de telles couleurs, il ſera difficile de connoitre à quel ordre elles appartiendroient: mais il ſemble que le meilleurs expédient ſeroit de ſe ſervir des couleurs, qu'on découvre ſur une lame inégalement mince, puisque dans la répétition des mêmes couleurs on eſt aſſeuré, lesquelles ſe ſuivent immédiatement, ou qui différent entr'elles d'une ſeule octave. Car ſi l'on pouvoit exactement déterminer la réfraction de chacune de ces couleurs, en les comparant tant enſemble qu'avec les rayons ſolaires; il ne ſeroit pas difficile de marquer les ordres, auxquels chacune appartiendroit, & d'en conclure la véritable valeur de l'expoſant λ. Peut être même trouvera-t-on des couleurs encore plus hautes que les ſolaires, ou qui ſouffriſſent une moindre réfraction, ce qui ne ſemble pas pourtant probable. Cependant quoiqu'il en ſoit, ces réflexions ouvriront une nouvelle carrière pour faire des expériences importantes ſur la lumiere.

THEO-

ad pag. 224.

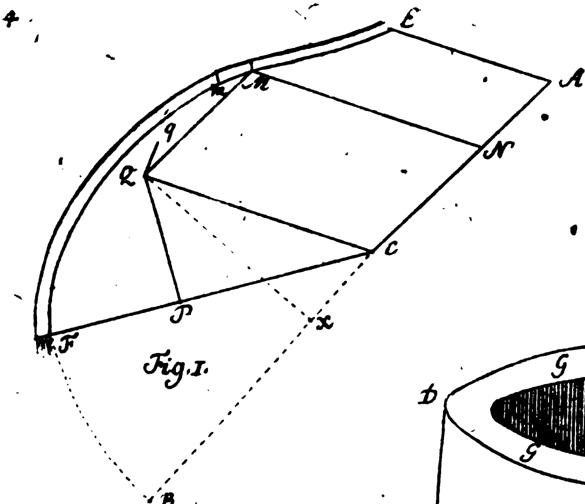


Fig. 1.

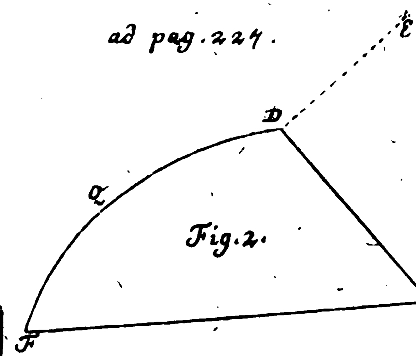


Fig. 2.

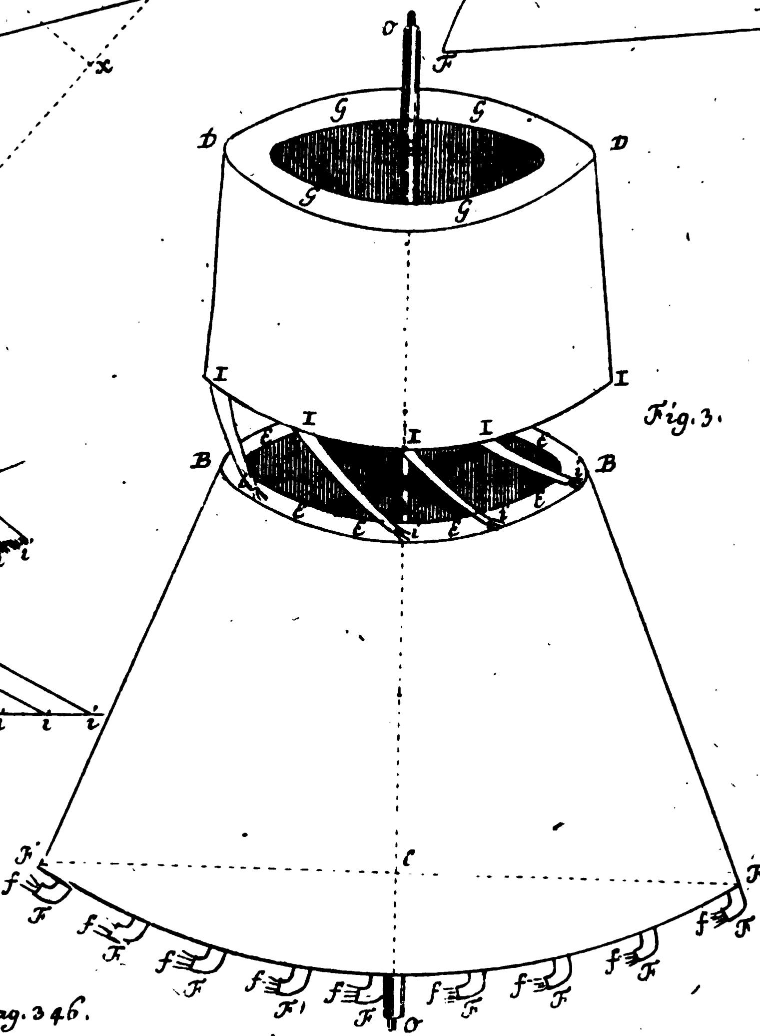


Fig. 3.

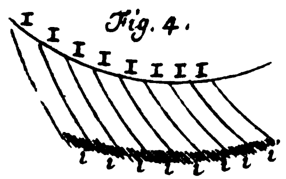


Fig. 4.

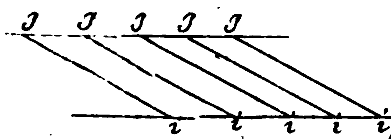


Fig. 5.

THÉORIE PLUS COMPLETTE DES MACHINES QUI SONT MISES EN MOUVEMENT PAR LA RÉACTION DE L'EAU.

PAR M. EULER.

Ayant déjà expliqué en quelques Mémoires l'effet, que la Machine projettée par Mr. *de Segner* à Halle est capable de produire, je me propose ici de déveloper cette même matiere plus soigneusement. Les forces, par lesquelles cette machine est mise en mouvement, sont tirées de la réaction de l'eau, dont la machine est remplie, & qui en sort en bas par des ouvertures : car, puisque cette machine est mobile autour d'un axe vertical, & que l'eau en échape horizontalement, il résulte de la réaction de l'eau un moment de forces, qui tend à faire tourner la machine autour de son axe, & qui la rend même capable de surmonter quelque résistance, ou bien de produire quelque effet. Or, dans la recherche que j'ai faite de cette machine, j'ai supposé un vaisseau cylindrique, au fond duquel sont attachés des tuyaux horizontaux, par lesquels l'eau échape, & ayant regardé le mouvement de l'eau dans le vaisseau comme connu, j'ai cherché le mouvement par les tuyaux attachés, avec la force de réaction, qu'ils en soutiennent. Cette supposition a été faite pour rendre la recherche plus facile : car, si j'avois voulu continuer les tuyaux jusqu'en haut de la surface de l'eau, la détermination de la réaction de l'eau seroit devenuë plus embarrassante. Quoique cette circonstance n'apporte aucune atteinte à la justesse de la détermination, après que j'y ai ajouté la rectification, qui lui convient à cause du mouvement de l'eau par le vaisseau cylindrique, il n'y a aucun doute que cette recherche ne seroit plus com-

plette, si l'on regardoit le vaisseau avec les tuyaux comme une seule piece continuë, & qu'on étendit le calcul à la fois sur toute la masse de l'eau, qui est mise en mouvement. Par ce moyen la théorie de cette espece de machines sera non seulement portée à un plus haut degré de perfection, mais nous en tirerons encore l'avantage, de rendre les machines mêmes plus parfaites, & d'en augmenter l'effet. Outre cela il y a tant de choses différentes, auxquelles il faut avoir égard dans cette recherche, qu'il sera de la derniere importance de déveloper chacune en particulier plus en détail, afin que cette matiére, qui jusqu'ici a été envelopée de quantité d'obscurités, devienne plus lumineuse, & qu'on acquierre une connoissance claire de ce, que chaque circonstance en particulier contribue à la production de l'effet de toute la machine. Je m'en vais donc détailler le plus évidemment qu'il me sera possible, tous les élémens, sur lesquels la théorie de la réaction de l'eau, & de l'effet qu'on en peut tirer, est fondée.

DEFINITION I.

I. *La réaction de l'eau est la force dont l'eau agit sur le vaisseau, qui la contient, & qui tend par conséquent à imprimer au vaisseau quelque mouvement.*

La réaction se prend communement pour la force qu'un vaisseau soutient de l'eau, entant qu'elle en sort par quelque ouverture : mais ici je prends ce terme dans un sens plus général pour marquer la force, dont l'eau agit sur le vaisseau, soit que l'eau soit en repos, ou qu'elle soit en mouvement.

COROLL. I.

II. Donc, si l'eau est en repos dans le vaisseau, les ouvertures étant fermées, le vaisseau ne soutient que le poids de l'eau tout entier : ou le vaisseau en est poussé en bas par une force égale au poids de l'eau selon une direction verticale, qui passe par le centre de gravité de la masse d'eau. Cette force est donc dans ce cas la réaction, que l'eau exerce sur le vaisseau.

COROLL. 2.

III. Si le vaiſſeau, où l'eau eſt enfermée ſans qu'elle en puiſſe ſortir, eſt agité d'un mouvement quelconque, il ſoutiendra outre le poids de l'eau encore les forces, dont l'eau s'oppoſe au mouvement, entant que le mouvement n'eſt pas uniforme, ou qu'il ne ſe fait pas en ligne droite.

COROLL. 3.

IV. Mais ſi, pendant que le vaiſſeau, ou eſt en repos, ou dans un mouvement quelconque, l'eau échape par une ou pluſieurs ouvertures, la réaction de l'eau ſera bien différente de celle du cas précédent. La raiſon en eſt d'un côté, puisque les parois du vaiſſeau ne ſoutiennent aucune force dans les ouvertures mêmes, & d'un autre côté puisque l'eau dans le vaiſſeau a un mouvement propre, dont l'action ſur le vaiſſeau eſt altéré.

COROLL. 4.

V. Il s'agit donc de déterminer en chaque cas propoſé la réaction de l'eau, ou la force que le vaiſſeau ſouffre de la part de l'eau, qu'il contient. On a donc deux choſes à déterminer; premièrement la quantité de cette force, qu'on meſurera le plus commodément par le poids d'un certain volume d'eau: & enſuite la direction de cette force.

SCHOLIE I.

VI. On voit bien, que la réaction de l'eau eſt le réſultat de toutes les forces, dont tous les élémens des parois du vaiſſeau ſont preſſés par l'eau. Car les parois d'un vaiſſeau rempli d'eau ſoutiennent de la part de l'eau dans chacun de leurs points une certaine force, qui dépend tant de la peſanteur de l'eau, que de ſon mouvement. Ainſi chaque élément des parois du vaiſſeau étant ſollicité par une certaine force, dont la direction, à ce qu'on ſait, eſt toujours perpendiculaire aux parois, on n'aura qu'à réduire toutes ces forces élémentaires à une ſeule force, qui leur eſt équivalente, & cette force ſera preciſément la réaction, dont l'eau agit ſur le vaiſſeau. Car le vaiſſeau ne

souffre rien de la part de l'eau, qu'entant que l'eau exerce des efforts contre ses parois ; & si les parois ne soutenoient aucune pression de l'eau, ils se trouveroient dans le même état, que si le vaisseau étoit vuide, & partant il n'y auroit point de réaction. Mais si les parois sont sollicitées en tous leurs points par quelques forces, à moins que ces forces ne se détruisent pas entierement entr'elles, il en résultera une force, qui leur est équivalente, que le vaisseau soutient actuellement : & c'est cette force, qu'on doit entendre sous le terme de réaction.

SCHOLIE 2.

VII. Cette considération nous conduit d'abord à une méthode de déterminer la réaction de l'eau sur le vaisseau. Il faudra commencer par chercher les pressions que les parois du vaisseau soutiennent dans tous leurs points de la part de l'eau : ensuite on n'aura qu'à chercher la force, qui soit équivalente à toutes ces forces élémentaires prises ensemble, pour avoir la véritable quantité de la réaction. Or, quoique cette méthode semble la plus naturelle, & qu'elle ait été employée par tous les Auteurs qui ont traité cette matiere, elle renferme pourtant de si grandes difficultés, que je suis bien persuadé qu'une autre méthode, que je proposerai dans la suite, mérite bien loin la préférence. Car il est souvent extrèmement difficile, & quelquefois même impossible, de déterminer par la seule théorie les pressions, que les parois du vaisseau soutiennent dans tous leurs points : & quand on se trompe tant soit peu dans cette détermination, l'erreur qui en réjaillit sur la réaction, peut devenir très considérable. Car ordinairement la plus-part de ces pressions se détruisent mutuellement, & le résultat n'est composé que de l'excès dont les pressions vers un côté surpassent celles qui leur sont contraires ; donc, quand on aura commis quelque erreur dans toutes ces forces partiales, l'erreur qui en influë sur la force équivalente, pourroit devenir très énorme. Or l'autre méthode que je proposerai, n'est pas assujettie à cet inconvenient ; parce que je ne déterminerai pas la réaction par des forces, qui se détruisent pour la plus-

part,

part, mais plutôt par de telles forces, qui étant ajoutées ensemble fournissent la réaction ; & de là nous tirerons cet avantage, que quoique l'expérience ne soit pas entièrement d'accord avec la théorie, l'erreur qui en résulte sur la réaction, ne sauroit devenir fort considérable. Or pour l'explication de cette méthode, je dois encore avancer les définitions suivantes.

DEFINITION II.

VIII. *Par les forces actuelles, qui agissent sur l'eau, j'entends toutes les forces dont l'eau est poussée de dehors, sans aucun égard à sa liaison avec le vaisseau.*

Une telle force est la gravité, dont chaque particule de l'eau est sollicitée en bas indépendamment du vaisseau ; & si l'eau dans le vaisseau étoit encore pressée par un piston, cette force du piston doit aussi être comptée parmi les forces actuelles.

COROLL. I.

IX. Entant que les parois du vaisseau soutiennent une pression de l'eau, l'eau en sera aussi sollicitée par une force égale & contraire : or, puisque ces forces proviennent de la liaison du vaisseau avec l'eau, je les distingue soigneusement des forces actuelles, qui agissent sur l'eau indépendamment du vaisseau : quoique l'une & l'autre espece des forces soit également réelle par rapport à l'eau.

COROLL. 2.

X. Comme il n'y a point d'autres forces, qui dépendent de la liaison de l'eau & du vaisseau, que la pression que le vaisseau soutient de l'eau ; hormis ces forces de pression, toutes les autres forces, qui agissent sur l'eau, seront comprises sous le nom des forces actuelles.

COROLL. 3.

XI. La raison de cette distinction est assés évidente : car pour l'ordinaire toutes les forces actuelles sont données & connuës, avant qu'on

qu'on cherche l'état, ou de repos, ou de mouvement de l'eau, au lieu qu'on ne sauroit assigner la pression mutuelle de l'eau & du vaisseau, sans qu'on sache exactement l'état, où l'eau se trouve.

COROLL. 4.

XII. Or puisque cette force de pression du vaisseau sur l'eau est égale & contraire à celle de l'eau sur le vaisseau, & cette force étant précisement la réaction de l'eau, il s'ensuit que la force que l'eau soutient de la part du vaisseau est égale & contraire à la réaction.

COROLL. 5.

XIII. Pour avoir toutes les forces, par l'action desquelles l'eau dans un vaisseau est sollicitée, il faut premièrement considérer toutes les forces actuelles, comme la pesanteur, & d'autres forces qui agissent par des pistons sur l'eau ; à ces forces connuës il faut ajouter encore une force égale & contraire à la réaction, & la somme renfermera toutes les forces, qui agissent sur l'eau.

COROLL. 6.

XIV. Il est aussi clair que tout ce qui vient d'être rapporté a également lieu, soit que le vaisseau avec l'eau se trouve en repos, soit que l'un & l'autre ayent un mouvement quelconque. Il faut seulement remarquer, que dans ce dernier cas les forces sollicitantes peuvent varier à chaque instant.

DEFINITION III.

XV. *Les forces requises, sont les forces nécessaires pour produire les changemens dans l'état, ou de repos, ou de mouvement, où l'eau se trouve.*

Car, entant que les particules d'eau changent d'état, ou que leur mouvement n'est pas uniforme, & en ligne droite, il faut une certaine force, qui soit capable de produire ce changement, & toutes ces forces prises ensemble, ou bien la force qui leur est équivalente, sont ce que je nomme ici forces requises, puisqu'elles sont requises pour le maintien du mouvement.

CO-

COROLL. 1.

XVI. Si l'eau avec le vaiſſeau eſt en repos, puisque l'état de repos ſe conſerve par l'inertie de chaque corps, les forces requiſes évanouïront dans ce cas: & la même choſe arrivera, lorsque le mouvement de l'eau eſt tel, que toutes ſes particules ſe meuvent uniformément en lignes droites; car la conſervation d'un tel mouvement n'exige point de forces.

COROLL. 2.

XVII. Or ſi les particules d'eau ne ſont pas portées, ni d'un mouvement uniforme, ni en ligne droite; ou bien lorsque, ou la direction, ou toutes les deux changent: ce changement exige néceſſairement une certaine force, qu'on pourra déterminer ſachant le changement; & toutes ces forces priſes enſemble conſtituent les forces requiſes, que je viens de définir.

COROLL. 3.

XVIII. Si une particule d'eau, dont la maſſe ſoit $= m$, ſe meut en ligne droite avec une viteſſe variable u, de ſorte que ſa viteſſe étant à préſent $= u$, devienne $u + du$, pendant le tems infiniment petit dt; on ſait que cette accélération demande une force $= \frac{2mdu}{dt}$, qui agiſſe ſur la particule ſuivant la direction de ſon mouvement. Ou bien, poſant l'eſpace parcouru dans le tems dt, $= ds$, à cauſe de $u = \frac{ds}{dt}$, cette force ſera $= \frac{2m}{dt} d. \frac{ds}{dt} = \frac{2mdds}{dt^2}$ en prenant le différentiel dt conſtant.

COROLL. 4.

XIX. Si la particule d'eau ne ſe meut, ni uniformément, ni en ligne droite, & que ſon mouvement ne ſe faſſe pas même dans un plan, on décompoſera ce mouvement ſuivant trois directions fixes. Soit l'eſpace qu'il parcourt dans le tems dt par le premier de ces mouvemens $= dx$, par le ſecond $= dy$, & par le troiſième $= dz$, & prenant le

 diffé-

différentiel dt constant, ce mouvement demande trois forces, qui sollicitent la particule m suivant ces mêmes trois directions; savoir la premiere force sera $= \frac{2mddx}{dt^2}$, la seconde $= \frac{2mddy}{dt^2}$, & la troisième $= \frac{2mddz}{dt^2}$.

SCHOLIE.

XX. Tout cela est clair par les premiers principes de la Mécanique & de l'action des forces sur les corps; par lesquels on sait que l'accélération, ou le différentiel de la vitesse divisé par le différentiel du tems, est proportionnel à la force sollicitante divisée par la masse du corps: donc la force sollicitante est proportionnelle au produit de la masse par le différentiel de la vitesse, divisé par le différentiel du tems, ou bien à $\frac{mdu}{dt}$. On pourra donc poser la force sollicitante $= \frac{\alpha mdu}{dt}$, où α marque un certain coëfficient constant, qui dépend de la maniere dont on veut exprimer tant la masse que la vitesse & le tems. Or, si nous exprimons la masse par le poids qu'elle auroit à la surface de la terre, la vitesse par la racine quarrée de la hauteur, de laquelle un corps tombant acquiert la même vitesse, & le tems dans le mouvement uniforme par l'espace parcouru divisé par la vitesse, on verra que le nombre 2 donnera la juste valeur du coëfficient α. Car on n'a qu'à appliquer la formule générale au cas, où le corps grave m tombe librement: que dans le tems il soit déjà descendu par la hauteur $= x$, sa vitesse u sera donc $= \sqrt{x}$, avec laquelle il parcourra l'espace dx dans le tems $dt = \frac{dx}{\sqrt{x}}$, puisque le mouvement par l'espace infiniment petit dx peut être regardé comme uniforme. Ayant donc $u = \sqrt{x}$, il sera $du = \frac{dx}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2}dt$, & partant $\frac{du}{dt} = \frac{1}{2}$. Donc, en vertu de notre formule générale $\frac{\alpha mdu}{dt}$, la force sollicitante sera $= \frac{1}{2}\alpha m$: or

la

la force sollicitante est dans ce cas égale à la pesanteur du corps, ou bien à sa masse $= m$; d'où il est clair, que pour qu'il devienne $\frac{1}{2} \alpha m = m$; il faut qu'il soit $\alpha = 2$. Et cette valeur conviendra à α, tant que nous conservons la même maniere d'introduire dans le calcul les masses, les vitesses, & les tems.

THEOREME I.

XXI. *Soit que le vaisseau avec l'eau soit en repos, ou que l'un & l'autre se trouvent dans un mouvement quelconque, la réaction de l'eau est égale aux forces actuelles, moins les forces requises.*

DEMONSTRATION.

Soit nommée la réaction de l'eau $= R$, les forces actuelles prises ensemble $= P$, & les forces requises pour l'entretien du mouvement de l'eau $= Q$. L'eau sera donc sollicitée premièrement par la force P, & ensuite par une force égale & contraire à la réaction R, ou bien par une force $= - R$, donc toutes les forces, dont l'eau est effectivement sollicitée, feront $= P - R$. Il faut donc que tous les changemens, que subit l'eau dans le vaisseau, soient produits par cette force $P - R$: or Q comprend les forces requises pour opérer ces changemens; d'où il s'ensuit que $P - R = Q$, & partant $P - Q = R$, c'est à dire la réaction est égale aux forces actuelles, moins les forces réquises. C. Q. F. D.

COROLL. I.

XXII. Puisque la réaction R agit sur le vaisseau, il faut aussi concevoir les forces P & Q comme appliquées au vaisseau. Le vaisseau soutiendra donc deux forces, une qui convient avec les forces actuelles, & à cause de $- Q$ l'autre est égale, mais contraire, aux forces requises.

COROLL. 2.

XXIII. Parce que nous venons de trouver $P = Q + R$, nous voyons que les forces actuelles se partagent en deux parties, Q, & R,

& R, dont l'une est employée à produire les changemens, qui arrivent dans l'état de l'eau, & l'autre est employée à agir sur le vaisseau même, qui est la réaction. D'où l'on voit, que la réaction n'existe, qu'entant que toute la force actuelle n'est pas employée à agir sur l'eau; ce qui rend l'énoncé du Theoreme encore plus évident. Car on comprend aisément, que le vaisseau même ne sauroit soutenir que cette partie de la force actuelle, qui n'est pas employée à agir sur les particules de l'eau.

COROLL. 3.

XXIV. Donc, si l'on connoit premièrement les forces actuelles, par lesquelles l'eau est sollicitée, & ensuite les forces requises au mouvement de l'eau, on en pourra déterminer la force de la réaction, dont l'eau agit sur le vaisseau. Or les forces actuelles sont connuës d'elles-mêmes en chaque cas, & les forces requises peuvent être déterminées en regardant le mouvement de l'eau comme connu.

COROLL. 4.

XXV. Si l'eau avec le vaisseau n'a aucun mouvement, ou qu'elle demeure en repos, puisque la conservation de cet état n'exige point de forces, les forces requises Q seront $= 0$, & le vaisseau soutiendra toutes les forces actuelles, par lesquelles l'eau est sollicitée: ou bien le vaisseau sera sollicité tant par le poids de l'eau tout entier, que par les forces des pistons, s'il y en a, qui pressent sur l'eau.

COROLL. 5.

XXVI. La même chose arrivera, lorsque toutes les parties de l'eau se meuvent uniformément en ligne droite. Ce cas aura lieu, lorsque l'eau coule uniformément par un tuyau droit, & alors le tuyau soutiendra outre le poids de l'eau les forces, dont l'eau est poussée par des pistons.

COROLL. 6.

XXVII. Or, lorsque toutes les forces actuelles sont employées au mouvement de l'eau, ce qui arrive quand l'eau tombe librement d'un

d'un vaisseau cylindrique vertical, qui n'a point de fonds, l'eau tombant dans ce cas librement comme un corps solide, toute sa pesanteur est employée à accélérer son mouvement, & partant il ne reste rien pour la réaction, ou bien ce vaisseau ne souffrira rien de la part de l'eau.

SCHOLIE.

XXVIII. Comme cette matiere seroit presque inépuisable, vu la diversité infinie, qui peut avoir lieu tant à l'égard de la figure des tuyaux, par lesquels l'eau coule, que par rapport au mouvement des tuyaux & de l'eau même, pour ne pas m'étendre trop, je bornerai mes recherches à des tuyaux, qui sont mobiles autour d'un axe fixe. Ainsi je passerai les cas plus simples, où les tuyaux seroient, ou en repos, ou dans un mouvement progressif, puisque ces cas sont déjà assés suffisamment traités ; & j'omettrai les cas plus compliqués, où les tuyaux seroient susceptibles d'un mouvement irrégulier, ni progressif, ni rotatoire, puisque ces cas meneroient à des calculs trop embarrassans. Mais je suis obligé d'apporter aux cas, que je me propose de déveloper ici, une limitation, sans laquelle le calcul deviendroit insurmontable ; j'envisagerai les tuyaux comme infiniment étroits, afin que tous les points de l'eau, qui se trouvent dans la même section faite perpendiculairement à la direction du tuyau, puissent être regardés avoir le même mouvement ; cependant on verra que cette restriction n'affecte presque que le calcul, & que les conclusions peuvent subsister, quand même la largeur du tuyau feroit assés considérable. Néanmoins il sera nécessaire, que cette largeur soit très petite à l'égard de la distance à l'axe de rotation, puisque d'ailleurs le mouvement de rotation des particules d'eau, qui se trouvent dans la même section du tuyau, feroit trop inégal, pour qu'il pût être regardé comme le même par toute la section.

DEFINITION IV.

XXIX. *Le mouvement de l'eau dans le tuyau est le mouvement respectif de l'eau, par lequel elle avance d'un endroit du tuyau à un autre.*

De là on comprend aussi, ce que c'est que la vitesse respective de l'eau dans le tuyau, & celle dont l'eau sort du tuyau, qu'il faut bien distinguer de la vitesse vraye de l'eau lorsque le tuyau a lui même quelque mouvement.

COROLL. I.

XXX. Si le tuyau est en repos, le vray mouvement de l'eau n'est pas différent de son mouvement respectif à l'égard du tuyau; dans ce cas donc il seroit superflu de distinguer ces deux mouvemens, & la vitesse respective dont l'eau échape du tuyau, convient avec sa vitesse vraye.

COROLL. 2.

XXXI. Or, lorsque le tuyau a un mouvement quelconque, la vitesse vraye de l'eau est différente de sa vitesse respective à l'égard du tuyau. On sait par les principes de la Mécanique, que le mouvement vray de l'eau est composé de son mouvement respectif & du mouvement du tuyau même; & de là on pourra toujours trouver le mouvement vray de l'eau en sachant son mouvement respectif avec le mouvement du tuyau.

COROLL. 3.

XXXII. Puisque nous supposons, que dans la même section du tuyau toutes les particules de l'eau se meuvent également, si l'on connoit la vitesse respective de l'eau dans une section quelconque du tuyau, on en connoitra la vitesse respective pour toutes les autres sections au même instant, ces vitesses étant entr'elles réciproquement comme les amplitudes du tuyau.

COROLL. 4.

XXXIII. On commencera donc par chercher la vitesse respective de l'eau pour une section donnée du tuyau, & de là on tirera aisément la vitesse respective dans toutes les autres sections, la figure du tuyau étant connüe. Or ayant trouvé la vitesse respective de l'eau, pour une section quelconque du tuyau, quand on sait le mouvement du tuyau à cet endroit, on pourra déterminer le vray mouvement, dont l'eau dans cette section est portée.

SCHO-

SCHOLIE.

XXXIV. Cela remarqué, si nous supposons, pour un instant quelconque, comme connûs le mouvement du tuyau, & le mouvement respectif de l'eau dans le tuyau, pour une section quelconque, nous en pourrons déterminer, tant le mouvement respectif à toutes les autres sections, que le mouvement vray. Or, pour juger des forces requises au mouvement de l'eau, & quel effet chaque force est capable d'y produire, il faut avoir égard au vray mouvement de l'eau, puisque les principes de la Mécanique, dont on doit se servir, sont établis sur le vray mouvement. Il est donc absolument nécessaire de commencer par la détermination du vray mouvement de l'eau; son mouvement respectif avec le mouvement du tuyau étant connu. Ce sera le sujet du premier problème, dont je m'en vais chercher la solution.

PROBLEME I.

XXXV. *Supposé que le tuyau tourne d'une vitesse donnée autour d'un axe fixe, & que la vitesse respective de l'eau dans une section du tuyau soit donnée, trouver tant le mouvement respectif que le vray de l'eau dans une autre section quelconque du tuyau.* Fig. 1.

SOLUTION.

Que la ligne A C représente l'axe, autour duquel le tuyau EMF tourne, & que cet axe soit perpendiculaire au plan de la planche en C, & que la section du tuyau F se trouve dans ce plan. Soit l'amplitude de cette section $F = ff$, par laquelle l'eau découle avec la vitesse $= Vv$, ou duë à la hauteur v, & ce soit la vitesse respective de l'eau, dont elle sort ou se meut à cet endroit du tuyau ; qui est supposée être donnée. Soit de plus Vu la vitesse dont le point F du tuyau tourne autour de l'axe AC, & par ce mouvement le point F décrira la péripherie d'un cercle dans le plan représenté par celui de la planche, dont le centre sera le point C, & la droite CF le rayon. Soit donc la distance du point F à l'axe de rotation, ou la droite $CF = b$.

Cela

Cela posé, considérons une section quelconque du tuyau M, & qu'on baisse du point M au plan de la planche la perpendiculaire MQ, & du point Q sur ce plan à la droite CF la normale PQ; de sorte que le lieu du point M soit déterminé par les trois coordonnées CP, PQ, & QM normales entr'elles, qui soient nommées $CP = x$, $PQ = y$, & $QM = z$. Soit de plus l'amplitude du tuyau en $M = rr$, dont la quantité sera donnée par les coordonnées x, y, & z, de même qu'on connoitra le rapport entre x, y, & z, puisque tant la figure que l'amplitude du tuyau est supposée être connuë. La vitesse respective de l'eau dans la section du tuyau en M sera donc $= \frac{ffVv}{rr}$, & sa direction suivant celle du tuyau Mm. De plus, posant pour abréger $CQ = V(xx + yy) = q$, cette ligne marquera la distance du point M à l'axe AC à cause de $MN = CQ$, donc la vitesse rotatoire du point M sera $= \frac{qVu}{b}$, étant à celle du point F, comme $MN = q$ à $CF = b$, & tirant Qq perpendiculaire à CQ dans le plan de la planche, la direction de cette vitesse sera parallele à Qq.

Maintenant, puisque le mouvement vray de l'eau en M est composé de son mouvement respectif & du mouvement du point M, si nous posons l'angle, que fait la direction du tuyau en M, ou l'élément Mm, avec la direction du mouvement du point $M, = \theta$, la vitesse vraye de l'eau en M sera $= V\left(\frac{f^4 v}{r^4} + \frac{qqu}{bb} + \frac{2ffqVvu}{brr}\cos\theta\right)$, comme on s'en assurera aisément par les régles de la composition du mouvement.

Or, pour connoitre la direction de ce mouvement, il conviendra de le décomposer suivant les directions des coordonnées CP, PQ, & QM; pour cet effet nommant l'élément du tuyau $Mm = ds$, le mouvement respectif de l'eau en M se réduira à ces trois vitesses :

I. Vi-

I. Viteſſe ſelon $CP = \frac{ffdx\sqrt{v}}{rrds}$;

II. Viteſſe ſelon $PQ = \frac{ffdy\sqrt{v}}{rrds}$;

III. Viteſſe ſelon $QM = \frac{ffdz\sqrt{v}}{rrds}$;

& on aura $ds = \sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)}$.

Mais les deux premières viteſſes ſe reduiſent à deux autres ſuivant les directions CQ, & Qq, & on aura

la viteſſe ſelon $CQ = \frac{ffxdx\sqrt{v}}{qrrds} + \frac{ffydy\sqrt{v}}{qrrds} = \frac{ffdq\sqrt{v}}{rrds}$,

la viteſſe ſelon $Cq = \frac{ffxdy\sqrt{v}}{qrrds} - \frac{ffydx\sqrt{v}}{qrrds} = \frac{ff(xdy-ydx)\sqrt{v}}{qrrds}$.

On n'aura donc qu'à ajouter à cette derniere viteſſe celle du tuyau en M, qui eſt ſuivant la direction $Qq = \frac{q\sqrt{u}}{b}$, pour avoir le vray mouvement de l'eau en M.

Ainſi le vray mouvement de l'eau en M ſera compoſé de ces trois viteſſes :

I. ſuivant $CQ = \frac{ffdq\sqrt{v}}{rrds}$;

II. ſuivant $Qq = \frac{ff(xdy-ydx)\sqrt{v}}{qrrds} + \frac{q\sqrt{u}}{b}$;

III. ſuivant $QM = \frac{ffdz\sqrt{v}}{rrds}$.

De là on tirera encore la viteſſe totale de ce mouvement, qui à cauſe de $q = \sqrt{(xx + yy)}$, & $ds = \sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)}$

ſera

sera $= V\left(\frac{f^4 v}{r^4} + \frac{qqu}{bb} + \frac{2ff(xdy - ydx)Vvu}{brrds}\right)$, qui étant la même avec $V\left(\frac{f^4 v}{r^4} + \frac{qqu}{bb} + \frac{2ffqVvu}{brr}\operatorname{cof}\theta\right)$, on voit que $\frac{xdy - ydx}{qds} = \operatorname{cof}\theta$.

Par conféquent le vray mouvement de l'eau en M eft compofé de ces trois viteffes :

I. fuivant $CQ = \frac{ffdqVv}{rrds}$;

II. fuivant $Qq = \frac{ffVv}{rr}\operatorname{cof}\theta + \frac{qVu}{b}$;

III. fuivant $QM = \frac{ffdzVv}{rrds}$.

C. Q. F. T.

COROLL. 1.

XXXVI. C'eft donc le vray mouvement de l'eau, qui occupe la fection du tuyau M à l'inftant, où nous fuppofons, que la viteffe refpective de l'eau par la fection $F = ff$ eft $= Vv$, & que la viteffe, dont le point F du tuyau tourne autour de l'axe AC, eft $= Vu$. Et par ces formules on déterminera le vray mouvement de l'eau, dans chaque fection du tuyau.

COROLL. 2.

XXXVII. Puisque les trois directions CQ, Qq, & QM, font perpendiculaires entr'elles, les viteffes felon chacune auroient pû être trouvées immédiatement du mouvement refpectif de l'eau en M, & du mouvement du point du tuyau M même, fans qu'on auroit eu befoin de la compofition fuivant les ordonnées CP, & CQ. Car la viteffe refpective felon Mm eft à chacune des viteffes décompofées, comme le finus total au cofinus de l'angle, dont l'élément Mm eft incliné à chacune de ces trois directions.

COROLL. 3.

XXXVIII. Puisque l'élément Mm fait avec la direction QM un angle dont le cosinus est $\frac{dz}{ds}$, le mouvement respectif selon Mm, dont la vitesse $= \frac{ffVv}{rr}$ donne pour la direction QM la vitesse $= \frac{ffdzVv}{rrds}$. Ensuite l'élément Mm faisant avec la direction $CQ = q$ un angle dont le cosinus est $= \frac{dq}{ds}$, la vitesse selon cette direction sera $= \frac{ffdqVv}{rrds}$. Enfin l'angle de l'élément Mm avec la direction Qq étant nommé $= \theta$, la vitesse selon cette direction sera $= \frac{ffVv}{rr} \operatorname{cos} \theta$, à laquelle il faut ajouter la vitesse du point du tuyau $M = \frac{qVu}{b}$, pour avoir le vray mouvement de l'eau dans la section M du tuyau.

COROLL. 4.

XXXIX. L'angle θ, que je viens d'introduire dans le calcul, est très propre à rendre nos formules plus simples; & comme il renferme des différentiels, il nous épargnera dans la suite les différentiels du second degré. Au reste il est aisé de trouver l'égalité $\operatorname{cos}\theta = \frac{xdy - ydx}{qds}$ par une pure considération geométrique; mais pour ne pas trop charger la figure, je me suis contenté de l'avoir dérivée de la considération mécanique; sur tout puisqu'il est permis dans ces recherches de supposer les propriétés de Géometrie comme connües.

COROLL. 5.

XL. Il sera aussi à propos d'introduire dans le calcul l'angle FCQ. Or posant cet angle $FCQ = \omega$, nous aurons

$\sin\omega = \frac{y}{q}$, $\cos\omega = \frac{x}{q}$, & $\tang\omega = \frac{y}{x}$; d'où nous tirerons $d\omega = \frac{x\,dy - y\,dx}{xx + yy} = \frac{x\,dy - y\,dx}{qq}$, & de là nous obtiendrons $\cos\theta = \frac{q\,d\omega}{ds}$. Or il est clair que $q\,d\omega$ exprime le différentiel Qq, qui étant divisé par M$m = ds$ donne ouvertement le cosinus de l'angle, que font entr'eux les élémens Mm & Qq. Voilà donc une démonstration géométrique de la formule $\cos\theta = \frac{x\,dy - y\,dx}{q\,ds}$.

COROLL. 6.

XLI. Puisque pour la section F il devient $rr = ff$, & $q = b$, si nous posons l'angle que fait la direction du mouvement respectif de l'eau, qui sort par F, avec la direction du mouvement du point F $= \zeta$, de sorte que ζ soit la valeur de θ pour la section F, la vraye vitesse de l'eau dans la section F sera $= \sqrt{(v + u + 2\cos\zeta . \sqrt{vu})}$. Ainsi si l'angle ζ évanouït, cette vitesse sera $= \sqrt{v} + \sqrt{u}$ à cause de $\cos\zeta = 1$: or si l'angle ζ est égal à deux angles droits à cause de $\cos\zeta = -1$, cette vitesse sera $= \sqrt{v} - \sqrt{u}$.

SCHOLIE.

XLII. Il est évident, que dans la solution de ce problème l'amplitude du tuyau a été regardée comme infiniment petite à l'égard de la distance de chaque point du tuyau à l'axe de rotation AC. D'où l'on voit que la détermination du mouvement, que nous venons de trouver, ne sauroit avoir lieu dans la Pratique, à moins que cette condition ne soit observée, du moins à peu près. Par cette raison le tuyau doit partout être fort mince, & ensuite il doit partout être si éloigné de l'axe de rotation AC, que la raison de r à q, ou bien de rr à qq, soit très petite. Cependant on verra par la suite, que cette condition n'affecte pas sensiblement les conclusions que nous trouverons. Or ayant déterminé le vray mouvement de chaque particule d'eau pour l'in-

l'instant présent, il sera aisé de le déterminer aussi pour l'instant suivant, & la comparaison de ces deux mouvemens nous donnera à connoitre l'accélération, ou la retardation de chaque particule, d'où nous pourrons ensuite conclure les forces requises à la production du changement, s'il y en a un dans le mouvement ; cette recherche sera le sujet du problème suivant.

PROBLEME II.

XLIII. *Tant le mouvement respectif de l'eau dans le tuyau, que le mouvement du tuyau même, étant altéré d'une maniere quelconque, trouver le changement que souffrira chaque particule d'eau dans son mouvement, & les forces requises à produire ce changement.*

SOLUTION.

Qu'après un tems écoulé quelconque $= t$, le tuyau ait achevé par son mouvement de rotation l'angle $BCF = \phi$, de sorte qu'au commencement de ce tems le bout du tuyau F ait été en B, qui se trouve à l'instant présent en F, & que la vitesse du point F, dont il tourne à présent autour du point C soit $= Vu$, & la vitesse respective, dont l'eau passe par la section F, $= Vv$; & soit de plus comme nous avons supposé dans le problème précedent, la distance $CF = b$, & l'amplitude de la section $F = ff$; c'est de là que nous avons déterminé dans le problème précedent le vray mouvement de chaque particule d'eau en M, que nous avons réduit à ces trois vitesses :

I. Suivant $CQ = \frac{ff\,dq\,Vv}{rr\,ds}$;

II. Suivant $QM = \frac{ff\,dz\,Vv}{rr\,ds}$;

III. Suivant $Qq = \frac{ffVv}{rr}\cos\theta + \frac{qVu}{b}$.

Mais supposons maintenant, que pendant le tems infiniment petit dt les vitesses Vv & Vu croissent de leurs différentiels, & que pendant

 ce

ce même instant dt l'eau qui étoit en M parvienne dans le tuyau en m, le tuyau étant cependant lui-même transporté par son mouvement de rotation. Cela posé, il est clair que nous n'aurons qu'à différentier les formules trouvées pour avoir les accélérations. Mais puisque les directions C Q & Qq ne sont pas fixes, il convient de les réduire à des directions fixes.

Pour cet effet, qu'on tire du point Q à la droite fixe la perpendiculaire QX, & soient pour le point M les trois coordonnées $CX = X$, $XQ = Y$, & comme auparavant $QM = z$. Maintenant posant la masse d'eau en $M = m$, nous aurons trois forces requises à son mouvement :

I. une force suivant $CX = \frac{2\,m\,ddX}{dt^2}$;

II. une force suivant $XQ = \frac{2\,m\,ddY}{dt^2}$;

III. une force suivant $QM = \frac{2\,m\,ddz}{dt^2}$;

posant l'élément du tems dt constant : & les vitesses suivant ces directions seront $\frac{dX}{dt}$, $\frac{dY}{dt}$, & $\frac{dz}{dt}$.

Or, puisque l'angle $BCF = \phi$, si nous posons l'angle $FCQ = \omega$ à cause de $CQ = q$, & l'angle $BCQ = \phi + \omega$, nous aurons

$$X = q \operatorname{cof}(\phi + \omega), \quad \& \quad Y = q \operatorname{fin}(\phi + \omega).$$

Mais les deux forces suivant CX, & XQ, se réduisent à deux autres selon :

$$CQ = \frac{2\,m\,ddX}{dt^2}\operatorname{cf}(\phi+\omega) + \frac{2\,m\,ddY}{dt^2}\operatorname{fn}(\phi+\omega) = \frac{2\,m}{dt^2}\left[ddX\operatorname{cf}(\phi+\omega) + ddY\operatorname{fn}(\phi+\omega)\right]$$

&

$$Qq = \frac{2\,m\,ddY}{dt^2}\operatorname{cf}(\phi+\omega) - \frac{2\,m\,ddX}{dt^2}\operatorname{fn}(\phi+\omega) = \frac{2\,m}{dt^2}\left[ddY\operatorname{cf}(\phi+\omega) - ddX\operatorname{fn}(\phi+\omega)\right]$$

Or

Or les valeurs de X & Y fournissent :

$$X\cos(\phi+\omega)+Y\sin(\phi+\omega)=q, \quad \& \quad Y\cos(\phi+\omega)-X\sin(\phi+\omega)=0,$$

d'où nous tirons en différentiant :

$$dX\cos(\phi+\omega)+dY\sin(\phi+\omega)=dq, \quad \& \quad dY\cos(\phi+\omega)-dX\sin(\phi+\omega)=q(d\phi+d\omega),$$

& en différentiant encore :

$$ddX\cos(\phi+\omega)+ddY\sin(\phi+\omega)=ddq-q(d\phi+d\omega)^2,$$

$$ddY\cos(\phi+\omega)-ddX\sin(\phi+\omega)=2dq(d\phi+d\omega)+q(dd\phi+dd\omega).$$

De là donc les trois forces requises pour le mouvement de la particule m seront :

I. Selon $CQ=\frac{2m}{dt^2}[ddq-q(d\phi+d\omega)^2]$;

II. Selon $Qq=\frac{2m}{dt^2}[2dq(d\phi+d\omega)+q(dd\phi+dd\omega)]$;

III. Selon $QM=\frac{2m\,ddz}{dt^2}$;

& ces directions conviennent avec celles des vitesses, que nous avons assignées cy-dessus. Maintenant pour le mouvement rotatoire du tuyau, l'arc BF étant $=b\phi$, & la vitesse en F $=\sqrt{u}$, nous aurons $\frac{b\,d\phi}{\sqrt{u}}=dt$: ensuite la vitesse respective de l'eau en M étant $=\frac{ff\sqrt{v}}{rr}$, & l'élément $Mm=ds$, nous aurons aussi $\frac{rr\,ds}{ff\sqrt{v}}=dt$, & partant $\frac{d\phi}{dt}=\frac{\sqrt{u}}{b}$; $\frac{ds}{dt}=\frac{ff\sqrt{v}}{rr}$, & puisque $d\omega=\frac{ds\cos\theta}{q}$, encore $\frac{d\omega}{dt}=\frac{ff\cos\theta}{qrr}\sqrt{v}$. Par conséquent $\frac{dd\phi}{dt}=\frac{du}{2b\sqrt{u}}$; & $\frac{dd\omega}{dt}=\frac{ff\,dv\cos\theta}{2qrr\sqrt{v}}+ff\sqrt{v}\cdot d.\frac{\cos\theta}{qrr}$.

Ces

Ces valeurs étant ſubſtituées, les trois forces requiſes ſeront :

I. Selon $CQ = 2m\left(\frac{1}{dt} d. \frac{dq}{dt} - q\left[\frac{Vu}{b} + \frac{ff\cos\theta}{qrr}Vv\right]^2\right)$

II. Selon $Qq = 2m\left(\frac{2dq}{dt}\left[\frac{Vu}{b} + \frac{ff\cos\theta}{qrr}Vv\right] + \frac{q\,du}{2\,bdtVu} + \frac{ff\,dv\cos\theta}{2\,rrdtVv} + \frac{ffqVv}{dt} d.\frac{\cos\theta}{qrr}\right)$

III. Selon $QM = \frac{2m}{dt} d. \frac{dz}{dt}$.

où il ne s'agit plus, quel différentiel a été ſuppoſé conſtant. C.Q.F.T.

COROLL. I.

XLIV. Nous avons ici deux ſortes de quantités variables à diſtinguer; les unes dépendent de la figure du tuyau, & de l'endroit où le point M eſt pris, ces quantités ſont q, rr, & l'angle θ, & leurs différentiels auront un rapport connu tant entr'eux qu'avec le différentiel ds. Les autres quantités dépendent uniquement du tems déjà écoulé t, & ſont les viteſſes Vv & Vu, qu'on doit regarder comme des fonctions de t, & partant $\frac{dv}{dt}$ & $\frac{du}{dt}$ ſeront des quantités déterminées, & auſſi fonctions du tems t.

COROLL. 2.

XLV. Quoique le mouvement élémentaire nous découvre le rapport entre les différentiels ds & dt, par lequel nous avons $dt = \frac{rrds}{ffVv}$, il eſt pourtant néceſſaire pour la ſuite de ne comparer ces divers différentiels qu'avec ceux du même genre. Ainſi les rapports $\frac{dq}{dt}$ & $\frac{dz}{dt}$ n'ayant point cette forme, j'y ſubſtitue au lieu de dt ſa valeur $\frac{rrds}{ffVv}$ pour avoir $\frac{dq}{dt} = \frac{ffdqVv}{rrds}$ & $\frac{dz}{dt} = \frac{ffdzVv}{rrds}$, où les rapports $\frac{dq}{ds}$ & $\frac{dz}{ds}$ ſont déterminés par la forme du tuyau ſeulement.

CO-

COROLL. 3.

XLVI. Repréſentons donc dans chaque terme ces diverſes quantités diſtinctement, & nous aurons :

$$\frac{dq}{dt} = ffVv.\frac{dq}{rrds}, \quad \& \quad \frac{dz}{dt} = ffVv.\frac{dz}{rrds},$$

dont les différentiels exprimés de la même maniere ſeront :

$$d.\frac{dq}{dt} = \frac{ffdv}{2Vv}.\frac{dq}{rrds} + ffVv.d.\frac{dq}{rrds};$$

$$d.\frac{dz}{dt} = \frac{ffdv}{2Vv}.\frac{dz}{rrds} + ffVv.d.\frac{dz}{rrds};$$

& puisque les différentiels $d.\frac{dq}{rrds}$, $d.\frac{dz}{rrds}$ de même que $d.\frac{\cos\theta}{qrr}$, ne ſont pas commenſurables à dt, il y faut mettre pour dt ſa valeur $\frac{rrds}{ffVv}$ pour avoir :

$$\frac{1}{dt}d.\frac{dq}{dt} = \frac{ffdv}{2dtVv}.\frac{dq}{rrds} + \frac{f^4v}{rrds}.d.\frac{dq}{rrds};$$

$$\frac{1}{dt}d.\frac{dz}{dt} = \frac{ffdv}{2dtVv}.\frac{dz}{rrds} + \frac{f^4v}{rrds}.d.\frac{dz}{rrds};$$

$$\frac{ffVv}{dt}d.\frac{\cos\theta}{qrr} = \frac{f^4v}{rrds}.d.\frac{\cos\theta}{qrr}.$$

COROLL. 4.

XLVII. Si nous exprimons enſorte les trois forces requiſes trouvées, nous les obtiendrons repréſentées de la maniere ſuivante :

 I. Force

$$\text{I. Force selon } CQ = 2m\left(\frac{dv}{2dt\sqrt{v}}.\frac{ff\,dq}{rrds} + v.\frac{f^4}{rrds}d.\frac{dq}{rrds} - u.\frac{q}{bb} - v.\frac{f^4\cos\theta^2}{qr^4} - 2\sqrt{vu}.\frac{ff\cos\theta}{rr}\right)$$

$$\text{II. Force selon } Qq = 2m\left(\frac{du}{2dt\sqrt{u}}.\frac{q}{b} + \frac{dv}{2dt\sqrt{v}}.\frac{ff\cos\theta}{rr} + v.\frac{2f^4\,dq\cos\theta}{qr^4ds} + v.\frac{f^4q}{rrds}d.\frac{\cos\theta}{qrr} + 2\sqrt{vu}.\frac{ff\,dq}{brrds}\right)$$

$$\text{III. Force selon } QM = 2m\left(\frac{dv}{2dt\sqrt{v}}.\frac{ff\,dz}{rrds} + v.\frac{f^4}{rrds}d.\frac{dz}{rrds}\right)$$

où chaque terme est résolu en deux facteurs, dont le premier dépend uniquement du tems t, & l'autre uniquement de la forme du tuyau.

COROLL. 5.

§. XLVIII. Puisque $d.\frac{\cos\theta}{qrr} = -\frac{dq\cos\theta}{qqrr} + \frac{1}{q}d.\frac{\cos\theta}{rr}$, la seconde force selon la direction Qq sera exprimée par cette formule:

$$\text{II. Force selon } Qq = 2m\left(\frac{du}{2dt\sqrt{u}}.\frac{q}{b} + \frac{dv}{2dt\sqrt{v}}.\frac{ff\cos\theta}{rr} + v.\frac{f^4\,dq\cos\theta}{qr^4ds} + v.\frac{f^4}{rrds}d.\frac{\cos\theta}{rr} + 2\sqrt{vu}.\frac{ff\,dq}{brrds}\right)$$

Or on voit que cette seule force fournit un moment à l'égard de l'axe de rotation AC.

PROBLEME III.

XLIX. *Trouver le moment total, que produisent toutes les forces requises pour altérer le mouvement de rotation du tuyau.*

SOLUTION.

Supposant toutes les dénominations, dont nous nous sommes servis dans le problème précédent, nous avons trouvé les trois forces requises, que le mouvement de chaque particule d'eau exige, selon les trois directions CQ, Qq, & QM; or il est évident que les deux forces selon CQ & QM ne contribuent rien à altérer le mouvement de rotation du tuyau, puisque leurs directions, ou passent par l'axe de rota-

rotation, ou lui sont paralleles. Il ne reste donc qu'à considérer la force selon Qq; qui étant multipliée par la longueur du levier $CQ = q$ produit un moment à accélérer le mouvement de rotation, qui est supposé se faire dans le sens BF. Donc une particule d'eau quelconque, qui se trouve dans la section M du tuyau, dont la masse est supposée $= m$, fournit le moment suivant:

$$2m\left(\frac{du}{2dt\sqrt{u}}.\frac{qq}{b} + \frac{dv}{2dt\sqrt{v}}.\frac{ffq\cos\theta}{rr} + v.\frac{f^4 dq\cos\theta}{r^4 ds} + v.\frac{f^4 q}{rrds}d.\frac{\cos\theta}{rr} + 2\sqrt{vu}.\frac{ffqdq}{brrds}\right).$$

Il s'agit donc de chercher la somme de tous ces momens, qui répond à toute la masse d'eau contenuë dans le tuyau. Pour cet effet prenons m pour désigner la quantité élémentaire de l'eau, qui occupe l'espace du tuyau Mm. Cet espace étant un cylindre de la base $= rr$, & de la longueur $Mm = ds$, la masse de l'eau, qui y est contenuë, est $= rrds$, & partant posant $m = rrds$, le moment accélérateur, qui répond à cet élément d'eau, sera:

$$\frac{du}{dt\sqrt{u}}.\frac{qqrrds}{b} + \frac{dv}{dt\sqrt{v}}.ffqds\cos\theta + 2v.\frac{f^4 dq\cos\theta}{rr} + 2v.f^4 qd.\frac{\cos\theta}{rr} + 4\sqrt{vu}.\frac{ffqdq}{b}.$$

Puisqu'il faut chercher la somme de tous ces momens pour l'instant present, l'intégration doit être instituée ensorte, qu'on regarde toutes les quantités, qui dépendent du tems t, comme constantes: telles sont v, u, $\frac{du}{dt\sqrt{u}}$, & $\frac{dv}{dt\sqrt{v}}$, que nous avons soigneusement séparées des autres quantités, qui sont variables avec le point M, & qui dépendent de la figure du tuyau. L'intégrale de cette formule sera donc

$$\frac{du}{dt\sqrt{u}}\int\frac{qqrrds}{b} + \frac{dv}{dt\sqrt{v}}\int ffqds\cos\theta + 2v.\int\frac{f^4 dq\cos\theta}{rr} + 2v\int f^4 qd.\frac{\cos\theta}{rr} + 2\sqrt{vu}.\frac{ffqq}{b} + \text{Const.}$$

Or il est évident que $\int f^4 qd.\frac{\cos\theta}{rr} = \frac{f^4 q\cos\theta}{rr} - \int\frac{f^4 dq\cos\theta}{rr}$; cet-

te valeur étant donc substituée, l'integrale se réduira à cette forme :

$$\frac{du}{dt\sqrt{u}}\int\frac{qqrrds}{b}+\frac{dv}{dt\sqrt{v}}\int ffqds\cos\theta+2v.\frac{f^4q\cos\theta}{rr}+2\sqrt{vu}.\frac{ffqq}{b}+\text{Const.}$$

Pour accommoder cette intégrale à toute la quantité d'eau contenue dans le tuyau, soit à l'instant présent le tuyau rempli jusqu'en E; que la largeur du tuyau en E soit $=ee$, la distance du point E à l'axe ou $EA=c$; & que la direction du tuyau en E fasse avec la direction du mouvement de rotation du point E un angle $=\varepsilon$; & que les intégrales $\int\frac{qqrrds}{b}$ & $\int ffqds\cos\theta$ commencent du point E. Cela posé, le moment, qui résulte de la quantité d'eau contenuë dans la portion du tuyau E M, puisque au point E il devient $q=c$; $rr=ee$ & $\theta=\varepsilon$, sera

$$\frac{du}{dt\sqrt{u}}\int\frac{qqrrds}{b}+\frac{dv}{dt\sqrt{v}}\int ffqds\cos\theta+2v\left(\frac{f^4q\cos\theta}{rr}-\frac{f^4cc\cos\varepsilon}{ee}\right)+2\sqrt{vu}.\left(\frac{ffqq}{b}-\frac{ffcc}{b}\right).$$

Qu'on étende maintenant cette intégrale par toute la longueur du tuyau depuis E jusqu'en F, où devient $q=b$; $rr=ff$, & $\theta=\zeta$ posant ζ pour l'angle que la direction du tuyau en F fait avec l'arc FB; & soient pour le tuyau tout entier les valeurs intégrales :

$$\int\frac{qqrrds}{b}=M \quad \& \quad \int ffqds\cos\theta=N$$

Cela posé, le moment total de toutes les forces requises, qui tend à accélérer le mouvement rotatoire du tuyau, sera :

$$\frac{M\,du}{dt\sqrt{u}}+\frac{N\,dv}{dt\sqrt{v}}+2ff\left(b\cos\zeta-\frac{cff}{ee}\cos\varepsilon\right)v+\frac{2ff}{b}(bb-cc)\sqrt{vu}$$

C. Q. F. T.

COROLL. I.

L. Si tant le mouvement rotatoire du tuyau, que le mouvement respectif de l'eau, dont elle sort par l'ouverture F est uniforme, de sorte que $\frac{du}{dt\sqrt{u}}=0$ & $\frac{dv}{dt\sqrt{u}}=0$; le moment des forces requises deviendra :

2ff

$$2ff\left(b\cos\zeta - \frac{cff}{ee}\cos\varepsilon\right)v + 2ff\left(b - \frac{cc}{b}\right)Vvu$$

Ce moment dépend donc premièrement des deux viteſſes Vv & Vu, enſorte que plus ces viteſſes ſeront grandes, plus auſſi deviendra grand le moment.

COROLL. 2.

LI. Enſuite, par rapport à la figure du tuyau, ce même moment dépend premièrement des quantités b, ff, & ζ, qui ſe rapportent à l'ouverture F, & enſuite des quantités c, ee, & ε, qui ſe rapportent à l'autre ſection E du tuyau, où l'eau eſt déterminée, de ſorte que la figure intermédiaire du tuyau entre les extremités E & F ne vient en aucune conſidération, dans le cas, où les deux viteſſes Vu, & Vu, ſont conſtantes.

COROLL. 3.

LII. De là on peut conclure dans ce cas, que quelle que ſoit la figure & l'amplitude du tuyau entre les extremités E & F, le moment des forces requiſes ſera toujours le même, & cela quand même l'amplitude du tuyau entre ces termes ne ſeroit pas quaſi infiniment petite, par rapport à la diſtance de l'axe de rotation, d'où l'on voit, que cette condition, quoiqu'elle ait paru dabord néceſſaire dans le calcul, n'affecte point la concluſion, que nous venons d'en tirer.

COROLL. 4.

LIII. Or, lorſque la viteſſe rotatoire du tuyau Vu, ou la viteſſe reſpective de l'eau en F, Vu, ou toutes les deux ne ſont pas uniformes, alors le moment des forces requiſes dépend outre cela de toute la figure du tuyau depuis E jusqu'en F, & de l'amplitude, qu'il a à chaque ſection. Car les quantités M & N renferment la figure tout entière du tuyau.

COROLL. 5.

LIV. Il eſt auſſi à remarquer que l'intégrale $\int qrrds = bM$ exprime le moment d'inertie de toute la maſſe d'eau par rapport à l'axe AC, puisque $rrds$ eſt l'élément de la maſſe d'eau en Mm, & qq le quarré de ſa diſtance à l'axe AC. Enſuite poſant l'angle FCQ $= \omega$,

 pour

pour avoir $Q\,q = q\,d\omega$, puisque $ds\cos\theta = Qq$, l'autre intégrale sera $N = \int ffqqd\omega$, ou bien $\frac{N}{ff} = \int qqd\omega$. Or $\frac{1}{2}\int qqd\omega$ exprime l'aire formée par la projection du tuyau sur le plan de la planche.

COROLL. 6.

Fig. 2. LV. Soit donc FQB la projection de la figure du tuyau sur le plan de la planche, qu'on suppose perpendiculaire à l'axe de rotation, ou D soit la projection du point E, & posant l'aire FCD $= A$, on aura $N = 2Aff$. De plus posant le moment d'inertie de toute la masse d'eau $= J$, on aura $M = \frac{J}{ff}$, d'où l'on comprend plus évidement comment les quantités intégrales M & N dépendent de la figure & largeur du tuyau.

SCHOLIE.

LVI. Il semble d'abord paradoxe, que dans le cas de l'uniformité des deux mouvemens, le moment des forces requises ne dépende point du tout de la figure & largeur intermédiaire; car on comprend aisément, que si le tuyau étoit en quelque endroit trop étroit, cela troubleroit considérablement le mouvement de l'eau. Mais dans un tel cas, il faut remarquer, ou que la vitesse uniforme de l'eau, Vv, deviendroit différente, ou que le mouvement ne sauroit jamais parvenir à l'uniformité. Cependant il faut remarquer, que si le tuyau étoit trop étroit, nos conclusions pourroient differer très considérablement de la verité, mais cela par une raison tout différente. Car dans ces cas le frottement de l'eau par des tuyaux si étroits deviendroit trop grand, & arrêteroit le mouvement; & par cette raison il sera nécessaire de donner au tuyau entre les extrémités E & F partout une largeur assés considérable pour empêcher l'effet du frottement, & de là on tirera encore cet avantage, que le mouvement de l'eau arrivera d'autant plus promtement à l'uniformité.

PRO-

PROBLEME IV.

LVII. *L'axe autour duquel le tuyau tourne étant vertical, & le mouvement tant du tuyau que de l'eau quelconque, trouver la force de réaction de l'eau pour altérer le mouvement de rotation.* Fig. 1.

SOLUTION.

Ayant déjà déterminé les forces requises, & le moment qui en résulte, puisque la réaction dépend tant des forces requises, que des forces actuelles, nous devons considérer, quelles sont les forces actuelles dans le cas proposé. Or puisqu'il n'y a point de pistons, dont l'eau soit poussée, les forces actuelles ne renferment que la pesanteur de l'eau, dont la direction étant verticale, & partant parallele à l'axe de rotation A C, il n'en résultera aucun moment pour altérer le mouvement de rotation du tuyau, ou bien le moment des forces actuelles sera $= 0$. Or la réaction étant égale aux forces actuelles moins les forces requises, le moment de la réaction se trouvera, quand on retranche le moment des forces requises du moment des forces actuelles $= 0$, ou le moment de la réaction sera égal & contraire au moment des forces requises, que nous venons de déterminer dans le problème précédent. Donc, conservant toutes les dénominations expliquées dans le problème précédent, le moment de la réaction, qui tend à accélérer le mouvement de rotation dans le sens B F, sera,

$$-\frac{M}{dt}\frac{du}{\sqrt{u}} - \frac{N}{dt}\frac{dv}{\sqrt{v}} + 2ff\left(\frac{cff}{ee}\cos\varepsilon - b\cos\zeta\right)v + 2ff\left(\frac{cc}{b} - b\right)\sqrt{vu}$$

C. Q. F. T.

COROLL. I.

LVIII. Si donc, tant le mouvement du tuyau que celui de l'eau par la section F est uniforme, le moment de la réaction pour accélérer le mouvement du tuyau sera :

$$2ff\left(\frac{cff}{ee}\cos\varepsilon - b\cos\zeta\right)v + 2ff\left(\frac{cc}{b} - b\right)\sqrt{vu}$$

qui ne dépend donc point de la figure du tuyau entre les extremités E & F.

CO-

COROLL. 2.

LIX. Mais, lorsque le mouvement du tuyau est varié, l'accélération diminue le moment de la réaction, or la retardation l'augmente de la quantité $\frac{M\,du}{dt\sqrt{u}}$; puisque la quantité M est toujours positive. Mais la quantité N pouvant être tant affirmative que negative, l'accélération du mouvement de l'eau peut tantôt augmenter tantôt diminuer le moment de la réaction.

COROLL. 3.

Fig. 2. LX. Donc, pour que l'accélération du mouvement de l'eau contribue quelque chose à augmenter le moment de la réaction, il faut que l'aire de la projection du tuyau F C D devienne négative, ou que la courbe F Q D tombe de l'autre côté du rayon CF: & plus cette aire sera grande, plus aussi sera augmenté le moment de la réaction par l'accélération de l'eau dans le tuyau.

COROLL. 4.

Fig. 1. LXI. Par rapport à la direction du tuyau en F, le moment de la réaction sera le plus grand, lorsque l'angle ζ est égal à deux droits, c'est à dire, lorsque la direction du mouvement respectif de l'eau en F est opposée à la direction du mouvement du tuyau, ou lorsque le bout du tuyau en F est dirigé selon la direction F B. Dans ce cas, à cause de $\cos\zeta = -1$, le moment de la réaction sera:

$$-\frac{M\,du}{dt\sqrt{u}}-\frac{N\,dv}{dt\sqrt{v}}+2ff\left(\frac{cff\cos\epsilon}{ee}+b\right)v+2ff\left(\frac{cc}{b}+b\right)\sqrt{vu}$$

COROLL. 5.

LXII. Or, puisque la plus haute surface de l'eau en E est horizontale, il faut que la direction du tuyau en E soit verticale, ou l'angle ϵ droit. Cette circonstance diminue le moment de l'inertie, qui sera:

$$-\frac{M\,du}{dt\sqrt{u}}-\frac{N\,dv}{dt\sqrt{v}}+2bffv+2ff\left(\frac{cc}{b}-b\right)\sqrt{vu}$$

CO-

COROLL. 6.

LXIII. Si le tuyau outre cela étoit en repos, ou $u = 0$, le moment de la réaction seroit $= -\frac{N\,dv}{dt\sqrt{v}} + 2\,bffv$, & dans le cas de l'uniformité du mouvement de l'eau, ce moment sera $= 2\,bffv$: où ffv marque le volume ou le poids d'un cylindre d'eau, dont la base $= ff$ & la hauteur $= v$; or b est la longueur du levier. D'où l'on voit, que la réaction doit être estimée par le double dudit cylindre.

SCHOLIE.

LXIV. Ayant ainsi déterminé la force de la réaction, & le moment qui en résulte pour accélérer le mouvement rotatoire du tuyau, on comprendra aisément, comme il est possible de construire de telles machines, qui sont capables par cette force de vaincre quelque obstacle: & on voit comment on devroit arranger les élémens, qui entrent dans cette détermination, pour porter la réaction à la plus grande valeur, dont elle est susceptible. Mais la vitesse de l'eau $\sqrt{v}$ ne dépend pas de notre volonté; il faut la déterminer par les principes de l'Hydrodynamique, & substituer ensuite sa valeur dans la formule trouvée. Or, puisque le tuyau lui-même est supposé en mouvement, la détermination du mouvement de l'eau demande des précautions singulieres, que je tâcherai de mettre dans tout leur jour. Mais, avant que d'entreprendre cette recherche, il sera bon d'expliquer ce que c'est que l'état de pression, qu'il faut considérer dans l'eau, soit qu'elle soit en repos ou en mouvement.

DEFINITION V.

LXV. *La pression, où l'eau se trouve, est la force, dont les particules d'eau sont pressées ensemble; & par laquelle elles seroient comprimées effectivement, si l'eau étoit susceptible d'aucune compression.*

COROLL. I.

LXVI. Dans une eau dormante la pression est en raison de la profondeur; dans la surface elle évanoüit, & à une profondeur de deux

deux pieds elle eſt deux fois plus grande qu'à une profondeur d'un pied ; & en général à une profondeur quelconque la preſſion eſt proportionnelle à la profondeur. Ce qui eſt clair par les premiers principes de l'Hydroſtatique.

COROLL. 2.

LXVII. A la profondeur $= x$, ſous la ſuperficie d'une eau dormante, la preſſion eſt égale au poids d'une colonne d'eau, dont la hauteur eſt $= x$, & la baſe égale à la ſurface, qui ſoutient la preſſion. Cette ſurface étant $= hh$, la preſſion égalera le poids d'une maſſe d'eau, dont le volume eſt $= hhx$. Ainſi connoiſſant la profondeur $= x$, on connoîtra auſſi la quantité de la preſſion.

COROLL. 3.

LXVIII. Or, lorſque l'eau n'eſt pas en repos, la preſſion en chaque point demande des recherches plus profondes. Cependant, quelque grande que ſoit la preſſion, on peut toujours concevoir une profondeur dans une eau dormante, où la preſſion ſeroit la même, & cette profondeur fournira la plus juſte meſure de la preſſion, qui ſubſiſtera à un point quelconque d'une eau agitée.

COROLL. 4.

LXIX. Ainſi quand je dirai, que la hauteur p exprime la preſſion de l'eau dans une ſection quelconque M du tuyau, dont il a été traité cy-deſſus, cela ſignifie que la preſſion en M eſt préciſément égale à celle qui ſe trouve à la profondeur $= p$ d'une eau dormante. Une telle hauteur donc nous ſervira de meſure de la preſſion, où une eau quelconque puiſſe ſe trouver.

SCHOLIE I.

LXX. Il eſt de la derniere importance de bien déveloper cette idée de la preſſion, puiſque cette preſſion eſt la force immédiate, qui agit ſur l'eau dans le tuyau, & qui y cauſe, ou l'accélération, ou la retardation. Ainſi conſidérant l'élément d'eau, qui occupe l'eſpace du tuyau Mm, ſi nous exprimons la preſſion de l'eau dans la ſection M par la hauteur $= p$, cet élément d'eau ſera pouſſé en avant ſelon Mm

par

par une force égale au poids d'un volume d'eau $= prr$, puisque rr dénote l'amplitude de la section M, & l'eau est actuellement assujettie à l'action de cette force selon la direction Mm. Or à l'autre bout de cet élément d'eau en m, la pression qui y régne, agira en sens contraire, & poussera l'eau en arrière suivant mM: soit donc $p + dp$ la hauteur, qui exprime la pression en m, & $rr + 2rdr$ la section en m; or, quelque différente que cette base m puisse être de celle en M, pourvû que la hauteur $p + dp$ soit égale à celle-là p, ces deux forces se détruiroient; donc l'équilibre n'est troublé qu'entant que la hauteur $p + dp$ est différente de p. On pourra donc regarder la base en M, & la force qui pousse en arrière selon mM égale à un poids d'eau, dont le volume $= (p + dp)rr$: & partant l'élément d'eau Mm dont la masse $= rrds$, est poussé en arrière suivant mM avec une force $= rrdp$, qui étant divisée par la masse $rrds$ donne la force retardatrice $= \frac{dp}{ds}$, ou bien la force accélératrice $= -\frac{dp}{ds}$. Donc à cause de l'état de pression, où l'eau se trouve dans le tuyau, l'eau sera actuellement sollicitée suivant la direction du tuyau en M, où l'eau se trouve.

SCHOLIE 2.

LXXI. Outre cette force, l'eau est encore actuellement sollicitée par sa propre pesanteur, selon la direction verticale MQ, & cette force est égale au poids de l'élement d'eau Mm, ou à sa masse $= rrds$. Cette force en donne par la décomposition aussi une, qui agit selon la direction Mm, qui sera à celle-là comme $-dz$ à ds, & partant $= -rrdz$, d'où résulte une force accélératrice selon la direction du tuyau $Mm = -\frac{dz}{ds}$, & cette force avec la précédente $-\frac{dp}{ds}$, produisent immédiatement l'accélération de l'élément d'eau Mm suivant la direction Mm. Il y aura bien d'autres forces, qui agissent aussi sur cet élément d'eau, comme l'autre, qui résulte de la décomposition de la pesanteur, & le tuyau lui même exercera quelques forces, entrai-

 nant

nant l'eau par fon mouvement; mais les directions de ces autres forces étant perpendiculaires à la direction Mm, ne contribuëront rien à l'accélération fuivant la direction Mm. Donc, puisque la preffion de l'eau ne produit d'autre accélération, que fuivant Mm, c'eft réciproquement de l'accélération de l'eau fuivant cette direction Mm qu'il faut chercher la preffion de l'eau; & partant pour trouver cette preffion, de laquelle dépend la détermination du mouvement de l'eau dans le tuyau, ou la viteffe Vv, nous devons décompofer les forces accélératrices, dont l'eau doit être follicitée, en une, qui agit felon la direction Mm, & en deux autres, dont les directions y font perpendiculaires; or, puisque ces ceux dernieres ne contribuent rien à la recherche, dont il s'agit, nous pourrons nous en paffer entièrement.

PROBLEME V.

Fig. 1. LXXII. *Des forces requifes trouvées cy-deffus tirer la force accélératrice, dont l'eau en* M *eft accélérée fuivant la direction du tuyau* Mm, *les directions des autres forces, qui réfultent outre celle-cy des forces requifes, étant normales à la direction* Mm.

SOLUTION.

Ayant trouvé cy-deffus les forces requifes pour un élément d'eau dont la maffe $= m$ dans la fection du tuyau M, pofons pour abréger ces trois forces: la force felon $CQ = P$; la force felon $Qq = Q$; la force felon $QM = R$, de forte que nous ayons par le §. 47.

$$P = 2m\left(\frac{dv}{2dt\sqrt{v}}\cdot\frac{ffdq}{rrds} - u.\frac{q}{bb} + v.\frac{f^4}{rrds}d.\frac{dq}{rrds} - v.\frac{f^4\operatorname{cof}\theta^2}{qr^4} - 2\sqrt{vu}.\frac{ff\operatorname{cof}\theta}{rr}\right)$$

$$Q = 2m\left(\frac{du}{2dt\sqrt{u}}\cdot\frac{q}{b} + \frac{dv}{2dt\sqrt{v}}\cdot\frac{ff\operatorname{cof}\theta}{rr} + v.\frac{f^4dq\operatorname{cof}\theta}{qr^4ds} + v.\frac{f^4}{rrds}d.\frac{\operatorname{cof}\theta}{rr} + 2\sqrt{vu}.\frac{ffdq}{brrds}\right)$$

$$R = 2m\left(\frac{dv}{2dt\sqrt{v}}\cdot\frac{ffdz}{rrds} + v.\frac{f^4}{rrds}d.\frac{dz}{rrds}\right).$$

Con-

Considérons d'abord la force Q, qui agit selon la direction Qq, & puisque θ marque l'angle, que fait la direction Qq avec Mm, la force qui en résulte suivant Mm sera $= Q\cos\theta$. De même maniere de la force R selon QM, puisque le cosinus de l'angle, que fait QM avec Mm est $= \frac{dz}{ds}$, il résulte de cette force une suivant Mm, qui sera $= \frac{Rdz}{ds}$. Pour la force P selon CQ, elle donnera pareillement pour la direction Mm une force $= \frac{Pdq}{ds}$; & les directions des autres forces, qui résultent de ces résolutions, sont perpendiculaires à la direction Mm. Donc de toutes les trois forces P, Q, R, il résulte une force suivant Mm, qui sera $= \frac{Pdq}{ds} + Q\cos\theta + \frac{Rdz}{ds}$; & substituant les valeurs pour P, Q, R, cette force proviendra $=$

$$2m\left\{\begin{array}{l}\frac{du}{2dt\sqrt{u}}\cdot\frac{q\cos\theta}{b} + \frac{dv}{2dt\sqrt{v}}\left(\frac{ffdq^2}{rrds^2} + \frac{ff\cos\theta^2}{rr} + \frac{ffdz^2}{rrds^2}\right) - u\cdot\frac{qdq}{bbds} \\ + v\left(\frac{f^4dq}{rrds^2}\, d.\,\frac{dq}{rrds} + \frac{f^4\cos\theta}{rrds}\, d.\,\frac{\cos\theta}{rr} + \frac{f^4dz}{rrds^2}\, d.\,\frac{dz}{rrds}\right).\end{array}\right.$$

Mais, puisque $\cos\theta = \frac{qd\omega}{ds}$, le facteur de $\frac{dv}{2dt\sqrt{v}}$ sera

$$\frac{ff}{rrds^2}(dq^2 + qqd\omega^2 + dz^2) = \frac{ff}{rr},$$

à cause de $dq^2 + qqd\omega^2 + dz^2 = ds^2$, comme il est évident de la figure.

De même le facteur de v, sera

$$\frac{f^4}{ds}\left(\frac{dq}{rrds}d.\frac{dq}{rrds}+\frac{qd\omega}{rrds}d.\frac{qd\omega}{rrds}+\frac{dz}{rrds}d.\frac{dz}{rrds}\right),$$ & partant

$$\frac{f^4}{2ds}\left(d\left(\frac{dq}{rrds}\right)^2+d\left(\frac{qd\omega}{rrds}\right)^2+d.\left(\frac{dz}{rrds}\right)^2\right)=\frac{f^4}{2ds}d.\frac{dq^2+qqd\omega^2+dz^2}{r^4ds^2}$$

qui par conséquent se réduit à $\frac{f^4}{2ds}d.\frac{1}{r^4}$.

Donc la force qui agit selon Mm sera

$$\frac{mdu}{dt\sqrt{u}}.\frac{q\cos\theta}{b}+\frac{mdv}{dt\sqrt{v}}.\frac{ff}{rr}-mu.\frac{2qdq}{bbds}+mv.\frac{f^4}{ds}d.\frac{1}{r^4},$$

qui étant divisée par la masse m, donne la force accélératrice suivant la direction du tuyau Mm,

$$\frac{du}{dt\sqrt{u}}.\frac{q\cos\theta}{b}+\frac{dv}{dt\sqrt{v}}.\frac{ff}{rr}-u.\frac{2qdq}{bbds}+v.\frac{f^4}{ds}d.\frac{1}{r^4},$$

où j'ai encore séparé dans chaque terme les facteurs, qui dépendent du tems, de ceux qui dépendent de la figure du tuyau. C. Q. F. D.

COROLL. 1.

LXXIII. Si le tuyau étoit en repos, l'accélération de l'eau en M selon la direction du tuyau Mm seroit $=\frac{dv}{dt\sqrt{v}}.\frac{ff}{rr}+v.\frac{f^2}{ds}d.\frac{1}{r^4}$; & c'est la même formule, qu'on a trouvée par les principes ordinaires pour le mouvement de l'eau dans des tuyaux immobiles. Par là on voit donc, combien cette accélération est altérée par le mouvement du tuyau.

COROLL. 2.

LXXIV. Or, si tant le mouvement du tuyau que celui de l'eau est uniforme, l'accélération de l'eau en M suivant la direction Mm sera:

— u.

$$-u.\frac{2qdq}{bbds}+v.\frac{f^4}{ds}d.\frac{1}{r^4}=-u.\frac{2qdq}{bbds}-v.\frac{4f^4dr}{r^5ds},$$

elle eſt donc négative lorſque l'eau s'éloigne de l'axe, & lorſque la largeur du tuyau va en croiſſant.

PROBLEME VI.

LXXV. *Le mouvement rotatoire du tuyau, & le mouvement de l'eau par le tuyau étant donné, trouver l'état de la preſſion de l'eau en chaque endroit du tuyau, ſuppoſant, que l'axe de rotation ſoit vertical.*

SOLUTION.

Gardant toutes les dénominations qui ont été faites jusqu'ici, ſoit p la hauteur qui exprime la preſſion de l'eau dans la ſection M; & nous avons vu, que de cette preſſion réſulte une force accélératrice ſelon la direction $Mm = -\frac{dp}{ds}$. Enſuite l'axe de rotation AC étant vertical, la gravité de l'eau fournit auſſi une force accélératrice ſelon la direction Mm qui eſt $= -\frac{dz}{ds}$, comme nous avons vu (69). Donc la force accélératrice entiere, dont l'eau en M eſt actuellement ſollicitée ſuivant la direction Mm, ſera $= -\frac{dp}{ds} - \frac{dz}{ds}$, & les directions de toutes les autres forces qui agiſſent encore ſur l'eau en M ſont perpendiculaires à cette direction. Ayant donc déterminé dans le problème précédent l'accélération que l'eau en M ſouffre réellement ſelon Mm, les autres accélérations étant auſſi réduites à des directions perpendiculaires à celles-cy, il faut que cette accélération réelle trouvée cy-deſſus ſoit égale à celle, qui y agit actuellement, ce qui nous fournit cette équation:

$$-\frac{dp}{ds}-\frac{dz}{ds}=\frac{du}{dt\sqrt{u}}.\frac{q\cos\theta}{b}+\frac{dv}{dt\sqrt{v}}.\frac{ff}{rr}-u.\frac{2qdq}{bbds}+v.\frac{f^4}{ds}d.\frac{1}{r^4},$$

d'où

d'où l'on pourra déterminer la valeur de la pression p à chaque endroit du tuyau. Car multipliant par ds on aura cette équation différentielle

$$dp = -dz - \frac{du}{dt\sqrt{u}} \cdot \frac{qds\cos\theta}{b} - \frac{dv}{dt\sqrt{v}} \cdot \frac{ffds}{rr} + u \cdot \frac{2qdq}{bb} - v \cdot f^4 d \cdot \frac{1}{r^4},$$

& puisqu'il s'agit de trouver la pression p pour l'instant présent, on doit regarder comme constantes les quantités, qui ne varient qu'avec le tems, savoir, u, v; $\frac{dv}{dt\sqrt{v}}$, & $\frac{du}{dt\sqrt{u}}$, & partant l'intégrale sera :

$$p = C - z - \frac{du}{dt\sqrt{u}} \cdot \int \frac{qds\cos\theta}{b} - \frac{dv}{dt\sqrt{v}} \int \frac{ffds}{rr} + u \cdot \frac{qq}{bb} - v \cdot \frac{f^4}{r^4},$$

où je suppose que les intégrales $\int \frac{qds\cos\theta}{b}$, & $\int \frac{ffds}{rr}$ sont prises depuis la section E, où se trouve la plus haute superficie de l'eau du moins pour l'instant présent. Donc, puisque la pression à la superficie en E est nulle, & que là devient $q = c$, & $rr = ee$, si nous supposons la hauteur de E au dessus du plan horizontal BCF, ou $AC = a$, nous en tirerons la valeur de la constante C, de sorte que la véritable pression à un endroit quelconque M sera :

$$p = a - z + u\left(\frac{qq}{bb} - \frac{cc}{bb}\right) - v\left(\frac{f^4}{r^4} - \frac{f^4}{e^4}\right) - \frac{du}{dt\sqrt{u}} \cdot \int \frac{qds\cos\theta}{b} - \frac{dv}{dt\sqrt{v}} \int \frac{ffds}{rr}$$

C. Q. F. T.

COROLL. I.

LXXVI. Cette formule exprime donc la hauteur p, qui nous sert de mesure de la pression, & nous voyons qu'elle est composée de cinq membres :

I. $a - z$; II. $-\frac{u(cc-qq)}{bb}$; III. $-v\left(\frac{f^4}{r^4} - \frac{f^4}{e^4}\right)$;

IV. $-\frac{du}{dt\sqrt{u}} \int \frac{qds\cos\theta}{b}$; V. $-\frac{dv}{dt\sqrt{v}} \int \frac{ffds}{rr}$;

le

le premier membre $a - z$ marque la profondeur AN, à laquelle la ſection M ſe trouve au deſſus de la ſuperficie E; & cette quantité marqueroit la preſſion de l'eau en M, ſi le tuyau & l'eau étoient en repos.

COROLL. 2.

LXXVII. Le ſecond membre $-\frac{u(cc-qq)}{bb}$ nous découvre combien le mouvement de rotation du tuyau trouble la preſſion, & nous voyons que cet effet eſt proportionel au quarré de la viteſſe angulaire du tuyau, qui eſt $= \frac{Vu}{b}$. Nous voyons de plus, que ſi la diſtance $MN = q$, eſt plus grande que $AE = c$, cet effet augmente la preſſion, mais ſi $MN < AE$, il diminuë la preſſion, puiſqu'il devient alors négatif. Mais ſi $MN = AE$; ce membre ne change point du tout la preſſion.

COROLL. 3.

LXXVIII. Le troiſième membre $-v\left(\frac{f^4}{r^4} - \frac{f^4}{e^4}\right)$ eſt proportionnel au quarré de la viteſſe reſpective, dont l'eau ſort par l'ouverture F, ou puiſque $ffVv$ exprime la quantité d'eau qui échape par l'ouverture F dans un tems donné, ce membre étant $f^4 v\left(\frac{1}{r^4} - \frac{1}{e^4}\right)$, eſt proportionnel au quarré de cette quantité d'eau. Outre cela la preſſion ſera augmentée par ce membre, lorſque $rr > ee$, ou lorſque la largeur du tuyau en M eſt plus grande qu'en E; mais elle en ſera diminuée, ſi la largeur en M eſt plus petite qu'en E.

COROLL. 4.

LXXIX. Les deux autres membres dépendent de l'accélération ou du mouvement du tuyau, ou de celui de l'eau, & l'un & l'autre eſt négatif, lorſque les mouvemens ſont accélérés; or le quatrième

redevient affirmatif, lorsque la formule $\int \frac{q\,ds\cos\theta}{b}$, ou l'aire de la projection du tuyau, est négative.

COROLL. 5.

LXXX. Mais lorsque l'un & l'autre mouvement est uniforme, les deux derniers membres évanouissent, & la pression en M sera exprimée par la hauteur $p = a - z - \frac{u(cc - qq)}{bb} - v\left(\frac{f^4}{r^4} - \frac{f^4}{e^4}\right)$, & ne renferme plus de formules intégrales. Et si outre cela $q = c$, & $rr = ee$, la pression sera $p = a - z$, ou bien la même que si le tuyau & l'eau étoient en repos.

SCHOLIE.

LXXXI. Il pourroit donc arriver que la pression en M devint même négative, & alors l'eau abandonneroit les parois du tuyau, & y laisseroit un vuide, si elle n'étoit pas comprimée par le poids de l'atmosphère. Mais l'atmosphère ne sauroit conserver la continuité de l'eau dans le tuyau, qu'entant que sa pression surpasse la pression négative : ou bien, si nous posons k pour la hauteur d'une colonne d'eau, qui contrebalance la pression de l'atmosphère, qu'on sait être de 32 pieds environ, la véritable pression en M, entant qu'elle est augmentée par le poids de l'atmosphère, sera

$$p = k + a - z - \frac{u(cc - qq)}{bb} - v\left(\frac{f^4}{r^4} - \frac{f^4}{e^4}\right) - \frac{du}{dt\sqrt{u}} \int \frac{q\,ds\cos\theta}{b} - \frac{dv}{dt\sqrt{v}} \int \frac{ffdr}{rr},$$

& pourvu que cette quantité ne devienne pas négative, l'eau demeurera continuë dans le tuyau. Mais, s'il arrivoit qu'à quelque endroit du tuyau cette quantité devint négative, l'eau abandonneroit les parois du tuyau, & y laisseroit un vuide ; or il faut bien prendre garde que cet accident n'arrive, puisqu'alors l'expérience s'écarteroit de la théorie. Cet accident seroit à craindre, si le tuyau avoit une trop grande convergence vers l'axe AC, ou si les distances q étoient plus petites que

la

la diſtance $AE = c$, & ſi de plus la largeur du tuyau en M étoit beaucoup plus petite que celle en E ; & de là on voit aiſément, comment en chaque cas on pourra aiſément prévenir cet accident. Cela remarqué, je paſſe à la recherche du mouvement de l'eau dans un tuyau, qui tourne autour d'un axe vertical d'un mouvement quelconque.

PROBLEME VII.

LXXXII. *Le mouvement, dont le tuyau tourne autour de l'axe vertical* AC *étant donné, déterminer la viteſſe* $\sqrt{v}$, *avec laquelle l'eau ſortira par l'orifice* F, *qui ſe trouve au bas du tuyau.*

SOLUTION.

Puisque l'eau ſort par l'orifice $F = ff$ librement dans l'air, la preſſion en F ſera nulle, ou bien, ſi l'on fait entrer dans le calcul la preſſion de l'atmoſphère k, elle y ſera $= k$. Ayant donc trouvé dans le problème précédent la preſſion dans une ſection quelconque M du tuyau, ou la valeur de p, nous n'avons qu'à en tirer la preſſion qui convient à l'orifice F, où l'on aura $q = b$, $rr = ff$, & $z = 0$; or pour les intégrales qu'il faut prendre pour toute la maſſe d'eau contenuë dans le tuyau depuis E jusqu'en F, puisque nous avons déjà ſuppoſé la valeur intégrale entiere $\int ffq\,ds \cos\theta = N$, nous aurons $\int \frac{q\,ds\cos\theta}{b} = \frac{N}{bff}$, & ſoit la valeur totale $\int \frac{ds}{rr} = L$. Cela poſé, la preſſion en F ſera exprimée par la hauteur :

$$a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right) - v\left(1 - \frac{f^4}{e^4}\right) - \frac{N}{bff} \cdot \frac{du}{dt\sqrt{u}} - Lff \cdot \frac{dv}{dt\sqrt{v}},$$

qui doit être égalée à zero, puisque nous négligeons le poids de l'atmoſphère.

Par conſéquent nous aurons l'équation ſuivante à réſoudre

$$0 = a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right) - v\left(1 - \frac{f^4}{e^4}\right) - \frac{N}{bff} \cdot \frac{du}{dt\sqrt{u}} - Lff \cdot \frac{dv}{dt\sqrt{v}},$$

 où

où, la quantité u avec $\frac{du}{dt\sqrt{u}}$ étant une fonction donnée du tems, cette équation nous découvre l'accélération de l'eau, qui sort par l'orifice F.

Mais pour trouver la vitesse même, il faut voir, si la hauteur de l'eau dans le tuyau AC est variable, ou non? Ce dernier cas ayant lieu, lorsque à chaque instant on laisse couler par enhaut autant d'eau, qu'il en sort par enbas, de sorte que le tuyau demeure constamment rempli jusqu'à la section E. Or dans le premier cas, où la hauteur est variable, & qu'il n'entre point d'eau dans le tuyau, non seulement la hauteur a avec la largeur ee sera variable, mais aussi les quantités L & N, puisqu'elles renferment les valeurs des intégrales prises pour la partie du tuyau remplie d'eau à chaque instant, d'où la résolution de l'équation deviendra extrêmement difficile.

Mais pour les cas, que je me propose de déveloper, *la machine* est toujours arrangée en sorte, que le tuyau demeure toujours plein jusqu'à la même section E, par une addition continuelle d'autant d'eau, qu'il en découle en bas. On suppose aussi que le mouvement de rotation du tuyau est uniforme, & dans cette hypothese le mouvement de l'eau devient aussi pour la plûpart bientôt uniforme, de sorte que les deux derniers termes évanouïront alors. Donc, quand cela arrive, on connoitra aisément la vitesse respective dont l'eau sortira du tuyau par l'orifice $F = ff$; car ayant

$$0 = a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right) - v\left(1 - \frac{f^4}{e^4}\right),$$

on trouvera la hauteur duë à cette vitesse:

$$v = \frac{a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right)}{1 - \frac{f^4}{e^4}}. \quad \text{C. Q. F. T.}$$

co-

COROLL. 1.

LXXXIII. Pour ce cas donc, où le mouvement de rotation est supposé uniforme, & le tuyau toujours entretenu plein d'eau jusqu'en E, la vitesse constante, que l'eau atteint enfin en sortant du tuyau, sera :

$$\sqrt{v} = \sqrt{\frac{a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right)}{1 - \frac{f^4}{e^4}}},$$

Donc, lorsque la largeur de l'orifice ff est quasi infiniment plus petite que la largeur ee en haut, cette vitesse sera

$$\sqrt{v} = \sqrt{\left(a - u\left[\frac{cc}{bb} - 1\right]\right)}.$$

COROLL. 2.

LXXXIV. Or, lorsque l'orifice ff a un plus grand rapport à ee, la vitesse constante $\sqrt{v}$ deviendra plus grande, & elle deviendroit même infinie, s'il étoit $ff = ee$. Mais dans ce cas il faut bien remarquer, qu'il faudroit un tems infini avant que l'eau atteignit cette vitesse, ou bien l'accélération de l'eau iroit toujours en croissant ; & la même chose arriveroit, si l'orifice ff étoit plus grand que la largeur en haut ee.

COROLL. 3.

LXXXV. Si la distance $AE = c$ est plus grande que la distance $CF = b$, la vitesse dont l'eau sort par F, en deviendra plus petite ; & il pourroit arriver, qu'il ne sortit rien par l'orifice F, si le tuyau étoit tellement convergent vers le bas, qu'il fut

$$a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right) = o, \quad \text{ou} \quad \frac{cc}{bb} = \frac{a + u}{u}.$$

dans ce cas la force centrifuge empêcheroit la sortie de l'eau.

COROLL. 4.

LXXXVI. Or, si la distance CF $= b$ est plus grande que celle d'enhaut AE $= c$, la vitesse, dont l'eau sortira du tuyau, en sera augmentée, ou bien la force centrifuge avancera la sortie de l'eau.

SCHOLIE.

LXXXVII. Pour que la supposition, que je viens de faire, que le tuyau est toujours entretenu plein d'eau, ou qu'on y verse par en-haut continuellement autant d'eau, qu'il en échappe par enbas; pour que cette supposition, dis je, puisse avoir lieu, & que le calcul n'en souffre rien, il faut que l'eau entre dans le tuyau en E avec la même vitesse, & sous la même direction, que l'eau y baisse: or comment cette condition puisse être remplie, c'est ce qui sera expliqué plus en détail dans la suite. Je remarquerai ici seulement, qu'à moins que cette condition ne soit observée, & que l'eau qu'on y verse n'eut un mouvement différent de celui dans le tuyau, il faudroit des forces pour lui imprimer ce mouvement, qu'elle doit suivre, ce qui ne se pourroit faire sans quelque perte des forces, dont on veut faire usage dans la Mécanique. Pour cette cause je supposerai d'abord, que l'eau, dont on entretient le tuyau, y est versée avec la juste vitesse & direction, afin qu'il ne se perde rien des forces, que j'ai déterminées, ni que le mouvement que je viens d'assigner, n'en souffre aucune altération.

PROBLEME VIII.

LXXXVIII. *Le tuyau étant tourné uniformément autour de l'axe vertical* AC, *& étant constamment entretenu plein d'eau jusqu'en* E, *trouver la vitesse dont l'eau sortira par l'orifice* F *à chaque instant, après qu'on aura ouvert cet orifice.*

SOLUTION.

On suppose donc que l'orifice F ait d'abord été fermé, & qu'on l'a ouvert subitement, pour donner une issuë à l'eau : dans ce premier instant donc la vitesse de l'eau a été $= 0$. Maintenant après un tems

$= t$,

$= t$, soit $\sqrt{v}$ la vitesse respective dont l'eau sort par l'ouverture $F = ff$, & posant comme jusqu'ici la vitesse de rotation du tuyau en $F = \sqrt{u}$ constante, le rayon $CF = b$, la hauteur de l'eau dans le tuyau $AC = a$, & la largeur du tuyau en $E = ee$, & la valeur de l'intégrale $\int \frac{ds}{rr}$ pour toute l'étendue du tuyau depuis E jusqu'en $F = L$, on aura à résoudre cette équation :

$$0 = a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right) - v\left(1 - \frac{f^4}{e^4}\right) - Lff.\frac{dv}{dt\sqrt{v}},$$

pour en tirer la valeur de la vitesse cherchée $\sqrt{v}$.

Posons pour abréger les quantités constantes :

$$a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right) = h, \quad \& \quad 1 - \frac{f^4}{e^4} = n, \text{ \& nous avons}$$

$$h - nv = \frac{Lffdv}{dt\sqrt{v}}, \quad \text{ou} \quad dt = \frac{Lffdv}{(h-nv)\sqrt{v}}.$$

Soit $\sqrt{v} = z$, & $\frac{dv}{2\sqrt{v}} = dz$, pour que nous ayons :

$$dt = \frac{2Lffdz}{h-nzz},$$

& nous aurons trois cas à considérer, selon que $n = 0$, ou $n > 0$, ou $n < 0$.

I. Soit $n = 0$, ce qui donne le cas, où l'orifice F est égal à la section E, & on aura $t = \frac{2Lff}{h}z = \frac{2Lff}{h}\sqrt{v}$; donc $\sqrt{v} = \frac{ht}{2Lff}$. D'où l'on voit que la vitesse $\sqrt{v}$ croitra toujours jusqu'à l'infini, & partant que dans ce cas l'eau n'arrivera jamais à un mouvement uniforme.

II. Soit $n > 0$, ce qui est le cas où l'orifice F est moindre que la section E, & posant $\sqrt{\frac{h}{n}} = i$, de sorte que $dt = \frac{2Lff}{n}.\frac{dz}{ii-zz}$,

&

& l'intégration donnera $t = \frac{Lff}{in} l \frac{i+z}{i-z}$. Posant donc $\frac{in}{Lff} = v$, pour avoir $vt = l\frac{i+z}{i-z}$, & prenant α pour le nombre, dont le logarithme $= 1$, nous aurons $\alpha^{vt} = \frac{i+z}{i-z}$, ou $z = \frac{\alpha^{vt}-1}{\alpha^{vt}+1} i = \sqrt{v}$.

Donc après un tems infini nous aurons $\sqrt{v} = i = \sqrt{\frac{h}{n}}$, ou $\sqrt{v} = \frac{h}{n}$.

III. Soit $n < 0$, ce qui est le cas, où l'orifice F est plus grand que la section E, & posant $\frac{f^4}{e^4} - 1 = m$, pour avoir $dt = \frac{2\,Lff\,dz}{h + mzz}$. Soit $\sqrt{\frac{h}{m}} = i$, & on aura $dt = \frac{2Lff}{m} \cdot \frac{dz}{ii+zz}$, ou $t = \frac{2Lff}{im} \text{A tg} \frac{z}{i}$. Soit $\frac{im}{2Lff} = \mu$, pour avoir $\mu t = \text{A tg} \frac{z}{i}$, & partant $z = i \,\text{tg}\, \mu t$, ou $\sqrt{v} = i \text{ tang } \frac{imt}{2Lff}$. Cette vitesse croitra donc non seulement à l'infini, mais deviendra ensuite même négative; ou bien il sera impossible d'entretenir dans ce cas le tuyau toujours plein. C. Q. F. T.

COROLL. I.

LXXXIX. Puisque donc dans la pratique on exige un mouvement uniforme, le premier cas, & à plus forte raison le troisième, n'y sauroit être employé. Il faut donc que le second cas ait lieu, & que l'ouverture en F soit moindre que la section du tuyau en haut E. Le nombre $n = 1 - \frac{f^4}{e^4}$ sera donc positif, mais moindre que l'unité, & partant il faut nécessairement que $h = a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right)$, soit aussi une quantité positive, ou bien $\frac{cc}{bb} < \frac{a+u}{u}$.

co-

COROLL. 2.

XC. Or pour ce cas on aura $\sqrt{v} = \frac{\alpha^{vt}-1}{\alpha^{vt}+1}i$, où $i = \sqrt{\frac{h}{n}}$, $v = \frac{in}{Lff} = \frac{\sqrt{hn}}{Lff}$. D'où l'on voit que la viteſſe $\sqrt{v}$ va toujours en croiſſant, & qu'elle ne parvient à l'uniformité, qu'après un tems infini ; de ſorte qu'il ſemble que ni même ce cas répond au but, qu'on ſe propoſe dans la pratique, où l'on demande une viteſſe uniforme.

COROLL. 3.

XCI. Cependant on pourra ſe contenter, pourvu que la viteſſe approche aſſés vite de la derniere viteſſe $\sqrt{v} = i$ ſi près, que la différence ne feroit plus ſenſible. Car, ſi par exemple, d'abord après une ſeconde la viteſſe $\sqrt{v}$ arrivoit ſi près à la valeur i, qu'elle n'en différeroit que d'une centième partie, cela ſuffiroit ſans doute pour la pratique, & dès la première ſeconde on pourroit regarder le mouvement comme uniforme.

COROLL. 4.

XCII. Voyons donc, combien la viteſſe $\sqrt{v}$ différera encore après une ſeconde de la valeur i. Pour cet effet ſoit g la hauteur, de laquelle un corps grave tombe librement dans une ſeconde, & puiſque le calcul donne pour le tems de cette chute $2\sqrt{g}$, poſons $2\sqrt{g}$ pour t; & ſoit $\frac{\alpha^{vt}-1}{\alpha^{vt}+1}i = (1 - \frac{1}{100})i$, d'où nous tirons $\frac{\alpha^{vt}-1}{\alpha^{vt}+1} = 1 - \frac{1}{100}$, ou bien $\alpha^{vt} = 199$, & $v = \frac{l199}{t\,l\alpha} = \frac{\sqrt{nh}}{Lff}$, donc $\frac{Lff}{\sqrt{nh}} = \frac{t\,l\alpha}{l199} = \frac{0,8685890}{2,2988531}\sqrt{g}$, ou $L = 0,37784 \cdot \frac{\sqrt{ngh}}{ff}$.

Pourvu donc que la valeur de L ſoit de cette grandeur, ou encore moindre, le mouvement de l'eau arrivera d'abord après la premiere ſeconde, ou encore plutôt, à l'uniformité.

COROLL. 5.

XCIII. Puiſque $L = \int \frac{ds}{rr}$, ſi nous poſons la largeur du tuyau rr conſtante, & $= \lambda ff$, & la longeur du tuyau égale à ſa hauteur a, auquel cas nous aurons $c = b$, & $h = a$; nous obtiendrons $L = \frac{a}{\lambda ff}$, & partant le cas indiqué aura lieu ſi $a < 0,37784 \lambda \sqrt{nga}$, ou $\sqrt{\frac{a}{g}} < 0,37784 \lambda \sqrt{n}$. Or ſi ee eſt auſſi $= \lambda ff$, à cauſe de $n = 1 - \frac{1}{\lambda\lambda}$, & de $0,37714 = \frac{3}{8}$, cela arrivera ſi $\lambda \sqrt{\left(1 - \frac{1}{\lambda\lambda}\right)} > \frac{8}{3} \sqrt{\frac{a}{g}}$, ou $\lambda\lambda - 1 > \frac{7a}{g}$; donc ſi $\lambda > \sqrt{\left(1 + \frac{7a}{g}\right)}$.

COROLL. 6.

XCIV. Il eſt donc clair, que pour remplir cette condition, on n'a qu'à donner au tuyau partout une largeur ſuffiſante, & plus grande que celle de l'ouverture ff, par laquelle l'eau échape, puiſqu'il faut que $\lambda > 1$; & de plus, plus la hauteur du tuyau a ſera grande, plus auſſi grande doit être priſe la valeur de λ. Si la hauteur du tuyau a étoit $= g$, ou de 15 pieds environ, il ſuffiroit pour cet effet, qu'il fût $\lambda = 3$, où que le tuyau fut partout ſeulement trois fois plus large que l'ouverture ff. Donc, pourvu que la largeur du tuyau ſoit quelquefois plus grande que l'orifice, on peut ſans aucune faute ſuppoſer, que le mouvement de l'eau ſe compoſe bientôt à l'uniformité.

SCHOLIE.

XCV. J'ai déjà remarqué, que pour éviter l'effet du frottement, il convient de rendre les tuyaux aſſés larges; ainſi l'élargiſſement du tu-

yau

yau nous procurera un double avantage, l'un que le mouvement ne soit pas diminué par le frottement, & l'autre, que l'eau parvienne d'autant plus vite à l'uniformité. Obſervant donc cette régle, nous pourrons être aſſurés, que le mouvement de l'eau ſera non ſeulement conforme au calcul, mais qu'il deviendra auſſi d'abord après le commencement uniforme; de ſorte que dans ces ſortes de machines il ſera permis de regarder la viteſſe de l'eau Vv comme conſtante, pourvu que le mouvement de rotation du tuyau ſoit uniforme, & que le tuyau ſoit toujours entretenu plein d'eau jusqu'à la ſection E. Or le mouvement de l'eau étant déjà devenu uniforme, voyons combien il faut d'eau pour entretenir le tuyau toujours plein jusqu'en E, & avec quelle viteſſe l'eau y doit être verſée.

PROBLEME IX.

XCVI. *Le tuyau étant tourné uniformement autour de l'axe vertical* AC, *& entretenu toujours plein d'eau jusqu'à la ſection* E, *trouver la quantité d'eau, que cet entretien exige par ſecondes, & tant la viteſſe que la direction ſous laquelle l'eau doit continuellement être conduite dans le tuyau.*

SOLUTION.

Puisqu'on ſuppoſe que le mouvement de l'eau ait déjà atteint l'uniformité, on aura cette équation $0 = a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right) - v\left(1 - \frac{f^4}{e^4}\right)$, où il faut que ee ſoit conſidérablement plus grand que ff, & de cette équation on connoitra la viteſſe Vv, dont l'eau ſortira par l'embouchure $F = ff$, les autres quantités a, u, b, & c étant données de la figure du tuyau, & de ſon mouvement. Puisque l'eau ſort par l'ouverture ff avec la viteſſe $= Vv$, ſi nous prenons g pour marquer la hauteur de la chute d'une ſeconde, la quantité d'eau, qui s'en va chaque ſeconde ſera $= 2ffVgv$: il faut donc pour entretenir le tuyau toujours plein, qu'il entre par enhaut chaque ſeconde une pareille quantité d'eau $= 2ffVgv$.

Mais si l'eau sort par enbas avec la vitesse $= \sqrt{v}$, la vitesse en haut en E sera $= \frac{ff\sqrt{v}}{ee}$, dont l'eau y descend dans le tuyau, & la direction de ce mouvement respectif est verticale, comme il a été remarqué cy-dessus, ou bien la direction du tuyau en E doit être supposée verticale. Or le tuyau étant lui-même transporté autour de l'axe AC, & la vitesse de rotation en E étant $= \frac{c\sqrt{u}}{b}$, la vraye vitesse de l'eau en E sera $= \sqrt{\left(\frac{f^4 v}{e^4} + \frac{ccu}{bb}\right)}$, & la direction de ce vray mouvement sera inclinée à l'horizon d'un angle, dont la tangente est $= \frac{bff\sqrt{v}}{cee\sqrt{u}}$. Il faut donc, pour ne point troubler le mouvement de l'eau dans le tuyau, que l'eau soit conduite dans le tuyau en E avec une vitesse $= \sqrt{\left(\frac{f^4 v}{e^4} + \frac{ccu}{bb}\right)}$, & sous un angle avec l'horizon, dont la tangente est $= \frac{bff\sqrt{v}}{cee\sqrt{u}}$. Donc si l'eau, dont le tuyau est entretenu, se trouve dans un réservoir placé au dessus de E, il faut que la superficie de l'eau dans le réservoir soit élevée au dessus de la section E d'une hauteur $= \frac{f^4 v}{e^4} + \frac{ccu}{bb}$, pour que l'eau, qui en découle dans le tuyau puisse acquérir la juste vitesse, & qu'elle y soit conduite par des tuyaux, qui ayent l'inclinaison, que nous venons de trouver. C. Q. F. T.

SCHOLIE.

XCVII. Puisque le réservoir, qui fournit l'eau dans le tuyau EF, doit être en repos, le tuyau échaperoit d'abord à la veine d'eau, qui y feroit conduite. Pour remédier à cet inconvenient, il est nécessaire de ranger un grand nombre de tuyaux autour de l'axe AC, en sorte que leurs ouvertures en haut E, forment une surface unie; & alors l'eau, qui y sera conduite du réservoir par quelque canal, ne manque-

ra

re pas d'entrer toujours dans ces tuyaux réünis ensemble par enhaut. Or ce qui vient d'être calculé pour le mouvement de l'eau dans un tuyau, aura également lieu pour plusieurs tuyaux réünis ainsi ensemble, pourvu qu'ils soient égaux entr'eux, & qu'on prenne *ff* pour marquer la somme de tous leurs orifices en bas, & *ee* la somme de leurs orifices en haut, qui formeront un espace annulaire uni. Mais, afin que l'eau soit entretenuë par tout cet espace également, le réservoir doit être garni de plusieurs tels canaux, qui forment quasi aussi une ouverture unie. De là naîtra la construction d'une telle Machine hydraulique, dont je m' en vais donner la description.

Déscription d'une telle Machine hydraulique.

XCVIII. Soit O O l'axe vertical, autour duquel la machine doit tourner uniformément ; cette machine sera composée de plusieurs tuyaux semblables, qui ont chacun leurs emboüchures en bas, comme F, F, F, &c. par lesquelles l'eau échape, & leur ouvertures en haut soient unies dans l'espace annulaire E, E, E, E, &c. Il sera bon d'enfermer tous ces tuyaux dans un tambour comme B B F F, d'une surface bien unie & polie par le dehors, afin que la résistance de l'air n'apporte pas un obstacle sensible à son mouvement. Ce tambour creux en dedans, pour en diminuer le poids, sera affermi à l'axe de rotation par des barres transversales, afin qu'il tourne avec l'axe. Or au dessus de ce tambour mobile avec l'axe se trouve le réservoir D D J J, aussi en forme d'un tambour, mais qui soit immobile, n'étant pas attaché à l'axe O O, qui le traverse au milieu. Au fonds de ce reservoir, se trouvent plusieurs canaux J *i*, J *i*, J *i*, &c. par lesquels l'eau est conduite dans le vaisseau inférieur B B F F, sous une obliquité, qui a été déterminée dans le problème précédent. Et si le reservoir fournit dans le vaisseau autant d'eau, qu'il en sort par les embouchures F, F, F, &c. les tuyaux du vaisseau demeureront constamment pleins d'eau, jusqu'à la surface E, E, E, &c. & le mouvement de l'eau deviendra bientôt uniforme, pourvu que le mouvement de rotation soit uniforme, comme je suppose ; & il sera outre cela conforme aux formules, qui ont été trouvées cy dessus. Fig. 2

Application du calcul à cette Machine.

XCIX. La hauteur de l'eau dans le vaiſſeau mobile au deſſus des embouchures F, F, &c. ou la hauteur AC eſt poſée $= a$, la diſtance des embouchures à l'axe de rotation, ou CF $= b$; la ſomme de toutes ces embouchures $= ff$, la ſurface de l'eau en haut de ce vaiſſeau, ou l'eſpace annulaire E, E, E, $= ee$; ſa diſtance moyenne à l'axe de rotation AE $= c$. Enſuite ſoit la viteſſe dont les embouchures F, F, tournent au tour de l'axe $= \sqrt{u}$, & la viteſſe reſpective, dont l'eau ſort par ces embouchures $= \sqrt{v}$. Cela poſé, nous avons vû, que le mouvement uniforme ſera déterminé par cette équation $$0 = a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right) - v\left(1 - \frac{f^4}{e^4}\right),$$ & la dépenſe d'eau pendant chaque ſeconde ſera $= 2ff\sqrt{gv}$, prenant g pour la hauteur, par laquelle un corps peſant tombe dans une ſeconde.

C. Pour le réſervoir DDJJ, qui ſoit toujours rempli d'eau jusqu'à G, G, G, ſoit la hauteur de cette ſurface au deſſus de E, E, E, &c. ou la ligne verticale HA $= k$, & il faut qu'il ſoit $k = \frac{f^4 v}{e^4} + \frac{ccu}{bb}$. Soit de plus la ſomme de toutes les embouchures i, i, i, &c. qui fourniſſent l'eau dans le vaiſſeau inférieur, $= ii$, & puisque l'eau en ſort avec la viteſſe $= \sqrt{k}$, pourvu que ce réſervoir ſoit aſſés large, il en ſera fourni par ſeconde une quantité d'eau $= 2ii\sqrt{gk}$; il faut donc qu'il ſoit
$$2ii\sqrt{gk} = 2ff\sqrt{gv}, \quad \text{ou} \quad i^4 k = f^4 v.$$
Enſuite ces canaux Ji, Ji, deſcendans doivent être tellement inclinés, qu'ils faſſent avec l'horizon un angle dont la tangente $= \frac{bff\sqrt{v}}{cee\sqrt{u}}$, & partant le ſinus $= \frac{bff\sqrt{v}}{\sqrt{(bbf^4 v + cce^4 u)}} = \frac{ff\sqrt{v}}{ee\sqrt{k}}$, & le coſinus $= \frac{c\sqrt{u}}{b\sqrt{k}}$,

&

& cette inclination doit être dirigée ſelon le mouvement de rotation. C'eſt de là qu'il faut tirer les meſures, pour l'arrangement d'une telle Machine.

CI. Puisque $f^4v = i^4k$, & $e^4k = f^4v + \frac{cce^4u}{bb}$, nous aurons en diviſant cette équation par celle-là $\frac{e^4}{i^4} = 1 + \frac{cce^4u}{bbf^4v}$: d'où nous voyons que $ii < ee$, ce qui eſt néceſſaire: car il faut bien, que l'eſpace annulaire E, E, E, &c. ſoit plus grand que la ſomme de tous les orifices des canaux Ji, quand même ces canaux ſeroient tous réünis. Mais puisque ces canaux conduiſent l'eau obliquement dans le vaiſſeau inférieur, il eſt impoſſible que la ſomme des orifices ii puiſſe avoir un plus grand rapport à ee, que le ſinus de l'obliquité $\frac{ff\sqrt{v}}{ee\sqrt{k}}$ au ſinus total. Or l'équation $f^4v = i^4k$, ou $ff\sqrt{v} = ii\sqrt{k}$, nous fait voir clairement, que $ii : ee = \frac{ff\sqrt{v}}{ee\sqrt{k}} : 1$. D'où l'on voit que les canaux Ji, Ji, &c. doivent ſe toucher entr'eux, afin que l'eau qui en deſcend rempliſſe tout l'eſpace annulaire E E &c.

CII. Donc au lieu des canaux ſéparés Ji, Ji, comme la figure 3 les repréſente, il faut emploier des canaux contigus repréſentés dans la figure 4, qui ne ſoient ſéparés entr'eux que de minces diaphragmes, Ji, Ji, &c. qui ſervent à diriger l'eau ſous l'inclinaiſon requiſe, de ſorte que ſans ces diaphragmes il y auroit une ouverture unie annulaire, qui régneroit tout autour du reſervoir. Or, puisque alors l'eau tomberoit verticalement par cette ouverture continue, il la faut partager par des lames minces diſpoſées obliquement, afin que l'eau ſoit obligée de découler ſous l'inclinaiſon trouvée, & pour obtenir ce but on jugera aiſément à quelle diſtance ces diaphragmes doivent être éloignés entr'eux. On donnera donc à ces ouvertures la même largeur qu'à l'eſpace annulaire, ne pouvant pas lui donner une plus grande, &

& puisque les diaphragmes ne manqueront pas de diminuer tant soit peu la quantité d'eau, qui descend, on sera obligé, ou de faire l'espace annulaire avec la largeur de ces canaux un peu plus grande, qu'on aura trouvé par le calcul, ou de donner aux diaphragmes une inclinaison un peu plus petite.

CIII. Il faut encore remarquer que la largeur de l'espace annulaire EE ne sauroit être trop grande par rapport à son demi-diametre moyen $= c$, tant pour que le calcul ne s'écarte point de l'expérience, ayant regardé l'amplitude ee comme très petite à l'égard d'un cercle décrit du rayon c, que principalement, afin que le mouvement de rotation par tout cet espace annulaire soit assés égal, pour que la perte continuelle puisse être réparée, comme il faut, par la même obliquité. Ainsi posant la largeur de cet espace annulaire $= 2\alpha$, de sorte que le rayon du cercle intérieur soit $= c - \alpha$, & celui de l'extérieur $= c + \alpha$, l'espace annulaire sera $= 4\pi\alpha c$, ce qui donne la valeur de ee. Donc, si l'on juge que α ne sauroit surpasser $\frac{1}{12}c$, on aura $4\pi\alpha c$, & partant $ee < cc$ à peu près.

CIV. Ayant ainsi expliqué ce qui regarde la construction d'une telle Machine en général, voyons aussi les mesures, qu'il faut donner à toutes les parties de la machine pour chaque cas proposé. Or il y a ordinairement deux choses, sur lesquelles on doit régler cette détermination: l'une est la quantité d'eau, que la source, ou riviere, fournit par secondes pour l'entretien de la machine; & l'autre est la hauteur, qu'il sera permis de donner à toute la machine, afin que l'eau, qui sort en bas, puisse encore découler; cette hauteur est nommée dans la Pratique la chûte de l'eau. Ces deux choses ne dépendent pas communément de nôtre volonté, mais nous sont prescrites par les circonstances, & alors il faut arranger la machine en sorte qu'elle réponde à ces conditions.

PROBLEME X.

CV. *Lorsque tant la hauteur de la chute que la quantité d'eau est donnée, qu'on peut employer à l'entretien de la machine, trouver les*

les déterminations nécessaires pour la construction d'une telle machine hydraulique.

SOLUTION.

Soit la hauteur de la chute $HA + AC = h$, la quantité d'eau, qui peut être fournie par seconde à l'entretien de la machine D ; ces deux choses étant données on aura d'abord les équations suivantes :

$$D = 2ff\sqrt{gv}, \ \& \ h = a + k = a + \frac{f^4 v}{e^4} + \frac{ccu}{bb}.$$

Or nous venons de trouver outre cela ces équations :

$$o = a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right) - v\left(1 - \frac{f^4}{e^4}\right), \ \& \ i^4 k = f^4 v.$$

La premiere équation donne $f^4 v = \frac{DD}{4g}$, & cette valeur substituée dans les autres équations fournit :

$$h = a + \frac{DD}{4ge^4} + \frac{ccu}{bb};$$

$$o = a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right) - v + \frac{DD}{4ge^4};$$

$$\frac{DD}{4ge^4} + \frac{ccu}{bb} = \frac{DD}{4gi^4}, \ \text{ou} \ u = \frac{DD\,bb\,(e^4 - i^4)}{4gcc\,e^4 i^4}.$$

Ayant ainsi éliminé la somme des embouchures, la première & troisième équation fournit $a = h - \frac{DD}{4gi^4}$, & cette valeur avec celle de u, ou plutôt avec celle de $\frac{cc}{bb} = \frac{DD}{4gu}\left(\frac{1}{i^4} - \frac{1}{e^4}\right)$, donne pour la seconde : $o = h - \frac{DD}{2gi^4} + \frac{DD}{4ge^4} + u - v + \frac{DD}{4ge^4}$, d'où nous tirons : $v = h + u - \frac{DD}{2gi^4} + \frac{DD}{2ge^4}$.

Voilà

Voilà donc les déterminations suivantes, qu'on doit observer :

I. $a = h - \frac{DD}{4g i^4}$;

II. $\frac{cc}{bb} = \frac{DD}{4gu}\left(\frac{1}{i^4} - \frac{1}{e^4}\right)$;

III. $v = h + u - \frac{DD}{2g i^4} + \frac{DD}{2g e^4} = h + u - \frac{DD}{2g}\left(\frac{1}{i^4} - \frac{1}{e^4}\right)$

IV. $f^4 = \frac{DD i^4}{4g i^4 (h+u) - 2DD\left(1 - \frac{i^4}{e^4}\right)} = \frac{DD}{4gv}$,

& la tangente de l'inclinaison des canaux Ji à l'horizon sera

$$\frac{bff\sqrt{v}}{cee\sqrt{u}} = \frac{ii}{\sqrt{(e^4 - i^4)}}, \text{ \& le sinus } = \frac{ii}{ee}.$$

De plus il faut remarquer que ff doit être beaucoup plus petit que ee, & ii moindre que ee, & enfin $cc > ee$. C. Q. F. T.

COROLL. I.

CVI. Les deux choses D & h étant données, le calcul renferme trois quantités ee, ii, & u qu'on peut prendre à volonté, & ensuite, puisque ce n'est que le rapport des quantités b & c, qui se détermine, l'une & l'autre demeure encore indéterminée. Cependant les valeurs de ces quantités doivent être tellement prises, qu'il devienne $cc > ee$, $ii < ee$, & $ff < \frac{1}{2} ee$, ou $< \frac{1}{3} ee$, comme il a été remarqué cy-dessus (92).

COROLL. 2.

CVII. Donc si nous posons $ee = \lambda ff$, $cc = \mu ee$, & $ii = \eta ee$, de sorte que η marque le sinus de l'angle, sous lequel les canaux Ji doivent être inclinés à l'horizon ; & il faut qu'il soit $\mu > 1$, & $\lambda > 2$, ou $\lambda > 3$. De là nous aurons :

I.

$$\text{I. } a = h - \frac{DD}{4g\eta\eta e^4}; \quad \text{II. } \frac{\mu ee}{bb} = \frac{DD}{4ge^4 u}\left(\frac{1}{\eta\eta} - 1\right);$$

$$\text{III. } v = h + u - \frac{DD}{2ge^4}\left(\frac{1}{\eta\eta} - 1\right); \quad \& \quad \text{IV. } \frac{e^4}{\lambda\lambda} v = \frac{DD}{4g};$$

ou $\lambda\lambda DD = 4ge^4(h+u) - 2DD\left(\frac{1}{\eta\eta} - 1\right)$.

COROLL. 3.

CVIII. Ou bien ſi nous poſons l'angle de l'inclinaiſon des canaux Ji à l'horizon $= \varrho$, pour avoir $\eta = \sin\varrho$, & $\frac{1}{\eta\eta} - 1 = \frac{\cos\varrho^2}{\sin\varrho^2} = \cot\varrho^2$, nous aurons :

$$4ge^4(h+u) = DD(\lambda\lambda + 2\cot\varrho^2), \quad \& \quad ee = \frac{DV(\lambda\lambda + 2\cot\varrho^2)}{2Vg(h+u)},$$

&

$$\frac{DD}{4ge^4} = \frac{h+u}{\lambda\lambda + 2\cot\varrho^2}, \text{ donc } v = h + u - \frac{2(h+u)\cot\varrho^2}{\lambda\lambda + 2\cot\varrho^2} = \frac{\lambda\lambda(h+u)}{\lambda\lambda + 2\cot\varrho^2}$$

&

$$\frac{\mu ee}{bb} = \frac{(h+u)\cot\varrho^2}{u(\lambda\lambda + 2\cot\varrho^2)} = \frac{\mu DV(\lambda\lambda + 2\cot\varrho^2)}{2bbVg(h+u)}, \text{ d'où l'on tire}$$

$$bb = \frac{\mu Du(\lambda\lambda + 2\cot\varrho^2)^{\frac{3}{2}}}{2(h+u)^{\frac{3}{2}}\cot\varrho^2 Vg}, \quad \& \quad a = h - \frac{h-u}{\lambda\lambda\sin\varrho^2 + 2\cos\varrho^2}.$$

COROLL. 4.

CIX. Donc ſi les nombres λ & μ avec l'angle ϱ ſont donnés, il ne reſte que la quantité u, qu'on puiſſe prendre à volonté, ou bien la viteſſe Vu, avec laquelle les embouchures F, F, tournent autour de l'axe de la machine. Mais la conſidération de la réaction fournira des déterminations plus propres à la Pratique.

PROBLEME XI.

CX. *Une telle Machine hydraulique étant construite pour une chûte & dépense d'eau donnée, trouver le moment de la réaction de l'eau, & l'effet de la machine lorsqu'elle est tournée autour de l'axe avec une vitesse donnée.*

Fig. 3.

SOLUTION.

Soit comme jusqu'ici D la quantité d'eau, que le reservoir peut fournir par seconde; h la hauteur de la chute entiere; a la hauteur du vaisseau tournant BBFF; b la distance des embouchures F, F, à l'axe; ff la somme de toutes ces embouchures; ζ l'angle que la direction des embouchures fait avec la direction de leur mouvement de rotation; $\sqrt{u}$ la vitesse de ce mouvement; $\sqrt{v}$ la vitesse respective dont l'eau sort par ces embouchures; c la distance moyenne des orifices supérieurs E, E, à l'axe; ee leur amplitude totale unie dans l'espace annulaire E, E, E, &c.; ii la somme des embouchures des canaux Ji, Ji, par lesquels l'eau descend du réservoir immobile DDJJ dans le vaisseau mobile BBFF; & g la hauteur de la chute pendant une seconde, qu'on fait être de $15\frac{5}{8}$ pieds de Rhin. Cela posé, il faut qu'on ait satisfait à ces quatre équations:

$$\text{I.} \quad a = h - \frac{DD}{4gi^4};$$

$$\text{II.} \quad \frac{cc}{bb} = \frac{DD}{4gu}\left(\frac{1}{i^4} - \frac{1}{e^4}\right);$$

$$\text{III.} \quad v = h + u - \frac{DD}{2g}\left(\frac{1}{i^4} - \frac{1}{e^4}\right) = h + u - \frac{2cc}{bb}u;$$

$$\text{IV.} \quad f^4 = \frac{DD}{4gv} = \frac{DDbb}{4g\,[bbh + (bb - 2cc)u]}.$$

& de plus les canaux Ji doivent être tellement inclinés à l'horizon, que le sinus de leur inclinaison soit $= \frac{ii}{ee}$, & il faut que ee soit considérablement plus grand que ff, & que ee ne surpasse point cc.

Main-

Maintenant, puisque la direction des tuyaux mobiles en E est nécessairement verticale, & que l'un & l'autre mouvement est supposé uniforme, le moment de la réaction de la machine sera :

$$2ff\left(\frac{cc}{bb}-b\right)Vvu - 2ffbv\cos\zeta\text{ ; par le §. 57.}$$

Ce moment produira donc le même effet, que s'il y avoit appliquée à la machine en F une force égale au poids d'une masse d'eau, dont le volume seroit :

$$2ff\left(\frac{cc}{bb}-1\right)Vvu - 2ffv\cos\zeta,$$

cette force agissant perpendiculairement sur le levier CF $= b$, pour accélérer le mouvement de rotation. Or cette force se mouvant de la vitesse Vu, elle sera capable de surmonter une résistance R, & de la faire mouvoir d'une vitesse Vw, de sorte qu'il soit :

$$RVw = 2ff\left(\left(\frac{cc}{bb}-1\right)Vvu - v\cos\zeta\right)Vu,$$

& cette expression représente l'effet de la machine. Ou si l'on veut déterminer l'effet de la machine par le produit de la résistance R, par le chemin décrit dans une seconde, qui est $2Vgw$, cet effet sera :

$$4ff\left(\left(\frac{cc}{bb}-1\right)Vvu - v\cos\zeta\right)Vgu,$$

où la machine sera capable de mouvoir une résistance R, par un tel espace pendant une seconde, que le produit de la résistance R par cet espace soit précisément égal à l'expression trouvée. C. Q. F. T.

COROLL. I.

CXI. L'effet de la machine pourra donc être exprimé en sorte

$$4ffVgv.\left(\frac{cc}{bb}u - u - \cos\zeta.V.vu\right).$$

Or puisque $2ffVgv = D$, cet effet sera :

$$2D\left(\frac{cc}{bb}u - u - \cos\zeta.Vvu\right),$$

& mettant pour $\frac{cc}{bb}$, & v leurs valeurs trouvées, l'effet sera encore :

$$2D\left(\frac{DD}{4g}\left(\frac{1}{i^4}-\frac{1}{e^4}\right)-u-\operatorname{cof}\zeta\sqrt{\left(hu+uu-\frac{DDu}{2g}\left(\frac{1}{i^4}-1\right)\right)}\right).$$

COROLL. 2.

CXII. Donc, si l'on met pour abréger $\frac{DD}{4g}\left(\frac{1}{i^4}-\frac{1}{e^4}\right)=k$, l'effet de la machine sera $=2D\,[k-u-\operatorname{cof}\zeta\sqrt{(hu+uu-2ku)}]$, & on aura $\frac{cc}{bb}=\frac{k}{u}$, & outre cela : $a=h-\frac{DD}{4gi^4}$; $v=h+u-2k$, & $f^4=\frac{DD}{4g(h+u-2k)}$, d'où l'on déduira les déterminations nécessaires pour la construction de la machine.

COROLL. 3.

CXIII. Connoissant la vitesse $\sqrt{u}$, & la distance CF $=b$, on pourra déterminer le tems, que la machine met à achever une révolution autour de l'axe AC. Car posant $1:\pi$ pour le rapport du diamètre à la circonférence, la circonférence du cercle FF &c. est $=2\pi b$, & puisque l'espace parcouru avec la vitesse $\sqrt{u}$ dans une seconde est $=2\sqrt{gu}$, le tems d'une révolution de la machine sera $=\frac{\pi\cdot b}{\sqrt{gu}}$ secondes.

PROBLEME XII.

CXIV. *Les conditions du problème précedent demeurant les mêmes, trouver les déterminations nécessaires pour que l'effet de la machine devienne le plus grand, qu'il est possible.*

SOLUTION.

Considérons l'expression de l'effet, qui a été donné §. 112. comme la plus simple, & qui posant $\frac{DD}{4g}\left(\frac{1}{i^4}-\frac{1}{e^4}\right)=k$

est

est $$2D\,[k - u - \cos\zeta . \sqrt{(hu + uu - 2ku)}],$$

& pour procurer à cette expression la plus grande valeur possible, il est d'abord clair que, par rapport à l'angle ζ, elle ne sauroit devenir plus grande, que lorsque $\cos\zeta = -1$, & partant $\zeta = 180^{\circ}$. Voilà donc la première condition à remplir, en vertu de laquelle la direction des embouchures F, F doit être diamétralement opposée à la direction de leur mouvement. Ayant donc rempli cette condition, l'effet de la machine sera :

$$2D\,[k - u + \sqrt{(hu + uu - 2ku)}].$$

Maintenant cherchons quelle valeur il faut donner à u, pour rendre cette expression un *Maximum*, & on trouvera

$$1 = \frac{\frac{1}{2}h + u - k}{\sqrt{(hu + uu - 2ku)}},\ \text{d'où l'on tire}$$

$$0 = \tfrac{1}{4}hh - hk + kk,\ \text{ou bien}\ k = \tfrac{1}{2}h.$$

Par conséquent il faut arranger la machine en sorte qu'il soit

$$\frac{DD}{4g}\left(\frac{1}{i^4} - \frac{1}{e^4}\right) = \tfrac{1}{2}h,$$

& alors l'effet de la machine sera :

$$2D\,(\tfrac{1}{2}h - u + \sqrt{uu}) = Dh,$$

& à cette heure il est évident, qu'il ne sauroit en aucune façon être rendu plus grand, puisqu'il est déterminé uniquement par la dépense d'eau D, & la hauteur de la chûte entiere h.

Donc, pour obtenir ce plus grand effet, la condition requise outre l'angle $\zeta = 180^{\circ}$ exige qu'il soit :

$$\frac{1}{i^4} - \frac{1}{e^4} = \frac{2gh}{DD},\ \text{ou}\ \frac{1}{i^4} = \frac{1}{e^4} + \frac{2gh}{DD},$$

& cette valeur étant substituée dans les formules précedentes donne

$$a = \tfrac{1}{2}h - \frac{DD}{4ge^4};\ \frac{cc}{bb} = \frac{h}{2u};\ v = u,\ \&\ f^4 = \frac{DD}{4gu}.$$

Nous

Nous n'avons donc plus que deux quantités indéterminées u & ee; mais qu'il faut prendre en sorte, que $\frac{DD}{ggu}$ devienne plusieurs fois plus petit que e^4, ou posant $ee = \lambda ff$, qu'il soit $\frac{e^4}{\lambda\lambda} = \frac{DD}{4gu}$, ou bien $ee\sqrt{gu} = \frac{1}{2}\lambda D$, ou $2ee\sqrt{gu} = \lambda D$. C. Q. F. T.

COROLL. I.

CXV. La quantité du plus grand effet Dh, que la machine est capable de produire, est bien remarquable à cause de sa simplicité, par laquelle nous voyons, que la dépense d'eau par seconde D multipliée par la hauteur de la chûte h donne le même produit, que la résistance multipliée par l'espace parcouru dans une seconde: pourvu qu'on exprime la résistance par un volume d'eau, au poids duquel elle est égale.

COROLL. 2.

CXVI. Il est aussi fort remarquable que, pour procurer le plus grand effet, la vitesse respective de l'eau par les embouchures F doit être précisément égale à la vitesse même des embouchures: d'où il s'ensuit, que la vitesse vraye, dont l'eau sort par les embouchures F évanouit: & partant l'eau en tombera perpendiculairement. Ainsi il n'y aura point à craindre que les jets d'eau, qui sortent par les embouchures, frappent les embouchures suivantes, & qu'ils causent par là quelque obstacle au mouvement de la machine.

COROLL. 3.

CXVII. Puisque les quantités ee & u demeurent indéterminées, & que $2ee\sqrt{gu}$ doit du moins être quelquefois plus grand que la dépense d'eau D, il faut prendre l'amplitude ee, & la vitesse $\sqrt{u}$ telles, que la quantité d'eau, qui couleroit dans une seconde par une ouverture $= ee$ avec la vitesse $= \sqrt{u}$, soit quelquefois plus grande que la dépense d'eau D par seconde.

COROLL. 4.

CXVIII. Il faut aussi considérer, que l'angle, que les canaux J i font avec l'horizon, ne doit pas être trop petit, puisque cela demande-

roit

roit trop de diaphragmes dans la Fig. 4. & diminueroit par conséquent trop considérablement la juste quantité d'eau: au lieu que, si l'eau devoit tomber perpendiculairement par ces canaux, on pourroit s'en passer entièrement. Posant donc cet angle de l'inclinaison $= \varrho$, de sorte que $ii = ee \sin\varrho$, on aura $\frac{1}{e^4 \sin\varrho^2} = \frac{1}{e^4} + \frac{2gh}{DD}$, ou $\frac{\cos\varrho^2}{e^4 \sin\varrho^2} = \frac{2gh}{DD}$, d'où l'on tire $ee \tan\varrho = \frac{D}{\sqrt{2gh}}$.

COROLL. 5.

CXIX. Donc, si l'on regarde l'angle ϱ comme connu, on aura $ee = \frac{D}{\tan\varrho . \sqrt{2gh}}$. De là ayant $2ee\sqrt{gu} = \lambda D$, on déterminera aussi la vitesse de rotation $\sqrt{u} = \frac{1}{2}\lambda \tan\varrho . \sqrt{2h}$; avec laquelle donc un corps parcourra dans une seconde l'espace $= \lambda \tan\varrho . \sqrt{2gh}$. Ensuite on aura $ii = \frac{D \cos\varrho}{\sqrt{2gh}}$, & $a = \frac{1}{2}h - \frac{1}{2}h \operatorname{tg}\varrho^2 = \frac{1}{2}h(1 - \operatorname{tg}\varrho^2)$, d'où l'on voit que l'angle ϱ doit absolument être plus petit qu'un demi-droit: & que la hauteur du vaisseau mobile AC doit être moindre que celle du reservoir HA.

COROLL. 6.

CXX. Or ayant choisi convenablement l'angle ϱ, & déterminé par là $ee = \frac{D}{\tan\varrho \sqrt{2gh}}$, $ii = ee \sin\varrho$, $ff = \frac{ee}{\lambda}$, $\sqrt{u} = \frac{1}{2}\lambda \operatorname{tg}\varrho . \sqrt{2h}$, & $a = \frac{1}{2}h(1 - \operatorname{tg}\varrho^2)$, on a encore cette équation $\frac{cc}{bb} = \frac{h}{2u} = \frac{1}{\lambda\lambda \operatorname{tg}\varrho^2}$, ou $\frac{c}{b} = \frac{1}{\lambda \operatorname{tg}\varrho}$. Or cc ne pouvant être plus petit que ee, si nous posons $cc = \mu ee$, nous obtiendrons $bb = \frac{\lambda\lambda\mu D \tan\varrho}{\sqrt{2gh}}$, ou

 $b =$

$b = \lambda c$ tang ϱ, & par là toute la machine ſera déterminée : & le tems d'une révolution ſera $= \frac{2\pi c}{\sqrt{2gh}}$ ſecondes.

COROLL. 7.

CXXI. Afin que le mouvement de rotation, ou la viteſſe $\sqrt{u}$, ne devienne pas trop rapide, ce qui pourroit cauſer un empêchement de la part de la réſiſtance de l'air, il faut prendre la quantité λ tang ϱ auſſi petite qu'il ſera poſſible, ſur tout lorsque la hauteur h eſt aſſés grande. Or on ne ſauroit mettre cette valeur moindre que l'unité, puisque la viteſſe de rotation de l'anneau EE, eſt conſtamment $= \frac{b\sqrt{u}}{c} = \sqrt{\tfrac{1}{2}h}$, donc, pour que la viteſſe en F ne devienne pas plus grande, il faut qu'il ſoit $b = c$, & partant λ tang $\varrho = 1$.

COROLL. 8.

CXXII. Cependant dans ce cas il ſeroit à craindre, qu'on ne pût pratiquer dans le fond des ouvertures F, auſſi larges qu'il faut, ou qu'il fut $ff = \frac{1}{\lambda} ee$, à moins qu'on ne donne au nombre λ une valeur plus grande. Mais alors l'angle ϱ devroit être pris trop petit, & on auroit à craindre l'inconvénient des diaphragmes, dont les canaux Ji doivent être ſéparés entr'eux. Par cette raiſon il conviendra de donner à λ tang ϱ une valeur plus grande que l'unité, par exemple λ tg $\varrho = \tfrac{3}{2}$; & mettre $\lambda = 3$; tang $\varrho = \tfrac{1}{2}$, ou l'angle $\varrho = 26°, 34'$. Alors on aura: $ee = \frac{2D}{\sqrt{2gh}}$; $cc = \mu ee$; $b = \tfrac{3}{2}c$; $ff = \tfrac{1}{3}ee$; $ii = \frac{ee}{\sqrt{5}}$, & $a = \tfrac{3}{8}h$, & chaque tour de la machine s'acheveroit en $\frac{2\pi c}{\sqrt{2gh}}$ ſecondes.

SCHOLIE.

CXXIII. Cet arrangement de la machine paroit le plus commode pour la plûpart des circonſtances, qu'on peut rencontrer. Dans

ce cas donc les diaphragmes, qui séparent les canaux J*i*, feront un angle de 26°, 34′, dont la tangente est $= \frac{1}{2}$, & ces canaux avec leurs diaphragmes J*i* feront disposés, comme la Fig. 5. les représente. Or pour calculer les quantités $\frac{2}{\sqrt{2gh}}$ & $\frac{2\pi}{\sqrt{2gh}}$ pour chaque nombre de pieds de la hauteur que la chute *h* peut contenir, j'ai ajouté ici la table suivante, où je suppose la hauteur *h* donnée en pieds de Rhin :

la hauteur *h* en pieds de Rhin	valeur de $\frac{2}{\sqrt{2gh}}$	valeur de $\frac{2\pi}{\sqrt{2gh}}$
1	0,35777	1,12397
2	0,25298	0,79477
3	0,20656	0,64892
4	0,17888	0,56198
5	0,16000	0,50265
6	0,14606	0,45886
7	0,13523	0,42482
8	0,12649	0,39738
9	0,11925	0,37465
10	0,11314	0,35543
11	0,10787	0,33889
12	0,10328	0,32446
13	0,09923	0,31173
14	0,09562	0,30040
15	0,09238	0,29021
16	0,08944	0,28098
17	0,08677	0,27260
18	0,08433	0,26492
19	0,08208	0,25787
20	0,08000	0,25132

 Or

Or alors la dépense d'eau fournie par seconde D doit aussi être exprimée en pieds cubiques, & on trouvera les largeurs *ee*, *ff*, *ii* en pieds quarrés : comme nous allons voir dans les exemples suivans.

EXEMPLE I.

CXXIV. *La dépense d'eau fournie par seconde étant* $=1$ *pied cubique, & la hauteur de la chûte* h $=6$ *pieds, trouver la machine hydraulique la plus avantageuse.*

Puisque $h=6$, la hauteur du vaisseau mobile AC sera $=2\frac{1}{4}$ pieds, & partant la hauteur du reservoir HA $=3\frac{3}{4}$ pieds. Ensuite, à cause de $D=1$, on aura $ee=0,14606$ pieds quarrés ; donc $ff=0,04868$ pieds quarrés. Ensuite on pourra bien prendre le rayon $c=1$ pied, & on aura $b=1\frac{1}{2}$ pieds, & le tems d'une révolution de la machine sera $0,45886$ secondes, ou de $27\frac{1}{2}$ tierces.

Ou bien si l'on veut prendre $c=2$ pieds, & $b=3$ pieds, le tems d'une révolution sera de 55 tierces, & en quelque raison qu'on prenne c plus grand, tant le rayon b que le tems d'une révolution seront augmentés dans la même raison. Or l'effet que cette machine sera capable de produire est $=1.6=6$.

EXEMPLE II.

CXXV. *La dépense d'eau fournie par seconde étant* $=2$ *pieds cubiques, & la hauteur de la chûte* h $=6$ *pieds, trouver la machine hydraulique la plus avantageuse.*

Puisque $h=6$, la hauteur du vaisseau mobile AC sera comme auparavant $a=2\frac{1}{4}$ pieds, & la hauteur du reservoir HA $=3\frac{3}{4}$ pieds. Ensuite, à cause de $D=2$, on aura l'espace annulaire $ee=0,29212$ pieds quarrés, & $ff=0,09737$ pieds quarrés. On pourra encore prendre $c=1$ pied, & $b=1\frac{1}{2}$ pieds, & le tems d'une révolution de la machine sera de $27\frac{1}{2}$ tierces.

Si

Si l'on vouloit prendre $c = 2$ pieds, on auroit $b = 3$ pieds, & la machine devroit tourner en 55 tierces. Or l'effet de cette machine sera toujours double de celui du cas précedent, & partant $= 12$.

EXEMPLE III.

CXXVI. *La dépense d'eau fournie par seconde étant 1 pied cubique, & la hauteur de la chûte* h $= 12$ *pieds, trouver la machine hydraulique la plus avantageuse.*

Puisque $h = 12$ pieds, la hauteur du vaisseau mobile sera $AC = 4\frac{1}{2}$ pieds, & de l'immobile $HC = 7\frac{1}{2}$ pieds. Ensuite, à cause de $D = 1$, l'espace annulaire EE doit être pris $= 0{,}10328$ pieds quarrés, donc $ff = 0{,}03443$ pieds quarrés. Donc si l'on donne au rayon $c = 1$ pied pour avoir $b = 1\frac{1}{2}$ pied, le tems d'une révolution de la machine doit être de 0, 32446 secondes, ou de $19\frac{1}{2}$ tierces : ou bien elle devroit faire environ trois tours dans une seconde, & l'effet de la machine seroit $= 12$.

Si l'on vouloit prendre $c = 2$ pieds, & $b = 3$ pieds, le tems d'une révolution devroit être de 39 tierces.

EXEMPLE IV.

CXXVII. *La dépense d'eau fournie par seconde étant 2 pieds cubiques, & la hauteur de la chûte* h $= 12$ *pieds, trouver la machine hydraulique la plus avantageuse.*

Puisque $h = 12$ pieds, la hauteur du vaisseau mobile sera $AC = 4\frac{1}{2}$ pieds, & de l'immobile $HC = 7\frac{1}{2}$ pieds. Ensuite, à cause de $D = 2$, l'espace annulaire EE doit être pris de $ee = 0{,}20656$ pieds quarrés, & $ff = 0{,}06885$ pieds quarrés. Donc, si l'on prend $c = 1$ pieds & $b = 1\frac{1}{2}$ pieds, le tems d'une révolution de la machine sera $19\frac{1}{2}$ tierces. Or si l'on prenoit $c = 2$ pieds, & $b = 3$ pieds, le tems d'une révolution seroit de 39 tierces, mais l'effet sera toujours $= 24$.

EXEMPLE V.

CXXVIII. *La dépense d'eau fournie par seconde étant de* 10 *pieds cubiques, & la hauteur de la chûte* $h = 8$ *pieds, trouver la machine hydraulique la plus avantageuse.*

Puisque $h = 8$ pieds, la hauteur du vaisseau inférieur mobile sera $AC = 3$ pieds, & du réservoir $HA = 5$ pieds. Ensuite D étant $= 10$, & $h = 8$, l'espace annulaire doit être $ee = 1,26490$ pieds quarrés, & la somme de toutes les embouchures $ff = 0,42163$ pieds quarrés. Donc, puisque cc doit être plus grand que ee, si l'on prend $c = 2$ pieds, & $b = 3$ pieds, le tems d'une révolution doit être de $2 . 0,39738 = 0,79476$ secondes $= 47\frac{2}{3}$ tieres. Or l'effet de la machine sera $= 10 . 8 = 80$.

SCHOLIE.

CXXIX. Maintenant il ne sera plus difficile d'arranger une telle machine hydraulique pour chaque cas proposé. Car ayant la dépense d'eau D fournie par seconde, & la hauteur de la chûte h, toutes les parties de la machine seront déterminées. Ensuite si la résistance, qu'on veut vaincre par cette machine, ou le fardeau qu'on veut élever, est $= R$, où R marque un volume d'eau, dont le poids lui est égal, la machine sera capable de mouvoir cette résistance R dans une seconde par un espace $= \frac{Dh}{R}$. Donc, le point F faisant dans une seconde l'espace $= 2\sqrt{gu} = \frac{3}{2}\sqrt{2gh}$, la vitesse de la résistance sera à celle des points F comme $\frac{Dh}{R}$ à $\frac{3}{2}\sqrt{2gh}$, ou comme ff à $\frac{R}{h}$. Donc, si l'on applique la machine à cette résistance par le moyen d'un tambour, dont le rayon soit $= k$, & qui fasse une révolution, pendant que la machine en fait n, la raison trouvée $\frac{Dh}{R} : \frac{3}{2}\sqrt{2gh}$ doit être $= k : nb$, d'où l'on voit que $\frac{3}{2}Rk\sqrt{2gh} = nDbh = \frac{3}{2}nDch$;

ou

ou $Rk = \frac{nDch}{\sqrt{2gh}} = \frac{1}{2} nceeh$. Ou bien, posant le tems d'une révolution de la machine $= \tau$ secondes, à cause de, $\frac{c}{\sqrt{2gh}} = \frac{\tau}{2\pi}$, on aura $\frac{n\tau}{2\pi} Dh = Rk$, & partant $\frac{k}{n} = \frac{\tau Dh}{2\pi R}$; & de là on tirera aisément les plus commodes valeurs pour k & n, d'où l'on réglera ensuite l'application de la machine à la résistance proposée. Souvent, comme dans les moulins, on ne connoit que le moment de la résistance, qui est exprimé ici par Rk: donc si Rk est le moment de la résistance d'une meule, on aura d'abord le nombre $n = \frac{2\pi Rk}{\tau Dh}$, qui marque combien de fois on doit faire tourner la machine, pendant que la meule fait un tour.

DE LA

VARIATION

DE LA LATITUDE DES ÉTOILES FIXES

ET DE L'OBLIQUITÉ DE L'ÉCLIPTIQUE.

PAR M. EULER.

I.

Ce ſont deux queſtions de la derniere importance dans l'Aſtronomie, que je me propoſe d'éclaircir dans ce Mémoire, & de mettre dans un tel jour, qu'il n'y reſte plus le moindre doute. On ſait que les Aſtronomes ont été fort partagés ſur ces deux queſtions; les uns ayant nié abſolument, que la latitude des étoiles fixes, & l'obliquité de l'écliptique, fuſſent aſſujetties à aucun changement, pendant que d'autres ſe ſont declarés pour le ſentiment contraire. Les uns & les autres ont cru avoir les obſervations de leur côté; & quand ils ne les ont pas trouvées aſſés d'accord avec leur ſyſtème, ils en ont attribué la cauſe au défaut de préciſion des anciennes obſervations. Et en effet, ſi les anciennes obſervations étoient auſſi exactes que les modernes, il ne ſauroit y avoir le moindre doute ſur ces deux queſtions; l'intervalle de plus de deux mille ans, dont on pourroit comparer les obſervations, ſeroit plus que ſuffiſant pour décider l'une & l'autre. Mais, puisque les anciennes obſervations ſont fort défectueuſes, & que leurs erreurs montent ordinairement à pluſieurs minutes, il eſt évident qu'on ne ſauroit s'en ſervir pour décider des queſtions, où il ne s'agit que de quelques minutes de changement dans l'eſpace de pluſieurs ſiècles: or c'eſt préciſément le cas, où nous nous trouvons à l'égard des deux queſtions propoſées.

II.

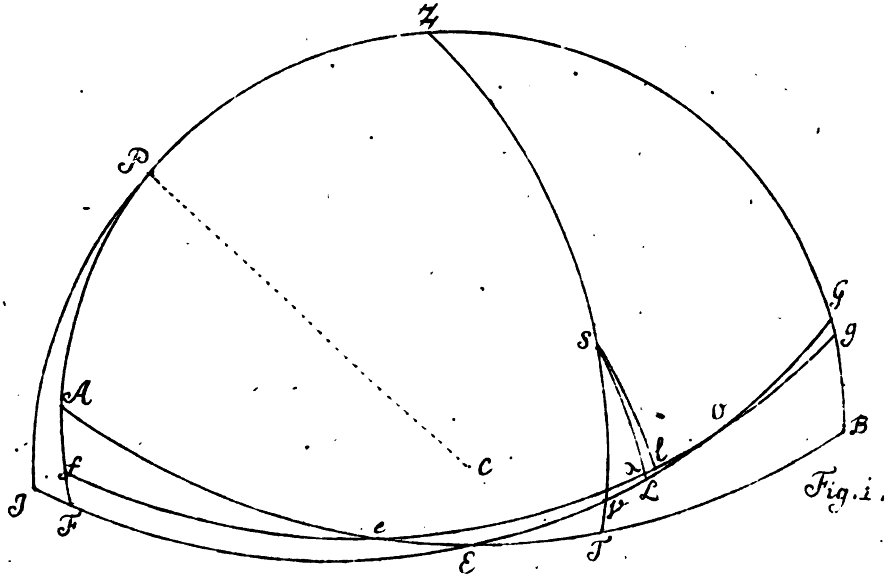


Fig. 1.

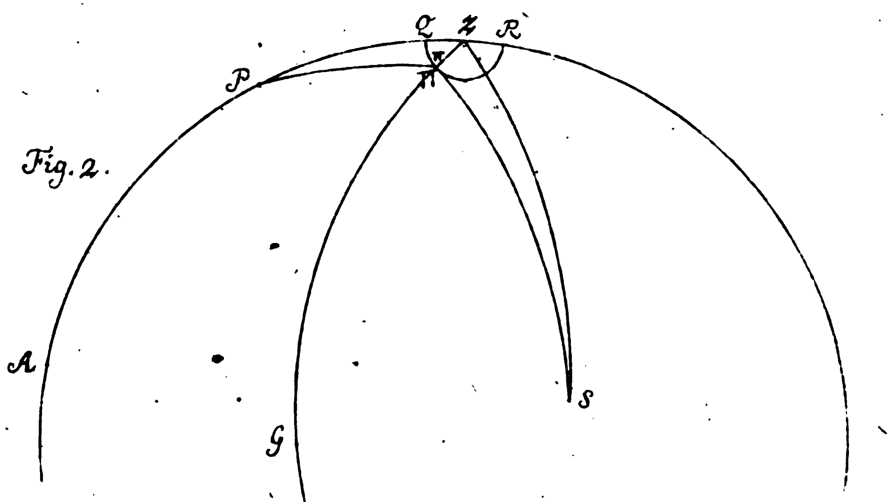


Fig. 2.

II. M. le *Monnier*, dans la Préface de ses Institutions d'Astronomie, a examiné fort soigneusement ces deux questions ; & après avoir bien dévelopé les raisons, qu'on allégue de part & d'autre, il conclud qu'on n'en sauroit tirer aucune preuve convainquante, ni pour la diminution de l'obliquité de l'écliptique, ni pour quelque changement dans la latitude des étoiles fixes. Il s'oppose fort vigoureusement au sentiment de M. le Chevalier *de Louville*, qui avoit soutenu, que l'obliquité de l'écliptique diminuoit d'une minute pendant le cours de chaque siècle, & il remarque très judicieusement, que quand même une telle diminution auroit lieu, elle ne sauroit être si considérable. Pour la latitude des étoiles fixes, il tombe bien d'accord que celle de quelques unes a fort changé ; & il remarque que la latitude d'*Arcturus* avoit diminué de plus de 2 minutes dans l'espace de 50 ans. Or, en cas que ce changement fut fondé, il faudroit sans doute l'attribuer à quelque mouvement tout particulier de cette étoile, puisqu'il ne se trouve pas en d'autres, dont la position est à peu près la même. Il trouve aussi une augmentation d'une minute dans la latitude de *Fomalhaut* pendant l'espace de 50 ans, laquelle devroit également être l'effet de quelque mouvement particulier, en cas qu'elle fût bien constatée. Aussi ne regardé-je point tels changemens réels, s'il y en a, dans mes recherches ; mais j'envisage plutôt les étoiles fixes comme dans un repos parfait par rapport à l'espace absolu, & je n'ai égard qu'aux changemens apparens, qui sont causés par quelque variation dans la position du plan de l'écliptique. Or il est évident que si un tel changement a lieu, il en doit résulter un, tant dans l'obliquité de l'écliptique, que dans la latitude des étoiles fixes.

III. Cependant il est très certain, que les anciens Astronomes ont trouvé l'obliquité de l'écliptique plus grande, qu'on ne la trouve aujourdhui, & que plus nous remontons dans l'antiquité, nous y rencontrons aussi une plus grande augmentation. *Pytheas* 300 ans avant J. C. la fait de 23°, $52'\frac{1}{2}$. *Hipparque* environ 150 ans avant J. C. de 23°, $51'\frac{1}{3}$, à laquelle *Ptolemée* s'arrête aussi. 750 ans après J. C.

J. C. *Albategnius* la détermina de 23°, 35′, & cette même quantité fut reconnuë à peu près par les Arabes du 9me Siècle. Or l'an 901. *Thebit* l'avoit déterminée de 23°, 33′½; & *Mahmud* A. 992. de 23°, 32′⅓. Ensuite *Ulugh Beigh* la trouva de 23°, 30′⅓ vers le milieu du 15me Siècle. Enfin on sait que *Tycho*, & d'autres Astronomes du 16me Siècle, l'ont établie de 23°, 31′, & ensuite de 23°, 30′, & que ce n'est qu'au siècle passé, qu'on la réduisit à 23°, 29′, & à présent même à 23°, 28′, 30″. Cependant il faut avoüer que *Copernic* l'avoit déjà presque trouvée comme aujourdhui, mais il faut aussi convenir, qu'une erreur de deux minutes lui auroit bien pu échaper, ce qui paroit au moins plus probable que d'accuser les plus anciennes d'une de 20 minutes. Au reste, quoiqu'on ne puisse compter à quelques minutes près sur les observations des anciens, & qu'on n'en sauroit conclure la véritable diminution, en cas qu'il y en eut une; il semble pourtant très certain, que l'obliquité de l'écliptique ait été autrefois considérablement plus grande, qu'elle n'est aujourdhui. Car il n'est pas probable, que tous auroient commis des erreurs dans le même sens, & la diminution successive fournit une nouvelle preuve pour ce sentiment, quelque grossières qu'ayent été les premières observations. Or il faut bien distinguer ce changement, que les observations anciennes semblent indiquer dans l'obliquité de l'écliptique, de la variation périodique, qu'on a découverte depuis peu, & qui vient de la nutation de l'axe de la terre; celle-cy étant fort petite, & achevant ses périodes avec les nœuds de la Lune. Ainsi indépendamment de cette variation on demande, si l'obliquité moyenne de l'écliptique a été de tout tems la même, ou si elle a diminué jusqu'à present?

IV. Quoiqu'il me semble, que les observations rapportées prouvent suffisamment la diminution, je conviens aisément qu'on ne sauroit s'en servir pour déterminer la véritable quantité de cette diminution. Si l'on compare l'obliquité de *Pytheas* de 23°, 52′½, avec celle d'aujourdhui, on trouve pour l'intervalle 20½ siècles une diminution de 24′, ce qui donneroit pour un siècle 1′, 2″. Or les détermina-

tions

tions de *Thebit* & *Mahmud* donnent 34″ de diminution pour un siècle ; mais celles des Arabes du neuvième siècle donnent 47″ : d'où l'on doit vraisemblablement conclure, que *Pytheas* s'est trompé de plusieurs minutes en excès, & *Thebit* avec *Mahmud* de quelques unes en défaut. Car en vouloir conclure, qu'il n'y a point eu du tout de changement dans l'obliquité de l'écliptique, cela seroit sans doute trop hardy, & ne sauroit être soutenu, à moins qu'on ne fût en état de faire voir incontestablement par la Théorie, qu'un tel changement est tout à fait impossible. Or c'est apparement ce, sur quoy se fondent ceux qui nient absolument un tel changement dans l'obliquité de l'écliptique : & depuis qu'on a découvert la variation périodique, ou la nutation de l'axe de la terre fondée sur la Théorie du grand *Newton*, il semble qu'on a raison de rejetter cet autre changement, attendu que personne n'a encore montré, comment un tel changement pourroit être produit conformément à cette Théorie. Comme le changement de la latitude des étoiles fixes est si intimément lié avec celui de l'obliquité de l'écliptique, M. le *Monnier* nie absolument, que l'action des planetes pourroit produire un tel effet sur la terre, & ce même sentiment paroit assés général, que suivant la Théorie de *Newton* la situation du plan de l'écliptique ne sauroit être sensiblement altérée.

V. Or, quand on regarde la chose d'un autre point de vuë, & qu'on réfléchit que les plans des orbites des planetes ne sont pas fixes, mais mobiles, conformément à cette rétrogradation lente, qui convient à leurs nœuds, on changera bientôt de sentiment. Car, puisque les nœuds de l'orbite de Mars, par exemple, reculent tous les ans de 12″ par rapport aux étoiles fixes, cette orbite sera sans doute assujettie à quelque variation, & partant les habitans de Mars remarqueront avec le tems quelque changement dans la latitude des étoiles fixes. Un semblable phènomene sera aussi apperçu par les habitans des autres planetes, entant que leurs orbites sont mobiles, comme on en est aujourdhui bien assuré par les observations. Donc, si par rapport aux habitans de toutes les autres planetes la latitude des étoiles fixes est variable, avec quelle rai-

 son

ſon pourroit-on ſoutenir que ceux de la terre ſeroient exemts d'un pareil événement ? Or le mouvement des nœuds des planetes eſt non ſeulement ſuffiſamment conſtaté par les obſervations ; mais il n'y a aucun doute, qu'il ne ſoit parfaitement conforme à la Théorie de *Newton*; depuis qu'on eſt aſſeuré, que le mouvement obſervé des nœuds de la Lune répond exactement à la même Théorie. Enſuite les dérangemens, qu'on obſerve dans le mouvement de Saturne, nous convainquent inconteſtablement, qu'outre la force qui pouſſe les planetes principales vers le Soleil, il y en a encore, dont les planetes ſont pouſſées les unes vers les autres, & que ces forces ſuivent également la raiſon renverſée des quarrés des diſtances. D'où l'on peut tirer cette concluſion générale, que chaque planete, & partant auſſi la terre, eſt attirée non ſeulement vers le Soleil, mais auſſi vers chacune des autres planetes : & de là il s'enſuit, qu'entant que les planetes ne ſe trouvent pas dans le même plan, les plans de leurs orbites en doivent néceſſairement ſouffrir quelque variation.

VI. Tout revient donc à examiner l'effet, que l'action des autres planetes eſt capable de produire dans la poſition du plan de l'orbite de la terre ; & il eſt évident que de cet effet doit réſulter une altération, tant dans la latitude apparente des étoiles fixes, que dans l'obliquité de l'écliptique. C'eſt donc le problème propoſé par l'Académie Royale des Sciences de Paris pour l'année prochaine, qui nous doit fournir les éclairciſſemens néceſſaires ſur les deux queſtions propoſées: or, puisque le même problème s'étend auſſi aux autres inégalités, qui y ſont cauſées dans ſon mouvement, & dans le lieu de ſon aphélie, je me bornerai ici uniquement à indiquer les changemens, que l'action des planetes doit produire dans la poſition du plan de l'orbite de la terre. De là il arrive, que ſi l'on rapporte l'orbite de la terre à celle d'une autre planete, leur interſection mutuelle, ou la ligne des nœuds, en acquiert un petit mouvement en arrière, ſemblable à celui qu'on remarque dans les nœuds de la Lune ; & à la rigueur l'inclinaiſon même, tout comme celle de la Lune, ſera aſſujettie à quelques changemens:

mais

mais ceux-cy étant absolument imperceptibles, & se remettant parfaitement après chaque période, il n'en sauroit résulter aucun phènomene sensible. De sorte qu'on peut hardiment supposer, que l'inclinaison de l'orbite de la terre à celle de chaque autre planete demeure inaltérable, & qu'il n'y arrive d'autre changement, que dans le lieu de leur intersection*, qui ne devient sensible qu'après plusieurs années. Or, quoique les plans des orbites des autres planetes soient également variables, on les peut néanmoins regarder comme fixes, du moins pour le tems de plusieurs années, & même de quelques siècles, au bout desquels on pourra de nouveau tenir compte de la vraye position mutuelle, qui aura alors lieu.

VII. Puisque l'action de chaque planete sur la terre est extrêmement petite, on peut déterminer séparément l'effet de chacune, vu que celui de l'une ne sauroit être troublé par les autres. Et quoique l'orbite de chaque planete ne soit pas immobile, il sera permis dans cette recherche de la regarder comme telle. Rapportons donc tout à la Sphère du monde, dont le centre soit C, qu'on peut supposer au milieù du Soleil, & que le grand cercle AEB représente le plan de l'orbite d'une planete, dont on recherche l'action sur l'orbite de la terre, qui soit représentée par le grand cercle FEG, qui coupe l'autre en E, qu'on peut nommer le nœud ascendant de l'orbite de la terre sur celle de la planete, supposé que les lettres F, E, G, se suivent selon l'ordre des signes celestes; & l'angle BEG marquera l'inclinaison mutuelle des deux orbites. Maintenant concevons, que le cercle AEB demeurant immobile, l'autre FEG glisse insensiblement en arrière en conservant toujours la même inclinaison, de sorte qu'après quelque tems il parvienne dans la situation *feg*, le nœud E étant reculé cependant par l'espace E*e*. Cela posé, il est clair que la latitude de la plupart des étoiles fixes, que je suppose conserver toujours la même situation par rapport au cercle AEB, sera changée par le transport de l'écliptique FEG en *feg*. Or, pour déterminer ce changement, on n'a qu'à tirer d'une étoile quelconque S perpendiculairement sur Fig. 1.

 les

les deux positions de l'écliptique FEG & feg les arcs de grands cercles SL & Sl. Car, puisque ces arcs mesurent la latitude de l'étoile S pour les deux positions proposées de l'écliptique, leur différence donnera le changement, qui sera arrivé dans la latitude de l'étoile S, pendant que l'écliptique aura passé de la position FEG en feg. Pour faire cette recherche il faut tirer par l'étoile S un grand cercle ZST perpendiculaire sur l'orbite de la planete, dont la portion ST représentera la latitude de cette étoile par rapport à l'orbite de la planete, que je considére comme constante, de même que sa longitude à ce même égard, qu'on peut indiquer par l'arc AT, prenant pour A un point fixe à volonté.

VIII. Cherchons donc pour le tems, où le nœud de la terre a été en E la latitude d'une étoile quelconque donnée S. Pour cet effet posons

$$\text{l'arc } AT = t\,; \quad \text{l'arc } TS = s,$$

ensuite l'arc AE $= z$, & l'angle BEG $= \alpha$, qui est constant. De là ayant d'abord dans le triangle ETV rectangle en T le côté ET $= t - z$, avec l'angle TEV $= \alpha$, on en tirera :

$$\tang EV = \frac{\tang(t-z)}{\cos\alpha}\,; \quad \tang TV = \tang\alpha \sin(t-z),$$

$$\& \qquad \cos EVT = \sin\alpha\cos(t-z).$$

Soit maintenant pour abréger TV $= v$, & EVT $= \omega$, de sorte que

$$\tang v = \tang\alpha\sin(t-z)\,; \quad \cos\omega = \sin\alpha\cos(t-z), \quad \text{\& partant}$$

$$\sin v = \frac{\sin\alpha\sin(t-z)}{\sqrt{[1-\sin\alpha^2\cos(t-z)^2]}}\,; \quad \cos v = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{[1-\sin\alpha^2\cos(t-z)^2]}}$$

$$\sin\omega = \sqrt{[1-\sin\alpha^2\cos(t-z)^2]}\,; \quad \text{tg}\,\omega = \frac{\sqrt{[1-\sin\alpha^2\cos(t-z)^2]}}{\sin\alpha\cos(t-z)}$$

Ensuite on connoit dans le triangle VSL rectangle en L le côté

$$SV = s - v\,, \quad \text{avec l'angle} \quad SVL = \omega,$$

d'où

d'où l'on trouve :

$$\sin SL = \sin\omega \sin(s-v) = \sin\omega(\sin s \cos v - \cos s \sin v)$$

$$\cot VSL = \tang\omega \cos(s-v) = \tang\omega(\cos s \cos v + \sin s \sin v)$$

$$\tang VL = \cos\omega \tang(s-v) = \cos\omega . \frac{\tang s - \tang v}{1 + \tang s \tang v}.$$

Donc, si nous remettons pour v & ω les valeurs indiquées, nous trouverons:

$$\sin SL = \cos\alpha \sin s - \sin\alpha \cos s \sin(t-z)$$

$$\cot VSL = \frac{\cos\alpha \cos s}{\sin\alpha \cos(t-z)} + \sin s \tang(t-z)$$

$$\tang VL = \sin\alpha \cos(t-z) . \frac{\tang s - \tang\alpha \sin(t-z)}{1 + \tang\alpha \tang s \sin(t-z)}.$$

Ayant trouvé l'arc VL on n'a qu'à y ajouter celle de l'arc EV pour avoir l'arc EL qui marque la longitude de l'étoile S comptée depuis le nœud E: or l'arc SL exprime sa latitude, tant que le nœud est en E, d'où l'on peut juger combien elle varie par le mouvement du nœud.

IX. Pour se former une idée plus claire du changement, auquel la latitude des étoiles est assujettie, on n'a qu'à considérer une période entiere, où l'écliptique aura achevé une révolution sur l'orbite de la planete, après laquelle le nœud E sera rétabli au même endroit. Pendant cet intervalle de tems, qui comprend plusieurs milliers d'années, la latitude de la même étoile S aura été une fois la plus petite: & puisque nous venons de trouver $\sin SL = \cos\alpha \sin s - \sin\alpha \cos s \sin(t-z)$, il est évident, que la latitude SL sera la plus petite, lorsque l'angle $t-z$, ou l'arc ET, devient de 90°, car alors la latitude de l'étoile S sera $= s - \alpha$. Or une demi-révolution après, lorsque l'arc $ET = t - z$ sera de 270°, la latitude deviendra $= s + \alpha$, & partant le changement entier, depuis la plus petite jusqu'à la plus grande latitude, sera $= 2\alpha$, c'est à dire au double de l'angle BEG, qui mesure l'inclinaison de l'écliptique à l'orbite de la planete. Cependant

cette

cette conclusion ne sauroit être assés juste, à cause que j'ai supposé immobile le plan de l'orbite de la planete; car celui-cy étant pareillement assujetti à l'action des autres planetes, souffrira avec le tems un changement assés considérable. Donc notre détermination ne sauroit avoir lieu que pour un tems, pendant lequel le mouvement du nœud E ne recule pas par un espace trop considérable; or, puisque ce mouvement est extrèmement lent, on pourra employer nos formules pendant un assés long tems, & même de plusieurs siècles, comme on verra par la suite. Mais, si l'on vouloit remonter à des epoques plus reculées, on n'auroit qu'à rectifier les élémens du calcul pour ce tems là, & établir de nouveau conformément à la vérité la position tant du plan de l'orbite de la planete que de l'écliptique avec leur inclinaison mutuelle, de laquelle on pourra se servir de nouveau pendant le cours de plusieurs siècles. Et par ce moyen on pourra toujours être assuré de la justesse des conclusions, qu'on tirera de notre calcul, pourvu que les élémens soient justes pour un tems, qui n'en soit pas *éloigné* d'un trop grand nombre de siècles.

X. Or pour l'usage de l'Astronomie ces bornes sont assés étenduës, & on peut se contenter quand on est en état de déterminer les changemens, qui doivent se trouver dans la latitude des étoiles pendant le cours de quelques siècles. Supposons que pendant un siècle le nœud E recule par l'espace $Ee = \epsilon$, & voyons de combien la latitude de chaque étoile en doit être changée; car ayant trouvé ce changement on comprend aisément, que celui qui répond à deux ou plusieurs siècles sera deux ou autant de fois plus grand, pourvu que le nombre des siècles ne soit pas trop grand. Dans cette recherche on pourra regarder l'espace ϵ comme un infiniment petit, & puisque l'arc $AE = z$, diminuë de ϵ pendant un siècle, on pourra supposer $dz = -\epsilon$. Donc la latitude de l'étoile S étant à present $= SL$, elle sera après un siècle $= Sl$, de sorte que:

$$\sin Sl - \sin SL = -\epsilon \sin \alpha \cos s \cos (t-z).$$

Soit

Soit la latitude $SL = l$, & celle après un siecle $Sl = l + dl$, & on aura : $dl \cos l = - \varepsilon \sin \alpha \cos s \cos (t - z)$.

Or, ayant $\sin l = \cos \alpha \sin s - \sin \alpha \cos s \sin (t - z)$, il faut remarquer que l'angle α est toujours très petit, en sorte qu'on puisse supposer $\cos \alpha = 1$, & $\sin \alpha = 0$, d'où l'on obtient $\sin l = \sin s$, & $\cos l = \cos s$. Par conséquent l'accroissement seculaire de la latitude sera assés à peu près : $dl = - \varepsilon \sin \alpha \cos (t - z)$.

Cette formule a lieu pour les étoiles, dont la latitude est boreale; or pour les méridionales il faut changer le signe. Ou bien on pourra ainsi énoncer cette conclusion, que la distance des étoiles fixes au pole boreal de l'ecliptique est augmentée pendant un siecle de la particule $= \varepsilon \sin \alpha \cos (t - z)$.

XI. La variation donc, causée dans la latitude des étoiles fixes par l'action d'une planete, dépend de trois élémens : 1° du mouvement de nœuds de l'écliptique sur l'orbite de la planete, que je suppose ici $= \varepsilon$ pendant un siecle en arrière; 2°. de l'inclinaison de l'écliptique à l'orbite de la planete, que je pose ici $= \alpha$, où il faut remarquer que cet angle est fort petit; 3°. de l'angle ou l'arc $t - z$, au lieu duquel on peut prendre l'arc EL, qui exprime la longitude de l'étoile S comptée depuis le nœud ascendant E de l'ecliptique sur l'orbite de la planete. Car, outre que la différence entre les arcs ET & EL est fort petite, ce que j'ai déjà négligé dans le calcul, ayant pris $\sin \alpha = 0$ & $\cos \alpha = 1$, change précisément l'arc ET en EL. Pour nous en assurer, on n'a qu'à considérer le point O, où la situation présente de l'ecliptique est coupée par celle, eO, qu'elle aura après un siecle : & puisque nous avons dans le triangle sphèrique EOe l'angle $BEO = \alpha$, l'angle $EeO = \alpha$, & le coté $Ee = \varepsilon$, nous en tirerons :

$$\cos EOe = \cos \varepsilon \sin \alpha^2 + \cos \alpha^2 = 1 - \sin \alpha^2 (1 - \cos \varepsilon)$$

Or l'angle EOe étant extrèmement petit, son cosinus sera $= \sqrt{(1 - \sin EOe^2)} = 1 - \frac{1}{2} \sin EOe^2$, donc $\sin EOe^2 = 2 \sin \alpha^2 (1 - \cos \varepsilon)$ $= \varepsilon\varepsilon \sin \alpha^2$ à cause de $\cos \varepsilon = 1 - \frac{1}{2} \varepsilon\varepsilon$, puisque l'arc ε est supposé

posé aussi fort petit. De là nous aurons $\sin EOe = \varepsilon \sin \alpha$, & partant : $\sin EOe : \sin Ee = \sin \alpha : \sin EO$ ou $\sin EO = 1$. de sorte que l'arc EO est de 90°. Donc, si nous nommons la longitude de l'étoile depuis le nœud E ou l'arc $EL = L$, nous aurons $OL = 90° - L$, & dans le triangle $LO\lambda$ la particule $L\lambda = \sin EOe. \sin OL = \varepsilon \sin \alpha \cos L$, laquelle exprime la diminution seculaire de la latitude. Cette diminution est donc proportionnelle au cosinus de la longitude $EL = L$ comptée depuis le nœud E suivant l'ordre des signes ; elle sera donc la plus grande lorsque $L = 0$, où elle devient $= \varepsilon \sin \alpha$; elle évanouïra lorsque $L = 90°$, ensuite elle sera négative, si L surpasse 90°, jusqu'à $L = 270°$, entre lesquels termes elle deviendra encore la plus grande négative, lorsque $L = 180°$: or depuis 270°, où elle évanouït encore, elle redevient positive.

XII. Si nous concevons une étoile dans le pole de l'équateur, sa latitude sera assujettie à une semblable variation ; ou bien la distance de ce pole à l'écliptique sera variable, & partant aussi son complément, qui est égal à l'obliquité de l'écliptique. Donc, pour trouver le changement seculaire de l'obliquité de l'écliptique, on n'a qu'à chercher la longitude du pole de l'équateur comptée depuis le nœud ascendant E de l'écliptique sur l'orbite de la planete. Or ce nœud ascendant est le même que le nœud descendant de l'orbite de la planete sur l'écliptique, & la longitude du pole de l'équateur tombe dans le solstice d'été, au commencement du signe ♋. Qu'on soutraye donc la longitude du nœud descendant de l'orbite de la planete, qu'on trouve marquée dans les tables Astronomiques, de 3ˢ, 0°, 0′ ; & nommant l'arc restant $= L$, la distance du pole à l'écliptique diminuera pendant l'espace d'un siecle de la quantité $\varepsilon \sin \alpha \cos L$, ou bien l'obliquité de l'écliptique sera augmentée de la même quantité. Par ce moyen on trouvera la variation de l'obliquité de l'écliptique pour un siecle assez exactement ; mais, si l'on veut passer à plusieurs siecles à cause de la précession des équinoxes, il sera bon de chercher pour chaque siecle la longitude du nœud descendant de l'orbite de la planete par les tables, & de la sou-

trai-

traire de 3^s, 0°, $0'$, pour avoir l'arc L. Cette précaution n'eſt pas néceſſaire par rapport à la latitude des étoiles fixes; car, puiſque le mouvement des nœuds eſt fort lent par rapport aux étoiles fixes, ſi l'on ſoutrait la longitude du nœud E de la longitude de quelque étoile, la différence ne variera pas ſenſiblement pour pluſieurs ſiecles: & on verra bientôt par l'application de notre calcul, qu'une erreur de 10° dans cette différence n'eſt d'aucune conſéquence, ou qu'elle produit à peine une ſeconde de variation dans l'eſpace de 100 ans.

XIII. L'action d'une planete influe donc ſur la latitude des étoiles fixes, & ſur l'obliquité de l'écliptique, entant qu'elle fait reculer les nœuds de l'ecliptique ſur le plan de ſon orbite, l'angle de l'inclinaiſon demeurant le même. Un tel effet ſera produit par l'action de chaque planete, & pour le trouver il faut déterminer les élémens ſuivans:

1. *La longitude du nœud deſcendant de l'orbite de la planete ſur l'écliptique, que les Tables aſtronomiques marquent pour tous les tems donnés: & laquelle eſt la même, que la longitude du nœud aſcendant de l'ecliptique ſur l'orbite de la planete. Soit donc cette longitude* $= \Omega$.
2. *L'inclinaiſon de l'orbite de la planete à l'écliptique, qu'on trouve auſſi indiquée dans les tables Aſtronomiques. Soit donc cette inclinaiſon* $= \alpha$.
3. *L'eſpace, par lequel les nœuds de l'écliptique reculent ſur le plan de l'orbite de la planete dans un tems donné, par exemple, dans un ſiècle. Soit cet eſpace* $= \epsilon$, *qu'il faut déterminer par la Théorie.*

Après avoir déterminé ces trois élémens pour chaque planete, on en trouvera les changemens ſéculaires, tant de l'obliquité de l'ecliptique, que de la latitude de chaque étoile fixe, à l'aide des régles ſuivantes:

I. Régle pour trouver le changement ſéculaire dans l'obliquité de l'écliptique.

On n'a qu'à calculer la valeur de cette formule $\varepsilon \sin \alpha \cos(90^\circ - ☊) = \varepsilon \sin \alpha \sin ☊$, qui marquera l'augmentation de l'obliquité de l'écliptique pendant le cours d'un ſiecle, ſi elle eſt poſitive, & ſa diminution, ſi elle eſt negative

II. Régle pour trouver le changement ſéculaire dans la latitude des étoiles fixes.

Soit λ la longitude de l'étoile propoſée, & la valeur de cette formule $\varepsilon \sin \alpha \cos(\lambda - ☊)$ marquera l'accroiſſement de la diſtance de l'étoile propoſée au pole boreal de l'écliptique pendant le cours d'un ſiecle. La latitude ſera donc diminuée de la même quantité, ſi elle eſt boreale; mais, ſi la latitude eſt méridionale, la même formule donnera ſon augmentation pendant un ſiecle.

XIV. J'ai déjà remarqué, que l'angle $\lambda - ☊$ ne change pas ſenſiblement pendant l'eſpace de pluſieurs ſiecles; car la préceſſion des équinoxes affecte également les deux angles λ & ☊, & le changement de leur différence $\lambda - ☊$ ne provient que du mouvement régreſſif du nœud ☊ par rapport aux étoiles fixes, qui pendant un ſiecle ne ſurpaſſe jamais 10′. Par cette raiſon le changement trouvé pour un ſiecle aura lieu pour pluſieurs autres ſiecles tant précedens que ſuivans. Mais il n'en eſt pas de même de l'obliquité de l'écliptique, dont le changement dépend de l'arc ☊, qui à cauſe de la préceſſion des équinoxes croit tous les ans de 50″, & dans un ſiecle de 1°, 23′, de ſorte qu'en retranchant la régreſſion qui lui eſt propre, il en reſte encore plus que 1°, 23′, d'où après pluſieurs ſiecles peut réſulter un changement aſſés conſidérable. Dans cette recherche il faudra donc, au moins après quelques ſiecles, déterminer de nouveau par la même régle le changement ſeculaire de l'obliquité de l'ecliptique, ce qui n'eſt pas ſi néceſſaire pour la latitude des étoiles fixes. Cependant, ayant ſuppoſé ici, que l'inclinaiſon de l'écliptique à l'orbite de chaque planete demeure toujours la même, ce qui ſeroit bien vray, s'il n'y avoit qu'une planete, qui agi[illegible] la terre; il faut remarquer, que puiſque toutes les plane[illegible]nes ſur les autres, & que le plan de l'orbite de

cha-

chacune est altéré à l'égard des plans des orbites de toutes les autres, leurs inclinaisons mutuelles en seront nécessairement changées. D'où il s'ensuit qu'avant plusieurs siecles l'inclinaison de l'orbite de chaque planete à l'écliptique peut avoir été bien différente de celle qu'on observe aujourdhui ; ce qui doit produire pour ces tems-là un changement assés différent dans la variation seculaire de l'obliquité de l'écliptique & de la latitude des étoiles : or cet article demande des recherches trop profondes de la Théorie, qui meritent un attachement tout particulier.

XV. Or il s'ensuit de là encore une autre inégalité dans la longitude des étoiles fixes, dont il ne paroit pas, que les Astronomes se soient apperçus. On croit communément que la longitude des étoiles n'est assujettie à aucune autre variation, qu'à celle qui provient de la précession des équinoxes, laquelle affectant egalement toutes les étoiles, les différences entre leurs longitudes devroient être invariables. Mais le changement du plan de l'écliptique, que je viens d'expliquer, doit nécessairement causer un changement dans la différence des longitudes des étoiles, lequel après un assés longtems peut devenir assés considerable. Pour comprendre cela plus distinctement, on n'a qu'à considérer, que le pole de l'écliptique Π décrit actuellement dans le Ciel un petit cercle $Q\Pi R$ autour du pole Z de l'orbite de la planete, dont nous examinons l'action sur la terre, & que le rayon de ce petit cercle est égal au sinus de l'inclinaison de l'écliptique à l'orbite de cette planete, ou bien à $\sin \alpha$, l'arc $Z\Pi$ étant $= \alpha$. Le pole de l'écliptique Π reculera donc pendant le cours de chaque siecle sur ce petit cercle par un arc $\Pi\pi = \varepsilon$, & pendant un tems suffisant il achevera une révolution entiere, ce qui doit arriver dans l'espace de $\frac{360^\circ}{\varepsilon}$ siecles. Concevons maintenant deux étoiles fixes, l'une située en Z, ou dans un autre point quelconque de l'arc QR, & l'autre en P ; & il est clair, que lorsque le pole de l'écliptique fut en R, la longitude de ces deux étoiles aura été la même. Mais, quand le pole de l'éclip- Fig. 3.

 tique

tique aura été transporté en Q après $\frac{180^\circ}{\varepsilon}$ siecles, alors ces deux étoiles se trouveront éloignées en longitude de 180°, & pendant ce tems la différence entre leurs longitudes aura subi tous les changemens possibles entre 0° & 180°. Pour les étoiles situées hors le petit cercle QΠR, leur différence en longitude ne sauroit varier tant, mais elle sera toujours variable. Qu'on conçoive deux étoiles en P & A, situées dans le même grand cercle, qui passe par Z, & il est évident que, lorsque le pole de l'écliptique est en R ou Q, leur longitude sera la même; mais, quand ce pole se trouve en Π, la différence entre leur longitude sera exprimée par l'angle PΠA, dont la variabilité peut devenir assés considerable.

XVI. Il sera donc important de voir, à quel point peut monter cette différence de longitude pour deux étoiles quelconques. Pour cet effet je regarde le pole Z de l'orbite de la planete comme fixe, & soient proposées deux étoiles P & S, dont les distances au point Z soient: $ZP = f$; $ZS = g$; & l'angle $PZS = k$, qui sont des quantités invariables. Soit ensuite l'angle variable $QZ\Pi = z$, qui diminue pendant chaque siecle de ε, & la distance constante $Z\Pi = \alpha$. Cela posé, le triangle sphérique $Z\Pi P$, à cause des données: $ZP = f$; $Z\Pi = \alpha$; & $PZ\Pi = z$

fournit $\tang Z\Pi P = \frac{\sin z \tang f}{\sin \alpha - \cos \alpha \cos z \tang f}$,

& le triangle sphérique $Z\Pi S$, à cause des données:

$$ZS = g; \quad Z\Pi = \alpha; \quad \& \quad SZ\Pi = k - z$$

fournit $\tang Z\Pi S = \frac{\sin(k - z) \tang g}{\sin \alpha - \cos \alpha \cos(k - z) \tang g}$.

D'où l'on tire pour la différence en longitude de ces deux étoiles:

tang

$$\text{tang PΠS} = \frac{\cos\alpha \,\text{tang} f \sin k - \sin\alpha \,\text{tang} f \sin z - \sin\alpha \,\text{tang}\, g \sin(k-z)}{\sin\alpha^2 - \sin\alpha\cos\alpha\,\text{tang}\, g\,(k-z) + \cos\alpha^2\,\text{tang} f\,\text{tang}\, g\cos k - \sin\alpha\cos\alpha\,\text{tang} f\cos z - \sin\alpha^2\,\text{tg} f\,\text{tg}\, g\sin z\sin(k-z)}$$

laquelle change visiblement pendant une révolution du pole de l'écliptique autour du point fixe Z. Si l'on cherche les cas, où la différence en longitude devient, ou la plus grande, ou la plus petite, on parvient à cette équation :

$$\begin{aligned}
o = &+ \cos\alpha^2\,\text{tang} f\,\text{tang}\, g^2\cos z + \sin\alpha\cos\alpha\,\text{tang} f^2 \\
&- \cos\alpha^2\,\text{tang} f^2\,\text{tang}\, g\,\text{cs}(k-z) - \sin\alpha\cos\alpha\,\text{tang}\, g^2 \\
&+ \sin\alpha\cos\alpha\,\text{tg} f^2\,\text{tg}\, g^2\sin k\,\text{cs} z\sin(k-z) \\
&- \sin\alpha\cos\alpha\,\text{tg} f^2\,\text{tg}\, g^2\sin k\sin z\,\text{cs}(k-z) \\
&+ \sin\alpha^2\,\text{tang}\, g\cos(k-z) + \sin\alpha^2\,\text{tang} f^2\,\text{tg}\, g\sin z^2\cos(k-z) \\
&- \sin\alpha^2\,\text{tang} f\cos z - \sin\alpha^2\,\text{tang} f\,\text{tg}\, g^2\cos z\sin(k-z)^2
\end{aligned}$$

dont les racines z montrent les lieux Π du pole de l'écliptique, qui donnent la difference en longitude, ou la plus grande, ou la plus petite.

XVII. Mais la solution de cette équation étant trop embarrassante, il convient de recourir à des approximations, qu'on peut tirer de cette circonstance, que l'arc α est extrèmement petit. On pourra donc mettre $\cos\alpha = 1$, & négliger dans le dénominateur les termes affectés par $\sin\alpha^2$, d'où nous tirons :

$$\text{tang PΠS} = \frac{\text{tang} f\,\text{tang}\, g\sin k - \sin\alpha\,[\text{tang} f\sin z + \text{tang}\, g\sin(k-z)]}{\text{tang} f\,\text{tang}\, g\cos k - \sin\alpha\,[\text{tang} f\cos z + \text{tang}\, g\cos(k-z)]}$$

& partant encore très à peu près :

$$\text{tang PΠS} = \text{tang}\, k + \frac{\sin\alpha\,[\text{tang} f\sin(k-z) + \text{tang}\, g\sin z]}{\text{tang} f\,\text{tang}\, g\cos k^2}.$$

Cette

Cette différence en longitude étant renduë un *maximum*, ou *minimum*, donne :

$$\tang g \cos z = \tang f \cos(k-z) = \tang f(\cos k \cos z + \sin k \sin z),$$

d'où nous trouvons pour les lieux cherchés Π du pole de l'écliptique

$$\tang z = \frac{\tang g - \tang f \cos k}{\tang f \sin k}, \quad \& \quad \tang(k-z) = \frac{\tang f - \tang g \cos k}{\tang g \sin k}.$$

Or, comme il y a toujours deux angles, qui répondent à la même tangente, leur différence étant 180°, l'un sera pour le plus grand, & l'autre pour plus petit. Pour mieux connoitre cette distinction, substituons ces valeurs dans l'expression de tang PΠS, & puisque

$$\sin z = \frac{\tang g - \tang f \cos k}{\sqrt{(\tang f^2 + \tang g^2 - 2 \tang f \tang g \cos k)}};$$

$$\sin(k-z) = \frac{\tang f - \tang g \cos k}{\sqrt{(\tang f^2 + \tang g^2 - 2 \tang f \tang g \cos k)}};$$

nous aurons :

$$\tang P\Pi S = \operatorname{tg} k + \frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} f \operatorname{tg} g \cos k^2} \sqrt{(\tang f^2 + \operatorname{tg} g^2 - 2 \operatorname{tg} f \operatorname{tg} g \cos k)}$$

par conséquent :

$$P\Pi S = k + \frac{\alpha}{\tang f \tang g} \sqrt{(\tang f^2 + \tang g^2 - 2 \tang f \tang g \cos k)},$$

ou bien à cause de $\cos z = \frac{\tang f \sin k}{\sqrt{(\tang f^2 + \tang g^2 - 2 \tang f \tang g \cos k)}}$

$$P\Pi S = k + \frac{\alpha \sin k}{\tang g \cos z}.$$

Or des deux angles trouvés pour z, l'un a son cosinus positif, l'autre négatif ; donc celui-là donne l'angle PΠS le plus grand, & celui-cy le plus petit.

XVIII.

XVIII. En quelque position que le pole de l'ecliptique Π se trouve, on peut aussi exprimer l'angle PΠS, ou la différence en longitude des deux étoiles, en sorte

$$P\Pi S = k + \sin\alpha \left(\frac{\sin(k-z)}{\tang g} + \frac{\sin z}{\tang f}\right)$$

d'où l'on trouvera aisément, de combien la différence en longitude sera changée pendant le cours d'un siecle; car, puisque dans ce tems l'angle z diminuë de ε, la différence en longitude des deux étoiles proposées croitra dans un siecle de cette particule :

$$\varepsilon \sin\alpha \left(\frac{\cos(k-z)}{\tang g} - \frac{\cos z}{\tang f}\right)$$

où l'on peut prendre pour f & g les distances des étoiles au pole de l'ecliptique, pourvu qu'elles n'en soient pas fort proches. On voit de là d'abord que, lorsque les deux étoiles se trouvent près de l'ecliptique, le changement dans leur différence de longitude évanouït ; parce que les tangentes des distances f & g deviennent alors extrèmement grandes, de sorte que la différence entre leurs longitudes est constamment $P\Pi S = k$. Mais plus les étoiles approchent de l'un des poles de l'écliptique, plus aussi deviendra grand le changement dans la différence en longitude. Considérons un cas, qui semble fort remarquable: Soient les deux étoiles P & S dans le même grand cercle ZΠG, de part & d'autre également éloignées de l'écliptique, & posons leur latitude commune $= l$, qui sera boreale pour l'une, & méridionale pour l'autre. A présent donc la longitude de ces deux étoiles sera la même, mais après un siecle elles se trouveront différer en longitude, & à cause de $z = 0$, $k = 0$, & $\tang g = -\tang f = \cot l$, leur différence en longitude sera alors $= 2\varepsilon \sin\alpha \tang l$. Or on verra par la suite, que cette différence peut bien monter à quelques minutes, quoique les étoiles ne soient pas fort proches des poles de l'ecliptique : il pourra donc arriver, que deux étoiles, dont la longitude est à présent la même, ont différé assés considerablement en longitude avant quelques

 sie-

siecles, ce qui est sans doute un paradoxe très remarquable dans l'Astronomie.

XIX. L'expression, que nous venons de trouver pour le changement seculaire de la différence de longitude entre deux étoiles, qui est $= \varepsilon \sin \alpha \left(\frac{\cos(k-z)}{\operatorname{tang} g} - \frac{\cos z}{\operatorname{tang} f}\right)$, nous fait voir, que la premiere partie $\frac{\cos(k-z)}{\operatorname{tang} g}$ répond uniquement à l'étoile S, & l'autre $\frac{\cos z}{\operatorname{tang} f}$ à l'étoile P; & partant chacune prise séparément nous montre, combien la longitude de chaque étoile change pendant un siecle, outre le changement connu, causé par la précession des équinoxes & la nutation de l'axe de la terre. Car la longitude de l'étoile S croitra dans un siecle de la particule.

$$\varepsilon \sin \alpha . \frac{\cos(k-z)}{\operatorname{tang} g} = \varepsilon \sin \alpha . \frac{\cos \Pi Z S}{\operatorname{tang} Z S}$$

Pour ramener ces élémens à l'usage de l'Astronomie, soit comme auparavant la longitude du nœud descendant de l'orbite de la planete sur l'ecliptique $= \Omega$; & on sait que la longitude du cercle $Z \Pi G$ sera $= \Omega - 90°$: soit de plus la longitude de l'étoile $S = \lambda$, & on aura l'angle $G \Pi S = \lambda - \Omega + 90°$. Soit ensuite la distance de l'étoile S au pole boreal de l'ecliptique ou l'arc $\Pi S = p$: & ayant dans le triangle sphèrique $\Pi Z S$ les cotés $Z\Pi = \alpha$, & $\Pi S = p$ avec l'angle intercepté $Z \Pi S = 90° - \lambda + \Omega$, on trouve:

$$\cos Z S = \sin(\lambda - \Omega) \sin \alpha \sin p + \cos \alpha \cos p$$

&

$$\operatorname{tang} \Pi Z S = \frac{\cos(\lambda - \Omega)}{\sin\alpha - \sin(\lambda - \Omega)} \frac{\operatorname{tang} p}{\cos\alpha \operatorname{tang} p} = \frac{\cos(\lambda - \Omega) \sin p}{\sin\alpha \cos p - \cos\alpha \sin(\lambda - \Omega) \sin p}$$

d'où

d'où en supposant l'arc α extrêmement petit, on aura l'incrément en longitude de l'étoile S pour un siecle

$$= - \frac{e \sin \alpha . \sin (\lambda - \Omega)}{\text{tang } p}.$$

laquelle formule aura toujours lieu, pourvu que l'étoile ne soit pas trop proche du pole de l'écliptique. Donc, si l'on calcule pour chaque tems proposé la vraye longitude de chaque étoile, on verra aisément, de combien la différence en longitude entre deux étoiles quelconques sera changée.

XX. Voilà donc trois effets, que l'action de chaque planete produit dans les phènomenes celestes.

Le premier regarde l'obliquité de l'écliptique; & nous avons vû qu'elle en est augmentée pendant le cours d'un siecle de la particule $e \sin \alpha \sin \Omega$.

Le second affecte la latitude des étoiles; & nous avons vû que la distance d'une étoile fixe au pole boreal de l'écliptique en est augmentée pendant un siecle de la quantité $e \sin \alpha \cos (\lambda - \Omega)$.

Le troisième affecte la longitude des étoiles fixes, par lequel nous venons de voir, que la longitude d'une étoile fixe diminue pendant un siecle de la particule $e \sin \alpha . \frac{\sin(\lambda - \Omega)}{\text{tang } p}$; outre les changemens, que la précession des équinoxes & la nutation de l'axe de la terre y produisent.

On y peut ajouter le quatrième effet, qui consiste dans une irrégularité de la précession des équinoxes même. Car si nous considérons une étoile dans le pole boreal de l'équateur de la terre, sa longitude étant 90°, & sa distance au pole de l'écliptique égale à l'obliquité de l'écliptique, qui soit $= e$, la longitude de cette étoile sera diminuée pendant un siecle de la particule $e \sin \alpha . \frac{\cos \Omega}{\text{tang } e}$, & de la même quantité les points équinoctiaux seront transportés en arriere outre la précession ordinaire.

Pour

Pour l'intelligence de ces formules, il faut se souvenir que nous avons supposé,

La longitude du nœud descendant de la planete $= \Omega$.
L'inclinaison de son orbite à l'écliptique $= \alpha$.
La longitude d'une étoile proposée $= \lambda$.
Sa distance au pole boreal de l'écliptique $= p$.
La régression seculaire des nœuds de la planete $= \epsilon$.
(par rapport aux étoiles fixes)
L'obliquité de l'écliptique $= e$.

XXI. Après ces déterminations générales, recherchons plus soigneusement, quel doit être l'effet produit par l'action de chaque planete en particulier. Et d'abord il s'agit de définir l'espace ϵ par lequel le plan de l'écliptique recule dans un siecle sur l'orbite de chaque planete; or, comme cela dépend uniquement de la Théorie, & qu'il demande des calculs fort longs, je me contenterai d'en rapporter les résultats. Mais il faut observer ici, qu'on ne connoit que les forces absoluës des deux planetes de Saturne, & de Jupiter, par l'action qu'ils exercent sur leurs satellites; & que les forces des autres planetes nous sont absolument inconnues. Il est bien vray que dans le Système de *Newton*, on estime les forces absoluës des corps celestes par la quantité de leur matiere; mais, puisque celle-cy n'est pas proportionnelle à leur volume, on n'en peut rien conclure: il faudroit outre le volume connoitre la densité du corps de chaque planete. Or en considérant la densité de Saturne, de Jupiter, & de la Terre, comme *Newton* l'a établie, en comparant leur volume avec leur force absoluë, en supposant la parallaxe horizontale du Soleil de 10″, on s'apperçoit d'abord que la densité augmente en approchant du Soleil: & quand on compare ces densités connues avec les distances moyennes de ces planetes au Soleil, ou avec le tems de leurs révolutions, il semble qu'on en puisse conclure, que les densités suivent la raison sousdoublée des mouvemens moyens, qui répondent au même tems, ou bien la raison réciproque sousdoublée de leurs tems périodiques. Si l'on se tient à cette régle, on pourra assi-

ſigner la force abſoluë de chaque planete ; & puiſque le mouvement progreſſif de l'aphelie de l'orbite de la terre eſt ſans contredit cauſé par l'action des autres planetes, le calcul fondé ſur cette régle conduit effectivement à une concluſion, qui ſe trouve parfaitement d'accord avec les obſervations. Ayant donc ſatisfait au phènomene de l'aphelie de la terre, on peut être aſſeuré que les mêmes forces abſoluës nous conduiront auſſi aux phénomenes, qui réſultent de la mutabilité du plan de l'écliptique.

XXII. Or le calcul fondé ſur ces principes nous découvre, que l'interſection du plan de l'écliptique avec celui de l'orbite de Saturne doit reculer par an de 22‴, ou de 37″ par ſiecle; & c'eſt en quoi conſiſte l'action de Saturne. L'action de Jupiter eſt la plus grande de toutes les planetes, elle fait que l'interſection de l'écliptique avec l'orbite de cette planete récule de 6″, 57‴ par an, & partant de 695″ par ſiecle. Mars produit encore un moindre effet que Saturne, & ne fait reculer la ligne des nœuds que de 5‴ par an, & 8″ par ſiecle. Mais l'action de Venus eſt après celle de Jupiter la plus grande, puiſqu'elle fait reculer la ligne des nœuds de 5″, 20‴ par an & partant de 533″ par ſiecle. Enfin l'action de Mercure eſt la plus petite, & ne fait reculer la ligne des nœuds que d'une tierce par an, & d'une ſeconde environ par ſiecle. Joignons ces valeurs de ε avec les autres élémens, que les tables Aſtronomiques nous fourniſſent, & nous trouverons pour le commencement de ce ſiecle les valeurs ſuivantes :

	Long. du nœud deſcendant ou ☊	Inclinaiſon de l'orbite ou α	Régreſſion ſeculaire des nœuds ou ε
Pour Saturne	9ˢ, 21°, 5′, 6″	2°, 30′, 10″	37″
Pour Jupiter	9, 7, 34, 10	1, 19, 10	695
Pour Mars	7, 17, 24, 42	1, 51, 0	8
Pour Venus	8, 13, 57, 53	3, 23, 20	533
Pour Mercure	7, 14, 47, 20	6, 59, 20	1

Delà

De là il est clair qu'on peut hardiment négliger dans cette recherche l'action de Mars & de Mercure; & pour celle de Saturne, puisque les nœuds différent fort peu, on la peut combiner avec l'action de Jupiter, en augmentant la valeur de ϵ d'environ $70''$, puisque l'inclinaison α pour Saturne est presque le double de celle de Jupiter. Et partant en rejettant aussi Saturne, je mettrai pour l'effet de Jupiter $\epsilon = 765''$, & pour celui de Venus $\epsilon = 540''$, à cause de Mars & de Mercure.

XXIII. Nous n'aurons donc à considèrer que les deux planetes de Jupiter & de Venus; & puisque dans nos formules, que nous avons trouvées pour les variations dans l'obliquité de l'écliptique, dans la précession des équinoxes, dans la latitude & dans la longitude des étoiles fixes, la régression séculaire ϵ est partout multipliée par $\sin \alpha$, nous aurons

Pour l'action de Jupiter

$\epsilon \sin \alpha = 18''$ & ☊ $= 9^s, 7^\circ, 34'$ A. 1700.

Pour l'action de Venus

$\epsilon \sin \alpha = 32''$ & ☊ $= 8^s, 13^\circ, 58'$ A. 1700.

d'où l'on voit que l'effet de Venus est presque deux fois plus grand que celui de Jupiter, quoique la valeur de ϵ, qui répond à Jupiter, soit plus grande que celle qui répond à Venus. La raison en est, que l'inclinaison de l'orbite de Venus est beaucoup plus grande que celle de l'orbite de Jupiter. Or j'ai déja remarqué que l'inclinaison mutuelle des orbites des planetes doit aussi varier avec le tems: & il est très probable que du tems d'*Hipparque* l'inclinaison des orbites de Jupiter & de Venus à l'écliptique a été sensiblement différente de celle qu'on observe aujourdhui; & partant pour ces tems reculés, il n'y a aucun doute que les valeurs de $\epsilon \sin \alpha$ pour l'une & l'autre planete n'ayent été, ou plus grandes, ou plus petites, que je les ai marquées ici. Mais il sera extrèmement difficile de s'assurer sur cet important article par les seules observations anciennes; & il vaudroit bien la peine, qu'on apportât tous les soins possibles pour l'éclaircir par la Théorie.

Cependant, au défaut de telles recherches, je considérerai ces valeurs de *s* fin *a* comme fixes, puisqu'il eſt ſur, qu'elles ne ſauroient varier fort ſenſiblement, à moins que l'intervalle de tems ne ſoit extrèmement long. Sur ce pied je m'en vai déveloper les quatre articles mentionnés l'un après l'autre.

I.

Détermination des changemens dans l'obliquité de l'écliptique.

XXIV. Pour voir combien l'obliquité de l'écliptique ſera changée dans un ſiecle donné, il faut tirer des tables Aſtronomiques pour le commencement de ce ſiecle

La longitude du nœud deſcendant de Jupiter = ♃

& La longitude du nœud deſcendant de Venus = ♀.

Alors pendant le cours de ce ſiecle l'obliquité de l'écliptique ſera augmentée de tant de ſecondes :

$$18'' \sin ♃ + 32'' \sin ♀,$$

Maintenant au commencement du ſiecle préſent ou A. 1700. il étoit :

$$♃ = 9^s, 7^\circ, 34' \quad \& \quad ♀ = 8^s, 13^\circ, 58'.$$

les ſinus de ces arcs étant donc négatifs, l'obliquité de l'écliptique va en diminuant, & la diminution ſeculaire vaudra

$$18'' \sin 82^\circ, 26' + 32'' \sin 73^\circ, 58' = 47\tfrac{1}{2}''.$$

On eſtime à preſent l'obliquité moyenne de l'écliptique de 23°, 28′, 30″ qu'on peut regarder comme la juſte valeur pour l'année 1730. environ; d'où l'on peut conclure, que l'obliquité moyenne de l'écliptique

a été A. 1700 = 23°, 28′, 43″

A. 1750 = 23°, 28′, 19″

& ſera A. 1800 = 23°, 27′, 55″.

Il faut bien conſidérer que je parle ici de l'obliquité moyenne de l'écliptique, en faiſant abſtraction des inégalités, qui y ſont cauſées par la nutation

tion de l'axe de la terre, & qui sont suffisamment constatées. Cependant la connoissance de cette même diminution seculaire ne contribuera pas peu à mieux établir l'obliquité moyenne pour un tems donné, puisque jusqu'ici on n'a pas soupçonné, que le tems y doive entrer en compte.

XXV. Pour les siecles à venir, les arcs ♃ & ♀ croissant, l'effet de Venus deviendra plus grand, mais celui de Jupiter plus petit, sans pourtant que la diminution seculaire change sensiblement. Ainsi on peut compter que pour chaque siecle à venir, pourvu qu'on n'aille point trop loin, l'obliquité de l'écliptique diminuë pendant le cours de chaque siecle de $47\frac{1}{2}$ secondes. Il en est de même pour les siecles passés, où nous pourrons compter $47\frac{1}{2}$ secondes d'augmentation pour chacun en arrière: cependant il ne faut pas remonter trop haut. Cherchons par exemple la diminution de l'obliquité de l'écliptique depuis l'an 1000 à 1100, & puisque les tables Astronomiques nous donnent pour l'année

1000 ♃ $= 8^s, 27^\circ, 52'$ & ♀ $= 8^s, 7^\circ, 57'$

la diminution pour ce siecle a été

$$= 18'' \sin 87^\circ, 52' + 32'' \sin 67^\circ, 57' = 47\tfrac{2}{3}''$$

qui ne différe pas encore sensiblement de la présente. Mais si nous considérons le siecle depuis l'an 0 à l'an 100, ayant pour l'an 0

♃ $= 8^s, 13^\circ, 58'$ & ♀ $= 7^s, 19^\circ, 20'$

la diminution seculaire aura été alors

$$= 18'' \sin 37^\circ, 58' + 32'' \sin 49^\circ, 20' = 41\tfrac{1}{2}'',$$

qui est déjà de $6''$ moindre qu'à present, & plus nous remontons au delà, plus aussi trouverons-nous cette diminution petite. Mais, puisqu'on suppose très gratuitement, que l'inclinaison des orbites de ces deux planetes étoit alors la même qu'aujourdhui, on ne peut pas se fier sur cette détermination, & il pourroit bien arriver, que la diminution seculaire fût alors encore plus grande qu'aujourdhui. Car quand l'inclinaison auroit été deux fois plus grande qu'à présent, il faudroit doubler les nombres 18 & 32, & alors on obtiendroit $83''$ pour la diminution depuis A. 0 jus-

jusqu'à A. 100. Il n'eſt cependant pas probable, que le changement dans l'inclinaiſon ait été ſi grand; mais il eſt toujours fort incertain de déterminer par cette methode l'obliquité de l'écliptique pour les ſiecles trop reculés.

XXVI. En cas que l'inclinaiſon des orbites des planetes à l'écliptique n'ait pas changé ſenſiblement depuis le commencement de notre époque, nous pourrions conclure, que l'obliquité de l'écliptique eut changé de 50 en 50 ans, comme la Table ſuivante indique.

A.C.	Obliquité de l'ecliptique.	A.C.	Obliquité de l'ecliptique.
0	23, 41, 38	1000	23°, 34′, 15″
50	23, 41, 18	1050	23, 33, 51
100	23, 40, 57	1100	23, 33, 27
150	23, 40, 36	1150	23, 33, 4
200	23, 40, 15	1200	23, 32, 40
250	23, 39, 54	1250	23, 32, 16
300	23, 39, 33	1300	23, 31, 52
350	23, 39, 12	1350	23, 31, 28
400	23, 38, 50	1400	23, 31, 5
450	23, 38, 28	1450	23, 30, 41
500	23, 38, 6	1500	23, 30, 17
550	23, 37, 43	1550	23, 29, 54
600	23, 37, 21	1600	23, 29, 30
650	23, 36, 58	1650	23, 29, 6
700	23, 36, 35	1700	23, 28, 43
750	23, 36, 12	1750	23, 28, 19
800	23, 35, 49	1800	23, 27, 55
850	23, 35, 26	1850	23, 27, 32
900	23, 35, 2	1900	23, 27, 8
950	23, 34, 38	1950	23, 26, 44
1000	23, 34, 15	2000	23, 26, 21

 Selon

Selon cette table on auroit pour le tems de *Pytheas* l'obliquité de l'écliptique 23°, 43′, 40″, & partant de 9′ plus petite, qu'il ne l'avoit marquée : donc, en cas qu'une différence de 9′ ne puisse être attribuée aux observations, il faut conclure que l'inclinaison de l'écliptique aux orbites de Jupiter & de Venus ait été autrefois plus grande qu'aujourdhui. Mais cette Table convient assés avec les observations d'*Albategnius*, & de ceux qui l'ont suivi.

XXVII. M. *Cassini*, dans ses Elémens d'Astronomie, assure que par une suite des observations faites pendant l'espace de 66 ans on avoit remarqué, que l'obliquité de l'écliptique avoit diminué dans ce tems de 30″, ce qui s'accorde fort bien avec notre Théorie, qui donne pour un siecle $47\frac{1}{2}$ secondes de diminution. Il observe aussi que *Copernic*, dans sa détermination de l'obliquité de l'écliptique, qu'il ne trouva que de 23°, 28′, avoit négligé la réfraction, par le moyen de laquelle il l'auroit trouvée de 2′ plus grande, ce qui s'accorde encore fort bien avec la Théorie : & ce qu'il remarque sur les observations des derniers siecles prouve encore admirablement notre Théorie, quoique M. *Cassini* lui-même n'ait pas osé contredire ouvertement le sentiment de ceux qui soutiennent l'obliquité de l'écliptique invariable. Cependant il faut remarquer que depuis quelques siecles la diminution de l'obliquité a été la plus grande, & qu'elle deviendra de plus en plus petite, jusqu'à ce qu'après un très grand nombre de siecles elle évanouïra entièrement, & deviendra ensuite négative. Après ce tems là elle croitra de nouveau pendant un très long tems, jusqu'à ce qu'elle aura atteint sa plus grande quantité : mais on ne sauroit rien déterminer, ni sur ce tems, ni sur la plus grande & plus petite quantité : tant parce que le mouvement des nœuds des planetes n'est pas assés exactement connu, que parce qu'on ignore encore tout à fait les changemens, auxquels l'inclinaison des orbites des planetes à l'écliptique est assujettie : ce qui est pourtant ce de quoi la variation dans l'obliquité de l'écliptique dépend principalement. Puisqu' à présent cette variation est à peu près la plus grande, on en peut conclure, que l'obliquité se trouve-

vé à sa grandeur moyenne, & qu'elle deviendra encore d'autant plus petite, qu'elle a été autrefois plus grande. Si ce n'étoit qu'une seule planete, qui causât cette variation, la différence entre la plus grande & plus petite obliquité seroit égale à la double inclinaison de l'orbite de cette planete ; mais, puisqu'elle dépend de deux planetes, on n'en peut pas tirer une semblable conclusion : cependant le changement total ne sauroit jamais monter à 9°, ce qui est le double de la somme des inclinaisons des orbites de Jupiter & de Venus.

II.

Détermination des changemens dans la précession des Equinoxes.

XXVIII. Quand M. *d'Alembert* détermina le premier la précession des équinoxes, & les inégalités qui y sont causées par l'action de la Lune, il regarda comme fixe le plan de l'écliptique. Or ayant prouvé à présent que ce plan est mobile, on comprend aisément, que cette mobilité doit aussi causer quelque altération dans la précession des équinoxes ; où j'observe en passant que le mouvement même de l'axe de la Terre, entant qu'il dépend de l'obliquité de l'écliptique, a été autrefois un peu différent de celui qu'on a determiné par la Théorie pour le siecle d'à présent. Mais je suppose ici comme parfaitement connuë la précession des équinoxes avec ses irrégularités, qui sont causées par l'action de la Lune ; & je recherche uniquement les changemens, qui y doivent arriver à cause de l'action de Jupiter & de Venus. Or ayant assigné les valeurs de la formule $\epsilon \sin \alpha$ pour ces deux planetes, leur action fera reculer la longitude du pole de l'équateur, & partant aussi les points équinoctiaux pendant un siecle par l'espace

$$\frac{18'' \cos ♃ + 32'' \cos ♀}{\text{tang } e},$$

où e marque l'obliquité de l'écliptique pour ce tems. Donc pour le siecle d'à present, où

$$♃ = 9^s, 7°, 34' ; \quad ♀ = 8^s, 13°, 58' \quad \& \quad e = 23°, 28', 30'',$$

les

les points équinoctiaux reculeront pendant ce siecle par l'espace de:

$$\frac{18'' \cos 82^\circ, 26' - 32'' \cos 73^\circ, 58'}{\text{tang } 23^\circ, 28', 30''} = -14'',$$

donc les points équinoctiaux avanceront pendant ce siecle de 14''. Donc, si le mouvement moyen, qui leur est imprimé par l'action de la Lune est de 5030'', ou de 1°, 23', 50'' pour un siecle, il fera effectivement de 14'' moindre, & partant de 1°, 23', 36'', à cause de l'action des planetes. Mais, puisque cette accéleration n'est que de $8\frac{2}{5}$ tierces par an, elle évanouït presque par rapport à la précession moyenne, qu'on estime de 50'', 18''' par an.

XXIX. Puisque les longitudes ♃ & ♀ vont en croissant, il est évident, que pour les siecles suivans cet effet des planetes deviendra de plus en plus petit, & qu'après être évanouï, il changera de signe. Mais pour les siecles passés il a été plus grand par la même raison, & puisqu'il est négatif, la précession ordinaire des équinoxes en a été diminuée. Considérons le siecle depuis A. 1000. à A. 1100; & les points équinoctiaux auront été reculés pendant ce siecle de

$$-\frac{18 \cos 87^\circ, 52' - 32 \cos 67^\circ, 57'}{\text{tang } 23^\circ, 34', 15''} = -29'',$$

& partant la précession moyenne des équinoxes aura été

$$1^\circ, 23', 50'' - 29'' = 1^\circ, 23', 21''.$$

Faisons aussi le calcul du siecle depuis A. 0 à A. 100. & nous trouverons

$$-\frac{18 \cos 73^\circ, 58' - 32 \cos 49^\circ, 20'}{\text{tang } 23^\circ, 40' 38''} = -59'',$$

& partant dans ce siecle la précession moyenne des équinoxes aura été

$$1^\circ, 23', 50'' - 59'' = 1^\circ, 22', 51''.$$

De là nous pourrons dresser la table suivante, qui représente la longitude moyenne de la première étoile d'*Aries* pour le commencement de chaque siecle, indépendamment des inégalités particulieres, auxquelles la longitude de cette étoile est assujettie.

Lon-

Longitude moyenne de la 1re * de ♈.

A. 0	0s,	5°,	24',	23"	A.1000	0s,	19°,	15',	8"
		1	22	51			1	23	21
A. 100	0,	6,	47,	14	A.1100	0,	20,	38,	29
		1	22	54			1	23	23
A. 200	0,	8,	10,	8	A.1200	0,	22,	1,	52
		1	22	57			1	23	25
A. 300	0,	9,	33,	5	A.1300	0,	23,	25,	17
		1	23	0			1	23	27
A. 400	0,	10,	56,	5	A.1400	0,	24,	48,	44
		1	23	3			1	23	30
A. 500	0,	12,	19,	8	A.1500	0,	26,	12,	14
		1	23	6			1	23	32
A. 600	0,	13,	42,	14	A.1600	0,	27,	35,	46
		1	23	9			1	23	34
A. 700	0,	15,	5,	23	A.1700	0,	28,	59,	20
		1	23	12			1	23	36
A. 800	0,	16,	28,	35	A.1800	1,	0,	22,	56
		1	23	15			1	23	40
A. 900	0,	17,	51,	50	A.1900	1,	1,	46,	36
		1	23	18			1	23	45
A.1000	0,	19,	15,	8	A.2000	1,	3,	10,	21

Où j'ai supposé la précession annuelle ordinaire de 1°, 23', 50": si elle étoit ou plus grande, ou plus petite, on en corrigeroit aisément cette Table.

30. Après avoir bien déterminé la partie de la précession des équinoxes, qui dépend de l'action des planetes, on est en état d'assigner plus exactement celle, qui est causée par l'action de la Lune sur l'axe de la Terre. Car, si l'on connoissoit avec toute la précision possi-possible, de combien la premiere étoile d'Aries est avancée en longitude dans un tems donné, puisqu'on sait l'effet produit par l'action des planetes, le reste doit être attribué au mouvement de l'axe de la Terre. Mais dans cette détermination il faut prendre la longitude moyenne de cette étoile, & non pas la vraye, qui en diffère à cause de la nutation de l'axe de la terre. Ainsi, si nous supposons, que par les observations de *Tycho* la longitude vraye de 1*♈ ait été A.1601 = 0s, 27°, 36', 50"

puisque la longitude du nœud ascendant de la Lune étoit alors $9^s, 11^\circ, 35'$, il en faut soutraire $17''$ pour avoir la longitude moyenne. Donc au commencement de l'année 1601 la longitude moyenne de la 1 ✱ ♈

aura été $0^s, 27^\circ, 36', 33''$.

Ensuite selon *Flamsted* la longitude vraye de cette même étoile a été au commencement de l'année $1700 = 0^s, 28^\circ, 59', 20''$, d'où à cause du nœud ascendant de la Lune $5^s, 16^\circ, 46'$, la longitude moyenne en différe de $3''$, & partant

aura été $0^s, 28^\circ, 59', 23''$.

Et partant dans l'espace de 99 ans cette étoile aura actuellement avancé en longitude moyenne de $1^\circ, 22' 50''$, & en 100 ans de $1^\circ, 23', 40''$. Soit maintenant z la précession seculaire des équinoxes causée par le mouvement de l'axe de la terre, & puisque nous avons vu, que l'action des planetes donne pour ce siecle $16''$, la précession entière sera $z - 16''$, & partant $z = 1^\circ, 23', 56''$, qui ne surpasse que de $6''$ celle que j'ai introduite d'abord. D'où l'on voit que par la seule action de la Lune, ou par le mouvement de l'axe de la terre, la précession moyenne seculaire des équinoxes est $1^\circ, 23', 56''$, ou $5036''$ ce qui donne par an $50'', 21\frac{1}{2}'''$; & convient fort bien avec ce qu'on a pu conclure jusqu'ici de la Théorie de la Lune appliquée à la nutation de l'axe de la terre.

III.

Détermination des changemens dans la latitude des étoiles fixes.

XXXI. Ayant trouvé $\varepsilon \sin \alpha = 18''$ pour Jupiter, & $\varepsilon \sin \alpha = 32''$ pour Venus, si nous posons

La longitude du nœud descendant de Jupiter $= ♃$.
La longitude du nœud descendant de Venus $= ♀$.
& La longitude d'une étoile fixe $= \lambda$.

nous avons vu que la distance de cette étoile au pole boreal de l'ecliptique croitra pendant un siecle de cette particule :

18''

$$18'' \operatorname{cof}(\lambda - ♃) + 32'' \operatorname{cof}(\lambda - ♀).$$

Donc la latitude croitra de cette même particule, ſi elle eſt boreale, mais ſi elle eſt méridionale, la latitude en ſera diminuée, ſuppoſé que la valeur de notre formule ſoit poſitive; car au cas qu'elle devienne négative, l'effet ſera contraire. J'ai déjà remarqué que la même valeur, qui convient à cette formule pour un certain ſiecle, peut avoir lieu pour pluſieurs ſiecles tant paſſés qu'à venir, parce que les arcs λ − ♃ & λ − ♀ ne changent pas ſenſiblement pendant le cours de pluſieurs ſiecles. En effet les Tables de *Halley* donnent aux nœuds de Jupiter le même mouvement qu'aux étoiles fixes, de ſorte que l'arc λ − ♃ demeureroit toujours exactement le même : or les Tables de *Caſſini*, ne font avancer les nœuds de Jupiter que de 24'' par an, pendant que les étoiles fixes avancent de 50'', d'où réſulteroit enfin une grande différence dans la valeur de l'arc λ − ♃. Mais pour les nœuds de Venus ces deux Aſtronomes ſont plus d'accord, *Caſſini* mettant leur mouvement annuel de 34'', & *Halley* de 31'', d'où l'arc λ − ♀ changeroit de 18'' par an, & partant de 31' par ſiecle, ce qui ne produiroit pourtant que 10° pendant 20 Siecles. Or j'ai déjà obſervé, que notre formule ne ſauroit avoir lieu pour un trop grand nombre de ſiecles, à cauſe de l'incertitude où nous ſommes par rapport à l'inclinaiſon des orbites : & avec cette reſtriction nous pourrons bien regarder comme invariables les arcs λ − ♃ & λ − ♀.

XXXII. Qu'on prenne donc la longitude d'une étoile pour le commencement de ce ſiecle, de ſorte que

λ marque la longitude de l'étoile A. 1700.

& puiſque pour ce même cas on a

$$♃ = 9^s, 7°, 34' \quad \& \quad ♀ = 8^s, 13°, 58'$$

en développant notre formule, l'augmentation ſeculaire de la diſtance de l'étoile au pole boreal de l'écliptique ſera :

$$+ 18'' \operatorname{cof} ♃ \operatorname{cof} \lambda + 18'' \operatorname{fin} ♃ \operatorname{fin} \lambda$$
$$+ 32'' \operatorname{cof} ♀ \operatorname{cof} \lambda + 32'' \operatorname{fin} ♀ \operatorname{fin} \lambda.$$

Or

Or nous avons trouvé cy-dessus:

$$18'' \sin ♃ + 32'' \sin ♀ = -47\tfrac{1}{2} \text{ secondes}$$

& $$18'' \cos ♃ + 32'' \cos ♀ = -6\tfrac{1}{2} \text{ secondes}$$

Donc ladite augmentation seculaire sera:

$$-47\tfrac{1}{2} \sin \lambda - 6\tfrac{1}{2} \cos \lambda \text{ secondes.}$$

D'où l'on voit que les étoiles, dont la longitude fut A. 1700.

ou $2^s, 22^\circ$, ou $8^s, 22^\circ$

sont le plus assujetties au changement en latitude; car pendant le cours d'un siecle leur distance du pole de l'écliptique change de $48''$; celle des premieres, dont la longitude est $2^s, 22^\circ$, en devenant plus petite, & celle des dernieres, dont la longitude est $8^s, 22^\circ$, plus grande. Puisque le même changement est arrivé depuis plusieurs siecles, la distance au pole boreal de l'écliptique des étoiles dont la longitude étoit $2^s, 22^\circ$ A. 1700. fut autrefois plus grande qu'aujourdhui, & cela d'autant de fois de $48''$, qu'il s'en est écoulé de siecles; mais pour les étoiles dont la longitude étoit $8^s, 22'$ A. 1700. leur distance au pole boreal de l'écliptique fut autrefois plus petite qu'aujourdhui, & cela d'autant de fois de $48''$ qu'il s'en est écoulé de siecles. Ce changement sera donc de $8'$ en 10 siecles, & de $16'$ en 20 siecles; mais les autres étoiles fixes auront subi de moindres changemens.

XXXIII. La formule trouvée $47\tfrac{1}{2} \sin \lambda + 6\tfrac{1}{2} \cos \lambda$ se transforme aisément dans celle-cy $48 \cos (82^\circ - \lambda)$, ou $48 \cos (\lambda - 82^\circ)$, ou bien $48 \sin (\lambda + 8^\circ)$. Donc, si la longitude d'une étoile fixe est $= \lambda$ pour l'année 1700, & que sa distance au pole boreal de l'écliptique ait été pour un tems quelconque proposé $= D$, un siecle après, sa distance au même pole sera $= D - 48'' \sin (\lambda + 8^\circ)$; d'où j'ai calculé la Table suivante.

CHANGEMENS

dans la distance des étoiles fixes au pole boreal de l'ecliptique pendant un siècle.

Arg. La longitude de l'étoile A. 1700.

gr.	♈ dimin. ♎ augm.	♉ dimin. ♏ augm.	♊ dimin. ♐ augm.	♋ dimin. ♑ augm.	♌ dimin. ♒ augm.	♍ dimin. ♓ augm.
0	6″, 7	29″, 5	44′, 5	47″, 5	37″, 8	18″, 0
3	9, 2	31, 5	45, 4	47, 1	36, 2	15, 6
6	11, 6	33, 4	46, 1	46, 6	34, 5	13, 2
9	14, 0	35, 1	46, 8	45, 9	32, 8	10, 8
12	16, 4	36, 8	47, 3	45, 1	30, 8	8, 4
15	18, 8	38, 3	47, 6	44, 2	28, 8	5, 9
18	21, 0	39, 8	47, 9	43, 2	26, 8	3, 4
21	23, 3	41, 1	48, 0	42, 0	24, 7	0, 9
24	25, 4	42, 4	48, 0	40, 7	22, 5	1, 7
27	27, 5	43, 5	47, 8	39, 3	20, 2	4, 2
30	29, 5	44, 5	47, 5	37, 8	18, 0	6, 7

De là il est aisé de conclure, combien la latitude de chaque étoile change pendant un siecle; car, si la latitude est boreale, on n'a qu'à changer les titres, & si elle est méridionale, les titres demeurent les mêmes.

XXXIV. Les endroits du plus grand changement souffrent donc une plus grande étenduë, & on peut dire que les étoiles, dont la longitude tombe ou dans la derniere moitié de ♊, ou dans la derniere de ♐ A. 1700, sont assujetties au plus grand changement en latitude, qui monte à 48″ pendant un siecle : ce qui se reduit aux deux régles suivantes :

I. Pour les étoiles, dant la longitude tomboit A. 1700. *dans la derniere moitié de* ♊.

 Leur

Leur latitude, si elle est boreale, augmente pendant chaque siecle de 48″; or, si elle est méridionale, elle diminuë après chaque siecle de 48″.

II. Pour les étoiles, dont la longitude tomboit A. 1700. dans la derniere moitié de ♐.

Leur latitude, si elle est boreale, diminuë après chaque siecle de 48″, & si elle méridionale, elle augmenté de 48″ après chaque siecle.

On voit aussi, qu'il y a deux positions en longitude pour A. 1700. où la latitude des étoiles ne change point du tout. Ainsi la latitude des étoiles, dont la longitude étoit A. 1700, ou ♍ 22° ou ♓ 22°, à été depuis plusieurs siecles la même qu'aujourdhui, & demeurera encore la même pendant plusieurs siecles.

Or les déterminations de latitudes, qu'on tire des observations sont rarement si exactes, qu'on ne doive craindre une erreur de plusieurs secondes, surtout quand on remonte à des tems reculés. Ainsi, en comparant nôtre table avec les observations, on ne doit pas être surpris, lorsqu'on ne rencontre point un parfait accord. Principalement il ne faut pas comparer ensemble des observations, à moins que l'intervalle du tems ne soit de quelques siecles. Donc, quoique les latitudes, qu'on trouve dans le Catalogue de *Ptolemée*, soient fort grossièrement marquées, on pourra s'en servir avec un meilleur succès, que des latitudes de *Tycho*, qui sont beaucoup plus parfaites. Cependant il faudra se contenter, quand on voit en général que les variations dans les latitudes s'accordent à quelques minutes près avec nos principes.

XXXV. Pour voir à quel point les anciennes observations sont d'accord avec la Théorie, tirons des Catalogues des étoiles fixes de *Ptolemée* & de *Flamsted* la latitude des étoiles, dont la longitude tombe dans la derniere moitié des Gemeaux A. 1700, où je cotterai les étoiles par les nombres marqués dans le Catalogue de *Ptolemée*.

Con-

Conſtellation Auriga

Nro.	Longitude A. 1700.	Latitude de Ptolem.	Latitude A. 1700.	
1	♊ 25°, 36′	30°, 0′	30°, 49′	Boreale
2	24 , 50	31 , 50	32 , 14	Boreale
3	17 , 32	22 , 30	22 , 52	Boreale
4	25 , 36	21 , 0	21 , 28	Boreale
5	23 , 58	15 , 15	15 , 41	Boreale
6	25 , 37	13 , 20	13 , 44	Boreale
7	14 , 31	20 , 40	20 , 54	Boreale
8	15 , 7	18 , 0	18 , 15	Boreale
9	14 , 19	18 , 0	18 , 10	Boreale
11	18 , 14	5 , 0	5 , 22	Boreale
12	19 , 50	8 , 30	8 , 51	Boreale
19	20 , 27	2 , 30	2 , 14 m	Conſt. Taurus.
14	29 , 7	1 , 30	0 , 56 m	Conſt. Gemini.
15	30 , 58	1 , 15	0 , 51 m	Conſt. Gemini.

De là on voit clairement, que la latitude de toutes ces étoiles, où elle eſt boreale, eſt devenuë conſidérablement plus grande depuis le tems de *Ptolemée* jusqu'à nous; or celle des trois dernières, qui eſt méridionale, eſt devenuë plus petite: donc l'une & l'autre eſt parfaitement d'accord avec notre première régle. Si l'on compare de même maniere les autres étoiles, dont la longitude ne différe que d'un ſigne de cette poſition, on rencontrera pour la plûpart une ſemblable harmonie; & quand on trouve le contraire, la différence eſt ſi énorme, qu'elle doit être attribuée à la bévuë d'un Copiſte, plutôt qu'à la négligence des obſervateurs.

XXXVI. Examinons de la même maniere les principales étoiles fixes, dont la longitude tomboit A. 1700. dans la derniere moitié de ♐, & l'Hiſtoire Celeſte de *Flamſted* nous fournit les ſuivantes:

Nro.	Longitude A. 1700.	Latitude de Ptolem.	Latitude A. 1700.		
6	♐ 15°, 31′	49°, 30′	49°, 20′		Boreale dans la Conſtellation d'Hercules.
7	20 , 54	52 , 0	51 , 13		
8	28 , 21	52 , 50	52 , 14		
9	25 , 6	54 , 0	53 , 40		
10	24 , 49	53 , 0	52 , 44		
18	24 , 6	61 , 0	60 , 44		
19	15 , 31	69 , 20	69 , 19		
22	20 , 29	72 , 15	71 , 50		
13	15 , 58	10 , 30	10 , 18		Boreale dans la Conſtellation de Serpens.
14	20 , 13	8 , 10	7 , 59		
15	21 , 7	10 , 50	10 , 34		
16	25 , 48	20 , 0	19 , 48		
1	18 , 6	36 , 0	35 , 53	B	dans la Conſtellation de Serpentarius.
2	21 , 1	27 , 15	27 , 58	B	
3	22 , 19	26 , 30	26 , 9	B	
9	20 , 15	15 , 0	5 , 16	B	
10	25 , 25	31 , 40	13 , 43	B	
14	16 , 34	2 , 15	2 , 5	B	
15	17 , 3	1 , 30	1 , 48	M	
16	18 , 0	0 , 20	0 , 54	M	
17	19 , 1	0 , 45	0 , 31	B	
18	19 , 58	1 , 0	1 , 20		

Malgré quelques groſſières bévuës, la comparaiſon de la latitude de ces étoiles prouve auſſi ouvertement la vérité de notre Théorie ; & ſi l'on veut ſe donner la peine d'examiner encore d'autres étoiles, on en ſera encore plus convaincu. Il n'y a donc nul doute, qu'on ne puiſſe aſſigner par le moyen de notre table la véritable latitude de chaque étoile fixe pour tous les tems tant paſſés qu'à venir.

IV.

Détermination des changemens dans la longitude des étoiles fixes.

XXXVII. Ayant établi cy-dessus la vraye longitude de la 1 ✱ ♈ pour chaque époque proposée, on en pourroit aussi déterminer celle de toutes les autres étoiles, si leur différence en longitude demeuroit constamment la même. Mais, après avoir remarqué, qu'outre la variation & l'aberration commune leur différence en longitude est assujettie à un changement, qui est causé par l'action des planetes, je m'en vay déterminer ce changement. Supposant donc pour un tems proposé la longitude d'une étoile $= \lambda$, sa distance au pole boreal de l'écliptique $= p$, la longitude du nœud descendant de l'orbite de Jupiter $=$ ♃, & celle de l'orbite de Venus $=$ ♀, nous avons vû cy-dessus que la longitude de cette étoile doit diminuer pendant le cours d'un siecle de la quantité

$$\frac{18 \sin(\lambda - ♃) + 32 \sin(\lambda - ♀)}{\tang p} \text{ secondes.}$$

Donc, puisqu'on peut mettre pour tout tems au lieu des quantités λ, ♃ & ♀ leurs valeurs, qu'elles ont eu au commencement de ce siecle, ou A. 1700, λ marque la longitude d'une étoile A. 1700, la diminution seculaire de la longitude de cette étoile sera :

$$\frac{18(\sin\lambda - 270^\circ - 8^\circ) + 32 \sin(\lambda - 270^\circ + 16^\circ)}{\tang p} \text{ seconde,}$$

ou $\dfrac{18 \cos(\lambda - 8^\circ) + 32 \cos(\lambda + 16^\circ)}{\tang p}$ secondes, qui se reduit à $\dfrac{48 \cos\lambda - 6 \sin\lambda}{\tang p} = \dfrac{48 \cos(\lambda + 8^\circ)}{\tang p}$ secondes.

XXXVIII. Donc, si nous considérons deux étoiles, dont la longitude de l'une ait été $= -8^\circ$, ou $11^s, 22^\circ$ A. 1700, & de l'autre

5^s, 22°, la différence entre leur longitude aura été de 6^s; mais en supposant p la distance de la première au pole de l'écliptique, & q celle de l'autre, la longitude de la première diminuera pendant le cours d'un siecle de $\frac{48}{\tan p}$ sec. où elle sera après un siecle 11^s, 22° $- \frac{48''}{\tan p}$, or celle de l'autre sera après un siecle 5^s, 22° $+ \frac{48''}{\tan q}$; & partant leur différence en longitude sera $6^s - 48''(\cot p + \cot q)$, ou diminuera de $48''(\cot p + \cot q)$; or A. 1600. elle a été d'autant plus grande. Donc A. o. il faut que cette différence en longitude ait été de $13\frac{1}{3}(\cot p + \cot q)$ min. plus grande. Telles étoiles sont celle de n°. 27 de la grande Ourse, & n°. 10 du Dragon; la latitude de celle là étant 54°, 27′, & de celle-cy 81°, 48′. Or on trouve

La longitude	A. 1700	au tems de *Ptolem.*
de la première	5^s, 22°, 34	4^s, 29°, 50′
de l'autre	11, 29, 23	11, 8, 0
Diff. en long.	6, 6, 49	6, 8, 10

de sorte que la différence en longitude de ces deux étoiles a été du tems de *Ptolemée* de 1°, 21′ plus grande qu'aujourdhui; ce qui répond parfaitement bien à notre Théorie rapportée à l'intervalle du tems entre *Ptolemée* & nous; car puisque $\cot p + \cot q$ devient $= 8$, ce changement se trouve si grand. Mais j'ai dejà remarqué, que ces formules ne sauroient plus avoir lieu, lorsque les étoiles seroient encore plus proches au pole de l'écliptique.

XXXIX. Puisque les étoiles proches de l'écliptique ne sont pas assujetties à ce changement, la première étoile d'Aries ne l'est pas non plus, & partant sa longitude marquée cy-dessus n'a plus besoin de correction de ce côté. Donc notre formule $\frac{48 \cos(\lambda + 8°)}{\tan p}$ sec. marquera de combien la longitude d'une étoile comptée depuis la 1 ✱ ♈ dimi-

minuë pendant le cours d'un siecle. Pour le numérateur de notre formule, il est évident que ses valeurs pour chaque étoile pourroient être tirées de la Table de l'article précédent : cependant il sera bon d'en donner une Table à part

TABLE

qui sert pour trouver le changement dans la longitude des étoiles fixes pour un siècle.

Arg. La longitude de l'étoile A. 1700.

gr.	♈ dimin. ♎ augm.	♉ dimin. ♏ augm.	♊ dimin. ♐ augm.	♋ augm. ♑ dimin.	♌ augm. ♒ dimin.	♍ augm. ♓ dimin.
0	47″, 5	37″, 8	18″, 0	6″, 7	29″, 5	44″, 5
3	47, 1	36, 2	15, 6	9, 2	31, 5	45, 4
6	46, 6	34, 5	13, 2	11, 6	33, 4	46, 1
9	45, 9	32, 8	10, 8	14, 0	35, 1	46, 8
12	45, 1	30, 8	8, 4	16, 4	36, 8	47, 3
15	44, 2	28, 8	5, 9	18, 8	38, 3	47, 6
18	43, 2	26, 8	3, 4	21, 0	39, 8	47, 9
21	42, 0	24, 7	0, 9	23, 3	41, 1	48, 0
24	40, 7	22, 5	1, 7	25, 4	42, 4	48, 0
27	39, 3	20, 2	4, 2	27, 5	43, 5	47, 8
30	37, 8	18, 0	6, 7	29, 5	44, 5	47, 5

Cette table ne marque pas les changemens seculaires mêmes, mais après en avoir tiré la valeur pour une étoile donnée, il la faut encore diviser par la tangente de sa distance au pole boreal de l'écliptique, le sinus total étant $= 1$, & le quotient donnera l'augmentation ou diminution seculaire de la longitude de cette étoile comptée depuis 1 * ♈. Or il faut observer, que lorsque la latitude de l'étoile est méridionale, la tangente de sa distance au pole boreal de l'écliptique devient négative, d'où les titres de *augm.* & *dimin.* seront changés.

XL.

XL. Pour éclaircir ces changemens tant en longitude qu'en latitude par un exemple, soit proposée l'étoile nommée α de la Lyre, dont M. *le Monnier* marque pour A. 1700. la longitude ♑ 11°, 48′, 45″, la latitude 61°, 45′ 51″ *b*. Donc pour sa latitude notre Table marque, qu'elle augmente pendant chaque siecle de $45\frac{3}{10}$ sec. par conséquent la latitude moyenne de cette étoile fut autrefois plus petite, & du tems de *Ptolemée*, ou A. 150. elle a été 61°, 33′, 10″. Or pour la longitude notre table donne $15\frac{6}{10}$ sec. dim. qu'il faut encore multiplier par la tangente de la latitude, d'où l'on obtient 30″ dimin. Donc la longitude de cette étoile prise depuis 1*♈ diminuë de 30″ par siecle, & autrefois elle aura été plus grande qu'à présent, & cela de 8′ A. 150. Or pour A. 1750. nous avons

La longitude de 1*♈	= 0ˢ, 29°, 41′, 8′
La long. de α de la Lyre	= 9, 11, 48, 45
différence	8, 12, 7, 37
ajoutez y	8′, 0″
Diff. pour A. 150. . .	8, 12, 15, 37
ajout. long. 1*♈ A. 150. .	0, 7, 28, 41
Long. de α de la Lyre A. 150.	8, 19, 44, 18.

Donc pour l'étoile α de la Lyre nous avons:

	Long. moy.	Latit. moy.
A. 1750	♑ 11°, 48′, 45″	61°, 45′, 15″ *b*
A. 150	♐ 19, 44, 18	61, 33, 10 *b*.

De cette maniere on ne trouve que le lieu moyen des étoiles, qu'il faut ensuite encore corriger tant par les tables de l'aberration, que par celles de la variation, qu'on trouve déjà construites pour l'usage de l'Astronomie.

ECLAIR-

ECLAIRCISSEMENS
SUR LES ERREURS QU'ON PEUT ATTRIBUER À LA MESURE DU DEGRÉ EN FRANCE, ENTRE PARIS ET AMIENS.

PAR M. L'ABBE' DE LA CAILLE.

Le Roi de France ayant donné ses ordres, pour faire déterminer la figure & les dimensions de la Terre, avec toute la précision possible, les différentes troupes d'Académiciens, qui ont été chargés de l'éxecution, s'en sont acquités avec tout le zéle imaginable, & ils ont publié l'histoire, les détails, & les résultats de leurs op[illegible]ns.

Si on s'en fut tenu à la mesure de deux seuls arcs du Méridien, l'un près de l'Equateur, & l'autre le plus près du Pole qu'il eut été possible, la question eut été résoluë ; & l'on eut fixé sans contradiction toutes les dimensions de notre globe, en le supposant un sphèroïde elliptique.

Mais aussi-tôt qu'on a multiplié les mesures des degrés terrestres, & qu'on a fait entrer dans la solution du problème les longueurs du Pendule simple à secondes, & la précession inégale des Equinoxes, il n'a plus été possible de déterminer les dimensions de la Terre d'une manière qui s'accordât à toutes ces mesures, en la supposant en même tems un sphèroïde elliptique, assujetti à toutes les loix connuës de l'Hydrostatique ; & il a fallu prendre un des ces deux partis, ou de conclure par la comparaison de toutes ces mesures, telles qu'elles ont été publiées, que la Terre n'étoit pas un sphèroïde elliptique, ou de faire quelques corrections à ces mesures, pour les réduire à celles qu'on eut dû trouver sur un sphèroïde elliptique. C'est ce dernier parti que

ment de la direction des corps graves, perpendiculaire à la surface de la Terre, que l'excès des axes d'un des méridiens de ce sphèroïde est $\frac{1}{230}$.

On peut accorder aussi à M. *Euler*, que si d'un grand nombre de mesures actuelles propres, étant prises deux à deux, à déterminer le rapport des axes d'un sphèroïde elliptique; toutes, à la reserve des combinaisons faites avec une seule, s'accordoient à donner l'excés des axes fort approchant de $\frac{1}{230}$, il auroit droit de faire quelque correction à chacune de ces mesures, pour les réduire toutes à donner le rapport précis de $\frac{1}{230}$, & de tenir la mesure discordante pour suspecte, surtout si cette mesure étoit isolée, & si par la nature des tems & des lieux, elle n'étoit plus susceptible de vérification. Il pourroit dans ce cas l'abandonner entièrement, ou bien y faire une correction qui excedât les limites ordinaires des erreurs commissibles dans la pratique; & alors la figure de la Terre qu'il en concluroit, fondée d'ailleurs sur l'unanimité du résultat d'un très grand nombre de mesures, seroit non seulement très recevable, mais elle seroit encore une bonne démonstration Physique des hypotheses de *Newton*.

Il est évident que M. *Euler* n'est pas dans ce cas. Il paroit bien que ce qui l'a principalement déterminé a faire une correction si considérable à nos mesures, est le rapport précis de $\frac{1}{230}$ qu'il trouve entre les axes du méridien, après avoir fait de legères corrections aux autres mesures de degré. Mais, puisque ce rapport n'est nécessaire que dans le cas que la Terre soit un sphèroïde elliptique composé de parties homogenes, il ne devoit pas passer sous silence les autres mesures, qui démontrent que cette hypothese d'homogeneïté ne peut subsister avec la figure du sphèroïde elliptique de *Newton*. En effet M. *d'Alembert* a fait voir, (seconde partie de ses Recherches sur le systême du monde, page 204.) que si la Terre étoit elliptique & homogene, la force de la Lune pour exciter les marées, n'excéderoit celle du Soleil pour le même effet, que de $\frac{1}{5}$: tandis qu'on convient qu'elle est plus que double. On sçait encore que si la Terre étoit un sphèroïde elliptique homogene, les différences entre les longueurs des pendules simples seroient

roient entre elles, comme les différences entre les longueurs des degrés du méridien terreſtre au lieu où les obſervations des pendules auroient été faites.

Si donc on compare ces longueurs de Pendules déterminées par obſervations, réduites au niveau de la mer, & à celles qu'on eut obſervées dans un milieu libre, en admettant 439, 21 lignes, ſelon M. *Bouguer*, pour les lieux qui ſont ſous l'Equateur ; 440, 14 lignes au Cap de Bonne Eſpérance, ſelon l'obſervation que j'en ai faite à pluſieurs repriſes, avec des Inſtrumens rendus parfaitement conformes à ceux de M. *Bouguer ;* 440, 68 lignes pour le parallele de Paris, & 441, 28 lignes pour celui de 66°, 48′, ſelon l'obſervation de M. *de Maupertuis*, on trouvera facilement. . . .

Que le pendule Equinoxial comparé avec celui de Pello, donne le rapport des axes de la Terre ſuppoſée un ſphéroïde elliptique & homogene, comme 179 à 180 ; & qu'il faudroit ſuppoſer une erreur de $\frac{22}{100}$ de ligne en ſens contraire, ſur chacune de ces longueurs obſervées, pour les réduire à donner le rapport de 229 à 230.

Que le pendule Equinoxial comparé avec celui de Paris, qui donne le rapport de 169 à 170, ne peut donner celui de 229 à 230, ſi on ne ſuppoſe à chacun une erreur de $\frac{1}{5}$ de ligne en ſens contraire.

Que le pendule Equinoxial comparé à celui du Cap, qui donne le rapport de 147 à 148, ne peut donner celui de 229 à 230, ſi l'on ne leur ſuppoſe à chacun une erreur de $\frac{1}{6}$ de ligne en ſens contraire.

Or, ſi on examine les procédés ſelon leſquels ces quatre longueurs de pendules ont été déterminées, on ne pourra étendre au delà de $\frac{1}{8}$ de ligne, les limites des erreurs dont a pu être ſuſceptible le réſultat moyen entre tous ceux, qu'on a tirés de chaque obſervation faite pour conclure chacune de ces longueurs.

Il paroit donc clairement que les Expériences du pendule, & les obſervations des marées, ne peuvent s'accorder avec l'hypotheſe d'un

 ſphè-

ſphèroïde elliptique compoſé de parties homogenes, & qu'ainſi le rapport de 229 à 230 n'eſt plus le rapport néceſſaire des axes de la Terre ; & s'il ne l'eſt plus, pourquoi exiſteroit-il plutôt qu'un autre, qui s'accorderoit mieux avec toutes les meſures combinées enſemble ? Et pourquoi, pour déduire ce rapport de 229 à 230, des ſeules meſures des arcs du méridien terreſtre, ſe croira-t-on en droit de ſuppoſer une erreur de 125 toiſes à une de ces meſures ?

Si M. *Euler* avoit voulu calculer, quelle cauſe a pu produire une pareille erreur, ſur une diſtance de 57000 toiſes, déterminée par les trois ſuites de triangles, & par les deux baſes que nous y avons employées, il n'auroit pas ſeulement dû en conclure que nous avons été très malheureux, mais plus mal adroits que des Arpenteurs de *Village*, dont la ſcience ſe fut étenduë jusques à pouvoir faire uſage d'un Quart de cercle de deux pieds de rayon, & à faire les calculs de la Trigonomètrie rectiligne.

Qu'on ne nous objecte pas, que nous avons bien accuſé le célébre M. *Picard* de s'être trompé ſur la meſure de ſa baſe de 69 toiſes ſur 60000. Car, ſi pour meſurer cette baſe, au lieu de n'employer que deux meſures rondes, legères, & ſujettes par leur figure à un recul presque inévitable ſur un pavé uni, M. *Picard* s'étoit ſervi, comme nous l'avons toujours pratiqué, de quatre longues Régles, larges de 3 à 4 pouces, épaiſſes de 2 ou 3, toutes d'une piece, dont trois reſtoient toujours poſées à terre, tandis qu'on aſſujettiſſoit la quatrième, il auroit fixé la longueur de ſa baſe avec beaucoup plus de juſteſſe. S'il avoit obſervé les trois angles de tous ſes triangles, il auroit reconnu, & par conſéquent corrigé, ou au moins diminué, les petites erreurs inévitables dans les obſervations géodeſiques. S'il avoit pû terminer ſa meſure à Amiens par quelques triangles avantageuſement diſpoſés, comme il avouë qu'il l'eut ſouhaité, il n'auroit pas fait la diſtance de Sourdon à Amiens de plus de 11161 toiſes, que nous n'avons trouvée que de 11127 toiſes, par un triangle qui n'étoit que le troiſième depuis une baſe actuellement meſurée.

Les

Les opérations de M. *Picard* furent un chef-d'œuvre pour son tems. Il n'avoit pour exemple que celles de *Snellius*, & il enchérit infiniment sur lui. Mais M. *Picard* n'ayant, ni un long usage de ces opérations, alors fort extraordinaires, ni des instrumens aussi parfaits, aussi solides, aussi commodes que les nôtres, ni d'aussi bonnes méthodes pour mesurer des bases, pour prendre des angles horizontaux, & pour y faire les réductions nécessaires ; est-il étonnant que 70 ans après, d'autres Astronomes, plus instruits par le tems de ce qui peut rendre insensibles les erreurs inévitables de la Géometrie pratique, ayent trouvé 96 toises à retrancher sur 60000 mesurées par M. *Picard* ?

Cette différence, qui par les motifs que je viens d'indiquer, ne diminuë pas en nous la haute estime que nous avions pour M. *Picard*, ne servit qu'à nous rendre plus attentifs & plus circonspects. Elle nous parut d'abord incroyable, & nous résolumes de ne rien négliger pour nous en assurer d'une maniere incontestable, avant que de la publier. Pour y parvenir, je retournai dans le Berry mesurer pour la troisième fois la base qui nous avoit fait trouver une différence de 1 toise par mille, entre les distances réciproques des objets voisins de Paris, déterminées par le calcul de la base de M. *Picard* ; & celles qui résultoient du calcul fondé sur cette base mesurée dans le Berry. Je fis à mon retour de nouveaux triangles entre ces deux bases pour vérifier ceux qui les joignoient. Nous mesurâmes cinq fois une base dans le même allignement que celle de M. *Picard* ; nous formâmes trois suites de triangles très différentes, entre Paris & Amiens ; nous les terminâmes à une nouvelle base mesurée près de cette dernière ville. Je pourrois m'étendre ici sur ces détails, pour faire voir comment tout conspira à constater la nécessité de la correction de 96 toises sur 60000 ; mais je me contenterai de renvoyer le lecteur à la discussion de tous ces faits, que M. *de la Condamine* a inserée à la page 246 de son Livre sur la mesure des trois premiers degrés du Méridien.

La

La mesure de la distance de Paris à Amiens n'est pas la seule que nous ayons faite sur le méridien de Paris. Tous les arcs consécutifs que nous y avons mesurés, tant dans le Ciel que sur la Terre, s'accordent à donner une diminution sensible entre les différens degrés en allant du Nord vers le Sud. Si donc on nous suppose assés mal adroits pour nous tromper de 100 toises par degrés, comment s'est-il pû faire, que notre erreur eut toujours été dans le même sens, exactement proportionelle aux distances mesurées, en sorte qu'elle se fut trouvée de 922 toises sur la distance de Dunkerque à Perpignan, de 805 toises sur celle de Dunkerque à Rhodez, & ainsi de suite; comme il est facile de le calculer en comparant nos arcs mesurés avec ceux qui résultent des dimensions de la Terre établies par M. *Euler?*

C'aura donc été en vain qu'avec toutes les commodités possibles, avec d'aussi bons Instrumens qu'aucun de ceux qui ont été employés pour de pareilles mesures, nous aurions prétendu réformer toute la Méridienne de la France tracée autrefois par les Astronomes de l'Académie de Paris; que nous aurions substitué tant de triangles presque équilateraux, ou du moins tels que les plus petits angles sont de 30 degrés à la place de ces triangles allongés de l'ancienne méridienne, où l'on trouve des angles de 13 à 14 degrés souvent conclus & opposés à des cotés qui servent de base; que nous aurions réduits les 78 triangles principaux de cette méridienne à 69 seulement; que nous n'aurions admis aucun triangle, dont les trois angles n'eussent été observés, tandis que dans l'ancienne méridienne on trouve 24 triangles, dont deux angles seulement ont été observés; que nous aurions fondé nos calculs sur sept bases mesurées actuellement, tandis que l'on n'en avoit employé que trois, donc l'une est celle de M. *Picard*, dont il vient d'être tant parlé, & les deux autres avoient été mesurées, l'une près de Perpignan avec deux perches formées chacune de deux bois de piques, & l'autre près de Dunkerque, avec trois perches de 18 pieds de longueur: & nous avons trouvé dans la suite, que la régle de fer de 4 pieds, avec laquelle on avoit fixé la longueur de ces perches, étoit

trop

trop longue de ¼ de ligne ; qu'enfin nous aurions réduit à des plans horizontaux tous les triangles formés dans les pays montagneux, c'est à dire, depuis Bourges jusques à Perpignan, tandis que cette réduction n'avoit été faite que pour quelques objets fort élevés. Tant de soins, d'attentions, de précautions, de vérifications, nous auroient donc mené si malheureusement à une erreur de plus de 920 toises, que nous ne nous serions apperçus de rien durant tout le cours d'un si grand nombre d'opérations différentes ; qu'au contraire nous aurions trouvé un accord parfait entre nos bases, nos angles, nos côtés, les directions de ces mêmes côtés à l'égard du Méridien, observées directement en cinq endroits fort éloignés les uns des autres ; enfin, que cet accord, qui est le fruit des soins scrupuleux, & la marque la plus certaine de succès, n'eut été qu'une fatale combinaison d'erreurs, qui nous eut égaré d'une maniere si grossière, que les opérations de l'ancienne méridienne, tout informes qu'elles sont par rapport à la maniere dont nous nous étions proposé de les vérifier, nous auroient paru donner à la France une étenduë trop grande de 820 toises, tandis qu'elle eut été réellement trop petite de 100 toises, & qu'ainsi ces anciennes opérations fussent infiniment préferables aux nôtres.

Il me paroît donc que tout lecteur eclairé, qui examinera sans préjugé l'histoire de nos observations en France, ne croira pas devoir s'en rapporter, pour estimer le degré de leur précision, à quelques traits hazardés dans trois ou quatre Livres, par interêt ou par précipitation ; jusques à ce que les auteurs de ces décisions ayent dit en quoi nos opérations péchent : & nous les en défions avec d'autant plus de confiance, que leurs objections, si elles ont quelque apparence de fondement, peuvent être discutées par des vérifications actuelles faites sur les lieux, par eux-mêmes ou en leur présence, sans qu'il soit nécessaire d'aller se transporter aux extrémités du monde. Et afin qu'ils sçachent jusques à quel point je soutiens de mon côté, que notre mesure terrestre de la distance de Paris à Amiens est exacte ; je déclare que si quelqu'un de ces Messieurs peut faire voir qu'il y a réellement 12 à 15 toi-

 ses

ses d'erreur dans cette mesure, je consens de passer pour celui de tous les Astronomes, qui mérite le plus le mépris de l'Académie, & qui est le moins digne de la confiance du public; puisque si toutes les observations que nous avons fait imprimer, étoient aussi grossières qu'on le voudroit faire croire, il ne seroit pas possible qu'elles s'accordassent si bien entre elles, à moins que nous n'en eussions supposé ou altéré le plus grand nombre, ce qui seroit le comble de la charlatanerie & de la mauvaise foi. à Paris le 8 Août 1755. *LA CAILLE.*

AVERTISSEMENT.

A l'occasion de ce Mémoire M. Euler *remarque, qu'il est fort éloigné de croire, que la terre soit composée d'une matiere homogene; que cela nonobstant la terre pourroit bien avoir la même figure, comme si elle étoit homogene; mais que les variations du pendule suivroient alors une autre loi: d'où il conclut que ces variations ne sauroient être employées pour déterminer la figure de la terre. Au reste il a envisagé cette question comme un problème de Geometrie, en supposant que la figure de la terre soit un ellipsöide, & ayant déterminé les erreurs, qu'il foudroit supposer dans les observations, pour les mettre d'accord avec cette hypothese, son intention n'a pas été de porter la moindre atteinte à leur exactitude Cependant il se croit bien fondé d'attribuer à la terre une figure réguliere, jusqu'à ce que le contraire soit incontestablement demontré.*

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

* * *

DISSERTATION
SUR LES DIFFÉRENTS MOYENS DONT LES HOMMES SE SONT SERVIS POUR EXPRIMER LEURS IDÉES.

PAR M. DE MAUPERTUIS.

I.

Si l'on peut remonter jusqu'à des temps où les hommes n'auroient eu aucun langage, ils ont cherché d'abord à exprimer leurs besoins les plus pressants ; & quelques gestes & quelques cris suffisoient pour cela. Ce fut là la premiere Langue de l'homme ; c'est encore celle dans laquelle tous les peuples s'entendent, mais ne peuvent rendre qu'un fort petit nombre d'idées. Ce ne fut que longtemps après qu'on pensa à d'autres manieres de s'exprimer.

II. On pouvoit rendre ce premier langage plus étendu, en ajoutant aux gestes & aux cris naturels, des cris & des gestes de convention qui suppléassent à ce que les premiers ne pourroient rendre : & c'est là vraisemblablement ce qu'on fit d'abord.

III. Chacun de ces deux moyens d'expression pouvoit être perfectionné séparément. Par les seuls gestes de convention mêlés aux gestes naturels, on pouvoit se faire entendre ; par des cris de convention ajoutés aux cris naturels on eut pû parvenir au même but.

 IV.

IV. Cependant, malgré ce que nous voyons dans certains ſpectacles pantomimes, où nous pouvons avec un peu d'attention comprendre tout ce que les Acteurs veulent exprimer, & tout ce qu'on raconte de l'eſpece de perfection où les muets dans le ſerrail des Empereurs ottomans ont pouſſé le langage par geſtes, nous ne connoiſſons aucun peuple qui s'y ſoit tenu. On ne voit pas non plus une impoſſibilité abſolue à perfectionner le langage des cris par différentes intonations; ce qui eut fait de ce langage une veritable Muſique: cependant, malgré tout ce qu'on nous raconte des effets de l'ancienne Muſique, & tout ce que les Muſiciens de nos jours prétendent encore faire exprimer à la leur; la difficulté de l'intonation juſte, la rareté d'une oreille aſſez fine, & les différences qui ſe trouvent dans l'étendue des voix, paroiſſent des obſtacles invincibles pour l'établiſſement d'un tel langage.

V. Ce ne fut peut-être qu'après bien des tems écoulés qu'on en vint à une maniere de s'exprimer indépendante des geſtes & des tons. On s'apperçut que ſans agitation du corps & ſans efforts du goſier, par de ſimples battemens de la langue & des levres on pouvoit former un grand nombre d'articulations combinables à l'infini: on ſentit l'avantage de ce nouveau langage, tous les peuples s'y fixèrent; & ce fut la parole.

VI. Tout le reſte n'a plus été que des conventions particulieres de variations d'articulation. Les différences qui ſe ſont trouvées dans les organes des différents peuples, le hazard même là où il y avoit tant d'arbitraire, varierent les combinaiſons d'articulation à l'infini, & l'on eut des mots pour exprimer tout. Mais les hommes plus inſtruits par la communication mutuelle des leurs idées, formés pour ainſi dire par le langage, perfectionnerent le langage à leur tour: non ſeulement pour rendre plus clair à l'eſprit le ſens de ce qu'ils vouloient exprimer, mais encore pour rendre leurs expreſſions plus agréables à l'oreille. De là naquirent les régles grammaticales de toutes les Langues.

VII. Le langage d'articulation ainſi formé, & préféré avec tant de raiſon à ceux du geſte & de l'intonation, les bannit presqu'entièrement. Deux perſonnes, ſans aucun changement dans leur attitude, & ſans élever la voix, purent ſe communiquer leurs penſées, & traiter les ſujets les plus difficiles, ſans que ceux qui les environnoient puſſent les entendre. Cependant le premier langage, ce langage naturel des geſtes & des cris, eſt toujours prêt à ſe reproduire, dès que quelque paſſion nous remet dans cet état où l'on n'avoit beſoin que de lui ; dès que nous ſommes emportés par la colére, par la joye, ou par la douleur. Ce langage fait encore ſentir ſa force lorsqu'on joint le geſte à la parole ; mais, ſi tous les moyens d'expreſſion ſe trouvent réünis, ſi l'on ajoute à la parole & au geſte, les ſons d'une voix touchante, c'eſt alors que l'ame ſera le plus puiſſamment frappée : c'eſt alors que Didon inſpire au ſpectateur tous les ſentimens qu'elle éprouve, remplit toute la ſenſibilité du cœur qui l'écoute.

VIII. Je ne parle ici que de ce que nous voyons tous les jours : je ne dis rien de ces effets merveilleux que les anciens nous racontent du pouvoir de leur Muſique. Il ſeroit difficile de marquer jusqu'où cet art perfectionné peut aller, jusqu'où des organes aiguiſés par un long exercice peuvent le faire valoir, jusqu'où l'imagination y peut influer : mais je crois qu'en admettant quelque exagération dans les récits qu'on nous en fait, on ne peut cependant douter que cette Muſique ne fut capable de produire d'étranges effets.

IX. Je ne ſcai ſi c'eſt un ſentiment qui m'eſt particulier ; mais il me ſemble que l'uſage des ſons eſt plus propre à émouvoir, & celui du geſte à perſuader.

X. Revenons aux Langues proprement dites, aux langages d'articulation. Après que par des combinaiſons infinies d'articulations on fut parvenu à exprimer toutes ſes idées, chaque peuple eut ſa Langue à part ; & dans ce nombre prodigieux de mots qui appartiennent à chacune, il eſt rare d'en trouver un qui ait dans deux Langues différentes la même ſignification, à moins que ce mot n'ait paſſé de

l'une

l'une dans l'autre. Partout le nombre des mots fut proportionné au nombre des idées : les peuples les plus ſpirituels, eurent les Dictionnaires les plus amples ; ils ſurent diſtinguer juſqu'aux moindres différences dans les nuances de ce qu'ils vouloient dire ; ils eurent quelquefois, (quoique plus rarement qu'on ne penſe,) juſqu'à des mots ſuperflus, des ſynonymes : les peuples les plus groſſiers n'eurent qu'à peine ce qu'il leur faloit pour ſe faire entendre, & quelquefois manquerent du néceſſaire.

XI. On remarqua qu'un grand nombre d'idées ſe rapportoient à des objets qu'on peut concevoir indépendamment des autres ; on forma pour exprimer ces idées les mots que nous appellons *ſubſtantifs :* on vit que ces objets étoient ſusceptibles de différentes modifications; on forma pour exprimer ces modifications les mots qu'on appelle *adjectifs :* d'autres idées repréſentoient quelque opération, ſoit qu'elle ſe rapportât à nous-mêmes, ſoit qu'elle ſe rapportât à d'autres objets; on forma pour exprimer ces idées, les *verbes :* pour les différences du plus, du moins, des tems, des lieux, &c. on fit les *adverbes.*

XII. Je n'entre point dans le détail de toutes les différentes parties d'oraiſon, ni des manières d'en faire uſage ; elles varient chez chaque nation : & c'eſt l'affaire du Grammairien. Je ne parle ici que des vuës générales qui ont conduit tous les peuples dans la formation de leurs Langues.

XIII. A' la vérité tous les peuples n'ont peut-être pas fait d'abord toutes ces diſtinctions dont nous parlons ici. Un Sauvage, dont la Langue n'eſt pas encore formée pourroit confondre & exprimer tout à la fois, le pronom, le verbe, le nombre, le ſubſtantif & l'adjectif, & dire dans un ſeul mot : *j'ai tué un gros ours.* Mais une Langue ne ſauroit demeurer longtems dans cet état ; la mémoire ne pourroit retenir toutes ces expreſſions ſimples trop multipliées qui n'auroient point de rapport les unes aux autres : il en faudroit bientôt venir à diſtinguer & à dévélopper toutes les parties contenuës dans chaque phraſe. Au contraire, ſi une nation dont la Langue eſt déjà for-

formée se trouve avoir souvent à dire les mêmes choses, elle racourcira ses expressions, & pourra rendre des idées fort complexes par un seul mot. C'est ainsi que dans les Langues les plus parfaites on introduit les mots techniques, & tant d'expressions abrégées qui contiennent des phrases entières. Mais tout cela n'empêche pas que le procédé général de tous les peuples dans la formation de leurs Langues, n'ait dû être nécessairement tel que nous l'avons expliqué.

XIV. Les Langues ainsi formées, les premiers besoins satisfaits, on eut des besoins nouveaux; & l'on chercha à les satisfaire. Les moyens ingénieux que les hommes avoient trouvés pour s'exprimer, ne suffirent pas; ils ne pouvoient servir que dans la présence les uns des autres: on voulut se faire entendre dans des lieux éloignés; & c'est là vraisemblablement l'origine de l'écriture. Car il est moins croyable que le desir de parler à ceux qui devoient naitre, & de transmettre les pensées à la Postérité, ait été le motif qui a fait découvrir cet art admirable.

XV. Quoiqu'il en soit, on chercha des moyens pour se faire entendre dans des lieux où l'on n'est point, & dans des tems où l'on ne sera plus. Et comme le premier langage avoit consisté en gestes, & en représentations physiques des objets qu'on vouloit exprimer; de même pour le langage des absens en se servit de figures qui représentoient ces objets, & les gestes qui les devoient accompagner. Ce fut là la premiere écriture, l'écriture universelle, intelligible à tous les peuples, & qui vraisemblablement fut longtems la seule. On en trouve des vestiges dans ce qui nous reste des premiers tems des nations civilisées, on n'en trouve point d'autre chez les peuples sauvages.

XVI. Ces monuments de l'antiquité la plus reculée d'une nation qui paroit avoir été la premiere à cultiver les Arts & les Sciences, ces merveilleux obélisques coupés dans le plus dur rocher, transportés à de si grandes distances, élevés sur leurs bases par des moyens qui nous sont inconnus, mais qui marquent assez combien les Egyptiens avoient déjà fait de progrès dans la Méchanique, conservent des

restes de cette écriture. Les peuples du Mexique n'en connoissoient encore point d'autre, lorsque Cortez y arriva. Ce fut dans cette écriture que les Gouverneurs des provinces maritimes donnerent avis à leur Empereur de l'arrivée des Espagnols sur leurs côtes.

XVII. Cependant une nation qui faisoit quelque usage de son esprit, ne pouvoit pas longtems en demeurer là. On fut bientôt obligé de mêler aux figures naturelles des figures de convention ; on en voit déjà sur les obélisques de mêlées avec les figures naturelles, & c'est ce mêlange qui fait la difficulté que nous trouvons à en comprendre le sens.

XVIII. Je sçai qu'il y a différentes opinions sur les hiéroglyphes de l'Egypte : quelques Auteurs y cherchent de grands mystères; prétendent qu'ils contiennent les secrets que les Prêtres vouloient cacher au Peuple : l'opinion des autres est que ces figures n'étoient que l'écriture de ce tems-là. Mais, à envisager la chose du plus haut point de vûë, & comme ici nous l'envisageons, la difference des deux opinions ne change rien à ce que nous disons. Car quand les figures égyptiennes qui nous restent, seroient des especes d'énigmes sacrées, & ne seroient point la premiere écriture de l'Egypte; cette première écriture, & la première écriture de toutes les nations, aura toujours été telle que nous l'avons exposée §. XV.

XIX. L'addition des figures de convention qu'on fit aux figures naturelles, étendit toujours de plus en plus l'usage de cette écriture. Dans les premières figures de convention on chercha vraisemblablement quelques rapports avec les choses qu'on vouloit exprimer : mais comme ces rapports dépendant de la maniere particuliere d'envisager les choses, n'avoient rien d'universel, & ne faisoient le plus souvent que de vrayes énigmes ; & que par là ces figures symboliques, n'avoient guères d'avantage sur les signes de pure convention, desquels on ne pouvoit entiérement se passer, & qu'on traçoit bien plus facilement ; ceux-ci insensiblement prirent la place des autres, & l'écriture ne fut plus formée que de signes de convention.

XX. On voit un exemple manifeste de ceci, du progrès par lequel on est venu à bannir les figures naturelles, & à les suppléer par les figures de convention, dans la maniere dont les Romains exprimoient leurs nombres. Le signe de l'unité (I) ayant été d'abord choisi, les signes II. III. IIII. ne furent que les figures naturelles des nombres qu'ils représentent : mais le trop de longueur des expressions, si on les eût continuées, & la peine qu'on auroit eu à distinguer ces signes trop longtems répétés, firent qu'après les quatre premiers signes naturels, on eut recours à un signe de convention (V). C'est ainsi sans doute, & pour des inconvénients semblables, que dans l'écriture on suppléa par des signes de convention les figures naturelles.

XXI. Les Chinois en sont restés-là. Leur écriture n'est qu'un assemblage infini de signes de convention, dont chacun est représentatif de chaque chose. Mais quelle multitude de signes ne faut-il pas pour rendre une telle écriture capable de tout exprimer ! Et quelle mémoire est assés vaste pour les retenir ! Ou prétend à la vérité que les Chinois ont porté cette écriture à un haut degré de perfection, en établissant pour les idées les plus générales un certain nombre de signes principaux, dont le sens se détermine aux idées particulieres par l'addition & la combinaison de nouveaux signes. Mais malgré cette abréviation & cette perfection, l'écriture Chinoise est encore composée de 80000. caractères, & un Lettré passe sa vie à apprendre à lire & à écrire. Cette écriture, si différente de celle de tous les autres Peuples que nous connoissons, n'empêche pas que le langage des Chinois ne soit semblable à celui des autres peuples, ne soit comme le leur un langage d'articulation. Mais leur écriture contient beaucoup plus que n'articule un lecteur ordinaire. Et plusieurs nations voisines de la Chine, qui parlent des langues différentes de celle des Chinois, entendent également cette écriture.

XXII. Pour revenir à tous les états par lesquels ces différentes écritures ont passé : la première écriture ne consista qu'en figures naturelles ; c'est l'état où étoit encore l'écriture chés les Mexicains, lorsque

Cortez y arriva. Cette écriture devint plus étenduë par les ſignes de convention qu'on y ajouta; telle vraiſemblablement elle étoit en Egypte, lorsqu'on grava les inſcriptions des obéliſques. Enfin cette écriture a pris le dernier degré de perfection, lorsqu'au lieu de figures naturelles, on n'a plus fait uſage que de ſimples ſignes de convention, dont les combinaiſons exprimoient les idées complexes auxquelles ils ſe rapportoient; & c'eſt là le point où l'écriture ſe trouve encore aujourd'hui chez les Chinois.

XXIII. Au Pérou l'on avoit une autre eſpece d'écriture, qui marque moins de génie que toutes les précédentes, mais qui ne nous a paru devoir être citée qu'après elles, parce qu'elle étoit moins naturelle. Cette écriture ne conſiſtoit qu'en un ſeul ſigne répété autant de fois qu'on en étoit convenu pour exprimer chaque choſe. On dit que les Péruviens avoient écrit ainſi leur hiſtoire, ou plutôt leurs principaux événemens, car on comprend aſſez qu'il n'eut pas été poſſible d'écrire de la ſorte une véritable hiſtoire. Leurs *quipos* étoient des aſſemblages de petites cordes de différentes couleurs, où tout n'étoit marqué que par des nœuds.

On trouve à la Chine quelque choſe, qui paroit aſſez ſemblable aux *quipos* du Pérou; ce ſont divers aſſemblages de deux ſeuls caractères, que les plus anciens monuments ont conſervés, & qu'on attribuë à *Fohi* fondateur de cette Monarchie presqu'auſſi ancienne que le Monde. La clef de ces caractères eſt perduë depuis pluſieurs ſiècles, & les plus grands Philoſophes de la Chine ſe ſont bien tourmentés pour la retrouver: cela n'en vaudroit guères la peine, ſi les *kouas* de *Fohi* n'étoient, comme quelques uns le penſent, que la repréſentation des petites cordes nouées dont les anciens Chinois ſe ſervoient de la même maniére que les Péruviens de leurs *quipos*. Peut-être fait on tort aux Chinois de leur attribuer une écriture ſi peu digne de leur eſprit, & ſi éloignée de celle dont ils ſe ſervent; mais ſi l'on fait attention aux premiers pas qu'a fait le genre humain, on trouvera peut-être que c'eſt aſſez pour ces peuples d'avoir été au tems du Déluge au

point

point où les Péruviens étoient dans ces derniers tems. Et s'il étoit vrai que l'écriture dont les Chinois se servent aujourd'hui fût cette écriture philosophique que les plus grands hommes de notre Europe ont cherchée pour en faire une Langue universelle, les Chinois seroient déjà parvenus là où nous ne parviendrons que dans plusieurs siecles, là où peut-être même nous ne parviendrons jamais.

XXIV. Enfin l'on en est venu à une écriture toute différente de celles qui représentoient les idées, soit par les figures naturelles, soit par les figures de convention, soit par quelqu'autre signe que ce soit : & l'on peut regarder cette dernière invention comme la plus utile de toutes celles qui ont été accordées à l'esprit humain. C'est de représenter, non pas les choses, mais les paroles dont on se sert dans le langage pour les exprimer ; d'établir des caractères auxquels on attribue toutes les articulations de la voix, & dont les assemblages rendent les mots & les phrases : c'est l'écriture que tous les peuples aujourd'hui ont adoptée, excepté peut-être quelques nations encore sauvages ; & les Chinois, qui sacrifient peut-être l'utilité qu'ils retireroient de cette écriture à d'autres avantages que nous ne connoissons pas assez, ou au respect qu'ils ont pour l'antiquité.

XXV. L'écriture de tous les peuples de l'Europe n'est donc qu'une représentation de la parole ; chaque nation a des caractères pour exprimer toutes ses articulations : & si son alphabet est bien complet, elle peut même exprimer les mots des autres Langues qu'elle n'entend point : celui qui lit à mille lieuës ou mille ans après, rend les mêmes paroles que proféroit celui qui l'a formée ; &, si la Langue est demeurée la même, rend les mêmes idées.

XXVI. Quant à la construction de cette écriture, on pouvoit s'y prendre de différentes manières. On pouvoit former des caractères dont chacun exprimât plusieurs articulations à la fois, des syllabes entieres, ou des mots entiers ; ce qui eut rendu l'écriture plus courte, en rendant l'alphabet plus ample : on pouvoit au contraire décomposer

 cha-

chaque mot dans ses articulations les plus simples, dans tous ses élémens, & former seulement des caractères pour chacun de ces élémens ; ce qui rendoit l'alphabet plus court, & l'écriture plus longue. Il est à croire que cette dernière manière étoit la plus commode, puisque la plupart des peuples s'y sont arrêtés. Car si quelques uns comptent dans leur alphabet un plus grand nombre de caractères que les autres, cela vient le plus souvent de ce qu'ils ont dans leur Langue des articulations que ces autres n'ont pas, plutôt que d'un nombre de caractères réellement plus grand pour n'exprimer que les mêmes articulations.

XXVII. Pour comparer sans prévention les deux especes d'écritures ; celle par signes représentatifs des choses, & celle par signes représentatifs des mots ; il faut avouër que si la premiere avoit toute la perfection qu'on peut imaginer ; & que les hommes eussent assez de mémoire, l'écriture par signes représentatifs des choses auroit de grands avantages sur la nôtre. Le principal seroit que chaque signe répondant à une idée, & les signes principaux appartenant aux idées les plus simples, l'ordre des idées se pourroit rendre par l'ordre des signes ; & par la composition des signes on rendroit la composition des idées. Un trait principal représentant d'abord le sujet, chaque nouveau trait dont il seroit chargé marqueroit tout ce qui pourroit lui appartenir. Dans le signe, par exemple, qui exprimeroit un navire, on trouveroit, bois, maison flottante, &c. Dans les signes qui représenteroient des choses plus composées, on découvriroit une plus grande composition. Et si l'écrivain & le lecteur étoient assez habiles, on trouveroit dans chaque caractère la juste définition de la chose. On voit par là pourquoi c'est un si grand mérite à la Chine d'être *Lettré;* c'est qu'il faut être Philosophe pour sçavoir lire & écrire. Cette écriture pourroit être telle que chacun y découvriroit selon sa capacité; que les mêmes caractères auroient un sens plus étendu pour les Savants, ou pour ceux qui chercheroient à s'instruire ; & un plus borné, qui suffiroit pour ceux qui ne voudroient pas approfondir, ou qui n'en seroient pas capables. J'ai oui dire en effet à un homme d'esprit qui a de-

demeuré longtems à la Chine, qu'un Chinois, ſelon qu'il eſt plus ou moins habile, voit plus ou moins dans la même page: que tandis que l'un n'y voit que ſuperficiellement la choſe, l'autre y trouve toutes ſes propriétés, & les rapports de ces propriétés. Il ne faut pas douter que ce ne fut là un grand avantage, ſi, comme nous l'avons déjà dit, de grands inconvénients n'y étoient attachés; ces inconvénients ſont l'immenſe multitude des caractères, & la difficulté de les connoitre & de les retenir.

XXVIII. Pour achever de faire comprendre la différence entre ce genre d'écriture & la nôtre, je me ſervirai de l'exemple des notes de la Muſique. Pour écrire la Muſique on pourroit ſe ſervir des nombres qui appartiennent à chaque ton, c'eſt à dire qui marquent les vibrations qu'une corde qui rendroit ce ton imprime à l'air dans un tems donné: cette maniere répondroit à l'écriture dont nous venons de parler. Au lieu de cela on ne s'eſt propoſé que d'exprimer l'intonation ou la ſenſation que chaque ton excite; & cela répond à notre écriture, qui, ſans égard aux choſes, ne rend que les mots.

XXIX. Après cette digreſſion, qui nous a paru néceſſaire pour expliquer les différents rapports qui ſe peuvent trouver entre le langage & l'écriture, revenons à l'écriture & au langage de l'Europe, qui ne ſont plus qu'une même choſe; & examinons les différens degrés de perfection ou de ſimplicité dont nos Langues ſont ſusceptibles.

XXX. C'eſt d'abord une queſtion qui n'eſt pas peu embaraſſante; comment tous les peuples qui ſont répandus ſur la terre, n'ayant formé d'abord qu'une ſeule famille, parlent aujourdhui des Langues ſi différentes. Chaque branche de cette famille en ſortant de la maiſon paternelle n'a-t-elle pas dû retenir la Langue qu'on y parloit? Et ſi mille circonſtances ont pu cauſer à cette Langue de grandes altérations chez les différentes nations qui ſe ſont formées, ne devroit-on pas du moins retrouver chez ces nations un grand nombre de mots qui fuſſent les mêmes?

XXXI.

XXXI. C'eſt ce qu'on n'obſerve point : après tous les efforts de pluſieurs Auteurs plus ſavants que philoſophes, s'ils nous font voir quelquefois dans nos Langues modernes un mot qui a la même ſignification que dans les Langues qu'on regarde comme les premieres qui aient été parlées, ce n'eſt l'effet que d'un hazard preſqu' inévitable dans un ſi grand nombre de mots. Et ſi ceux qui veulent retrouver nos Langues dans ces premieres Langues, ſont de bonne foi, ils avoueront que tout ce qu'ils ont fait n'a été que prouver qu'ils ſavoient un aſſez bon nombre de mots de chacune.

XXXII. Pour expliquer donc la diverſité des Langues que parlent aujourd'hui les deſcendants d'une même famille, il faut avoir recours au miracle qui nous eſt rapporté dans les livres ſacrés; à cette confuſion dont Dieu punit la témérité des enfants de Noë : ou penſer que lorſque les familles ſe diſperſerent, elles n'avoient point encore de Langue formée; qu'elles en étoient encore à ces moyens naturels d'expreſſion dont nous avons parlé §. I. II. III. IV. dont elles ne connurent l'inſuffiſance, & qu'elles n'abandonnerent que longtems après.

XXXIII. Chaque famille ſéparée devenant un peuple, ſes beſoins, ſes idées ſe multipliant, elle ſe forma une Langue & une écriture, de la maniere que nous l'avons expliqué; & aujourd'hui il n'y a ſi petite nation qui n'ait la ſienne.

XXXIV. Il n'eſt pas néceſſaire de faire remarquer combien cette diverſité des Langues eſt incommode, & combien il ſeroit utile que tous les hommes puſſent s'entendre : aujourd'hui ſurtout, où les peuples les plus éloignés ſe viſitent ſi fréquemment, entretiennent un commerce univerſel de beſoins & de ſecours réciproques, & où il n'eſt preſque plus de peuple qu'on puiſſe appeller barbare.

XXXV. On a donc ſouhaité dans ces derniers tems, non de ramener toutes les nations à ne parler qu'une même Langue; la choſe eſt viſiblement impoſſible; mais de former une Langue nouvelle dans laquelle toutes les nations puſſent s'entendre: & cela a été entrepris par des hommes célébres.

XXXVI. Nous ne ſommes pas aſſez hardis pour nous aſſocier à eux, ni pour nous croire capables d'accomplir un tel projet. Nous nous contenterons de propoſer quelques vuës générales qui pourroient ſervir à l'éxécuter ou à le faire abandonner. Il ſeroit ſouvent auſſi utile aux hommes de leur faire voir l'impoſſibilité de ce qu'ils entreprennent, que de leur fournir des moyens pour y réuſſir: mais il eſt toujours avantageux de bien connoitre toutes les difficultés de quelqu'entrepriſe que ce ſoit.

XXXVII. Comme l'écriture peut ſuppléer à la parole, on peut réduire le problème d'une Langue univerſelle à celui d'une écriture univerſelle: & quelques Auteurs ont propoſé pour cette écriture des caractères de convention, ou un chiffre dont chaque nation eut une clef par des eſpeces de Dictionnaires.

XXXVIII. A ne pouſſer la choſe que jusques-là, la traduction de ce chiffre dans quelqu'une des écritures déjà établies, ou la traduction d'une de ces écritures dans ce chiffre, n'auroit aucun avantage ſur les traductions ordinaires. Il faudroit que cette écriture qui devroit être univerſelle eût des avantages réels ſur toutes les autres, qui la rendiſſent plus facile à apprendre.

XXXIX. Si l'on pouvoit bien fixer la nature des idées, qu'on pût les ranger dans un ordre qui répondit à leur priorité, à leur généralité, à leur limitation, il ne ſeroit pas impoſſible d'établir des caractères qui euſſent des rapports correſpondants aux rapports des idées. Ces caractères établis, ſeroient non ſeulement des ſecours pour la mémoire, mais encore des inſtructions pour l'eſprit: & cette écriture philoſophique mériteroit d'être l'écriture ou la Langue univerſelle. C'eſt là à peu près l'idée que nous veulent donner de l'écriture des Chinois quelques Auteurs, peut-être plus prévenus en faveur de cette nation, que fidéles dans ce qu'ils nous en diſent. C'eſt du moins une telle écriture que de grands Philoſophes ont propoſée, mais qu'ils n'ont vuë que de bien loin.

XL. En effet comment pourroit on se flatter de faire convenir tous les hommes sur le rang & la valeur des idées, tandis qu'ils different si étrangement sur cela, que les uns regardent comme aussi anciennes que notre ame des idées que les autres prétendent qu'elle n'acquiert que par les sens & l'expérience ? que les uns regardent comme fondamentale, & comme une des premieres de toutes, l'idée de l'espace ou du vuide, que les autres soutiennent qu'il est impossible d'avoir. Si sur ce principe du rang & de la valeur des idées, Descartes ou Malebranche eussent formé une écriture universelle, jamais Newton ni Locke n'eussent su lire.

XLI. S'il n'étoit question que de rendre un petit nombre d'idées, toutes les nations pourroient facilement s'accorder, & s'entendre dans une expression commune. L'Algebre, l'Arithmétique, la Musique, Langues universelles dans nôtre Europe, le prouvent assez. Mais leur universalité n'est due qu'au petit nombre & à la simplicité des idées qu'elles expriment. Et il ne paroit guere possible de traiter dans de telles Langues d'autres sujets, que l'étenduë, les nombres, ou les sons.

XLII. Chaque nation a donc sa propre Langue, & vraisemblablement la conservera longtems; remplie de difficultés pour les autres nations. Mais on peut dire qu'une grande partie de ces difficultés n'étoit point essentielle aux Langues; & ne s'y trouve que parce qu'on a formé les Langues peu à peu, & pour ainsi dire au hazard; ou parce qu'on a trop consulté la douceur, la facilité de la prononciation, & l'harmonie; qu'on a voulu rendre agréable ce qu'on n'auroit dû se proposer que de rendre utile.

XLIII. On ne peut nier que la diversité des conjugaisons des verbes, des déclinaisons des noms, & de la terminaison des adverbes, ne produise des agrémens réels dans les Langues: mais ces agrémens peuvent-ils compenser les difficultés qu'elle y apporte ? & les Langues dans lesquelles on a moins prodigué cette diversité que

dans les autres, manquent-elles de clarté & d'énergie ? La Langue françoiſe n'a point de déclinaiſons, n'a pour les noms que deux genres, & ne marque le plus ſouvent les temps de ſes verbes que par deux auxiliaires qui ſuppléent aux conjugaiſons ; la Langue angloiſe eſt encore plus ſimple : cependant ces Langues expliqueront tout avec autant de clarté & de préciſion que les Langues grecque & latine ; mais malgré cette ſobriété elles produiſent des chef-d'œuvres d'Eloquence & de Poëſie, qui ne cedent peut-être point à tout ce que le luxe des Grecs & des Latins nous a laiſſé. La Langue allemande n'a qu'une ſeule terminaiſon pour l'infinitif de tous ſes verbes ; & aſſurément n'eſt pas une Langue barbare.

XLIV. Quelque forme qu'ait une Langue, je ne vois pas qu'il ſoit poſſible de diſpenſer la mémoire de retenir un grand nombre de mots : mais il me ſemble qu'on la ſurcharge de beaucoup dont on auroit pu ſe paſſer ; & que dans ceux qui étoient abſolument néceſſaires, on auroit pû là ſoulager par l'uniformité ou la ſymmètrie. Les différentes inflexions que les conjugaiſons donnent aux verbes, ſont pour ainſi dire autant des différents mots. Il eſt vrai qu'en rangeant les verbes ſous un certain nombre de claſſes par rapport à leurs conjugaiſons, on diminuë le nombre des inflexions : mais ce nombre eſt toujours encore très grand, & les verbes irréguliers apportent encore de nouveaux embarras. On peut dire la même choſe des déclinaiſons des noms : enfin on a voulu pouſſer la difficulté jusqu'à donner aux ſubſtantifs des ſexes ou des genres qui modifiaſſent leurs articles & leurs adjectifs. On pourroit retrancher tout cela ſans faire aucun tort réel à la Langue.

XLV. Si tous les noms ſubſtantifs avoient une même terminaiſon qui fut invariable, que le nombre & le cas ſeulement (car le genre eſt bien inutile) fuſſent déſignés par quelques articles toujours les mêmes, qui ſuppléaſſent aux déclinaiſons : qu'on donnât une autre terminaiſon invariable à tous les adjectifs, une autre aux adverbes ; que tous les verbes terminés de la même maniere n'euſſent qu'un infinitif, mo-

 difié

difié par des adverbes qui en marquaſſent les tems & les modes d'une maniere uniforme & univerſelle : ſi, dis-je, il ſe trouvoit une telle Langue, toutes les régles de la Grammaire, ſi nombreuſes & ſi embarraſſantes, ſe réduiroient preſqu'à rien ; tous les mots, dont l'eſpece ſe connoitroit d'abord par la terminaiſon, s'apprendroient facilement ; ou trouvés dans le Dictionnaire, s'employeroient toujours ſans la moindre difficulté, ſoit pour expliquer, ſoit pour entendre. Il n'eſt pas douteux qu'une telle Langue ne fût incomparablement plus facile que toutes les nôtres. Avec le peu de régles qu'on apprendroit dans une heure, & un bon Dictionnaire, on ſeroit en état d'entendre parfaitement tout ce qui ſeroit écrit dans cette Langue, & d'y écrire tout ce quon voudroit faire entendre aux autres.



DE

L'ETENDUË DE L'IMAGINATION.

PAR M. FORMEY.

Je ne m'arrêterai point à l'exposition des faits qui concernent l'Imagination : ils ont été rapportés par d'habiles Philosophes, qui n'ont presque rien laissé à glaner là-dessus. Il suffit de lire le second Livre de la Recherche de la Vérité du P. *Malebranche*, & la *Psychologie Empirique* de M. *de Wolff*, pour avoir toutes les connoissances historiques que l'Expérience a fournies sur les divers actes de cette faculté. Le but particulier de ce Mémoire, c'est de donner une juste notion de son étendüe.

L'Imagination peut être considérée dans le Corps & dans l'Ame. Aux actes qui produisent ce qu'il y a de méchanique & de composé dans la représentation des objets, succedent les idées que l'Ame s'en forme, mais d'une maniere si rapide, que ces choses paroissent coëxister, & avoir une simultaneïté parfaite; qui engage les partisans du Matérialisme à la prendre pour une véritable identité. La premiere réfléxion qui naît donc sur cette faculté; c'est qu'on doit être extrèmement sur ses gardes, pour ne pas faire passer dans un sujet d'une parfaite simplicité, tel qu'est l'Ame, des impressions composées, à quelque petitesse qu'on les réduise, le composé ne pouvant jamais exercer aucune action réelle & immédiate sur le simple. On sent bien que cela remonte jusqu'à la grande Question de l'union de l'Ame avec le Corps, à laquelle nous ne toucherons point. Mais nous croyons pouvoir diminuer l'espece de surprise qui naît, de ce qu'une chose composée peut être représentée dans une chose simple, sans en altérer la simplicité; si nous faisons remarquer que, dans les opérations materielles elles-mêmes,

mes, & quand on voudroit que tout y fût borné, il n'y a aucun rapport entre l'impression que l'objet extérieur excite sur l'organe, & l'idée matérielle, ou phantasmatique, qui en résulte. Quand je manie, par exemple, dans l'obscurité un vase, ou quelque autre corps de telle ou telle figure, l'ébranlement des fibres de mes mains a-t-il quelque rapport avec la figure de ce corps, & la transmet-il dans toute l'étenduë des fibrilles nerveuses, pour aller former une figure semblable à celle de cet objet au fonds de mon cerveau? Non assurément; il n'y a pas plus d'analogie entre l'impression externe, & la sensation interne, qu'entre ces deux choses, & la production de l'idée dans l'ame: ou du moins il n'y a pas plus de possibilité d'en donner une explication intelligible. Et en général que sont toutes les traces imprimées dans notre cerveau? Sont-ce des peintures, des caractères, ou autres empreintes, qui participent à la nature des objets qu'elles rappellent à notre Ame? On se jetteroit dans des difficultés insurmontables, si on vouloit le soutenir: & ces mêmes difficultés doivent faire comprendre qu'on n'est pas en droit de combattre l'existence de l'Ame, considérée comme un être simple, en se fondant sur ce qu'il n'y a aucun moyen d'expliquer comment les représentations des choses composées s'y produisent.

Cependant il faut avouër qu'il demeure un genre de conformité entre les impressions du dehors & les états internes qui y répondent: il consiste en ce que de part & d'autre il y a composition, quoiqu'il n'y ait d'ailleurs aucune ressemblance. Il en est, ce me semble, précisément comme du rapport qui lie ensemble les caractères, & les objets dont ces caractères expriment les noms. Quand je lis le mot de *cheval*, il ne se présente rien à ma vuë, ni même à mon imagination, entant qu'elle demeure fixée sur ce mot, qui ait le moindre trait analogue à la figure, ou aux autres propriétés du cheval. Continuez à parcourir les chaînons qui conduisent l'idée jusqu'à l'ame; & vous trouverez la même hétérogeneïté. Le cheval externe ne ressemble point à l'ébranlement de l'organe de la vision; cet ébranlement ne ressem-

semble point à l'acte d'imagination, ou à l'idée phantasmatique, qui en résulte ; & celle-ci enfin ressemble encore moins à l'idée proprement dite, qui se manifeste dans l'Ame même. C'est ainsi qu'on peut faire servir les difficultés elles-mêmes à en résoudre d'autres; ou du moins à empêcher ces jugemens précipités, par lesquels on infere l'impossibilité de la simple inconceptibilité.

Notre corps est une machine, qui fait partie d'une autre plus grande, c'est à dire, de l'Univers. Quoique nous ayons le pouvoir, bien limité cependant, de transporter ce corps d'un lieu dans un autre, nous n'en tenons pas moins d'une maniere continuë, & indissoluble, à tout ce qui nous environne. La rareté, l'imperceptibilité de certaines matieres, rélativement à nos organes, persuadent au vulgaire, que nous sommes dans une espece de vuide, & que, lorsque nous n'appercevons aucune impression, rien n'agit en effet sur nous. Il ne faut pas avoir poussé fort loin l'étude de la Philosophie pour se dépouiller de préjugés aussi grossiers. Mais il faut l'avoir poussée assez loin, & beaucoup plus qu'on ne le fait ordinairement, pour voir jusqu'où mene la doctrine de cette liaison de notre corps, & par le moyen, ou à l'occasion du Corps, de notre ame avec tout l'Univers. Il en résulte des conséquences qui ont d'abord un air paradoxe, & dont Epictete prédit le danger, quand il dit dans son Manuel, Ch. XXIX. *Pensez-vous à l'étude de la Philosophie? Préparez-vous aussi-tôt à être l'objet de la raillerie, & à voir le gros des hommes vous tourner en ridicule.* Ces risques ne nous arrêteront cependant point : & nous ne sommes pas moins disposés à tout sacrifier aux intérêts de la Vérité, qu'attentifs à éviter l'écueil de la chimère.

L'assemblage immense des choses qui composent l'Univers forme un Tout exactement lié, & sans aucune lacune par rapport au tems, ni par rapport à l'espace. L'ordre des successions & des coëxistences est dans un flux perpetuel ; mais il ne s'y forme jamais d'interruption, qui rompe les liens de cet enchainement, d'où résulte tout à la fois l'unité & l'essence du Monde. Le systême de tous ces êtres ainsi liés peut

être conçu comme une espece de Tableau, continuellement présent à l'Intelligence Divine, qui ne le perd jamais de vuë, & qui en saisit jusqu'aux moindres détails : ou plutôt, qui voit les êtres mêmes dans leurs simples possibilités, ou essences, & les combinaisons d'êtres dans les raisons que ces possibilités, ou essences, fournissent de les combiner ainsi, & non autrement. Cette vision purement rationelle, si je puis m'exprimer ainsi, est propre à l'Etre infini, exclusivement à tous les êtres finis, quelque étenduë qu'on veuille assigner à leurs facultés. Il en est des actes de l'entendement de Dieu, comme des actes de sa puissance : le sceau de l'infini qu'ils portent les rend incommunicables.

Mais si les Intelligences finies n'apperçoivent pas le Tableau de l'Univers dans toute son étenduë, ni ne saisissent pas même la portion qui est à leur portée avec ce dernier degré de distinction qui découvre les effets dans leurs dernières causes ; elles ne laissent pas de participer à cette vuë, chacune suivant le degré de ses forces, & la situation où elle se trouve placée. Figurez-vous, pour continuër à me servir de la même figure, un fort grand morceau de Peinture, exposé aux regards de diverses personnes dont la vuë est très inégale. Ceux qui l'ont forte & excellente, embrassent d'un coup d'œil tout le Tableau, ils en saisissent l'ordonnance, toutes les parties, toutes les beautés, tous les défauts. Quelcun au contraire qui aura une de ces vuës foibles & basses, qui demande que l'œil soit presque collé sur les objets, s'approchera ; & appliquant l'organe sur un endroit du Tableau, y fixera ses regards. On remarque d'abord la différence qui se trouve entre lui & ceux dont on vient de parler ; il n'acquiert qu'une idée partiale, tandis que les autres en ont une totale, & ne peut porter que des jugemens fort hazardés sur les diverses propriétés, ou perfections du Tableau.

A' présent faisons deux suppositions différentes. Ou bien ce spectateur d'une vuë si bornée sera obligé de demeurer vis à vis de l'endroit qu'il considère, & ne pourra pas passer en revuë les autres par-

parties, en allant de l'une à l'autre dans l'ordre où elles se suivent, & en comparant à mesure qu'il avance ce qu'il voit avec ce qu'il a déjà vû, par le secours de l'imagination & de la mémoire; ou bien il pourra faire cet examen successif. Dans le premier cas il voit à la vérité le Tableau, entant qu'il en voit une partie, mais il ne s'élevera jamais de la notion de cette partie à celle du tout; dans le second, il pourra, quoique lentement, arriver par une application soutenuë à se former une idée du tout, équivalente à celle qu'une bonne vuë procure du premier coup d'œil à celui qui la possede.

L'Homme est le Spectateur; l'Univers est le Tableau: & les choses se passent à peu près comme nous venons de le dire, suivant les diverses situations par lesquelles nous passons. L'enfant n'apporte en naissant qu'une attention restreinte dans les bornes de son berceau; il ne connoit pendant quelque tems que le sein de la Nourrice. Il y a bien loin de là, non seulement à l'idée de l'Univers, mais à celle du séjour dont il doit devenir habitant, de la surface de nôtre Globe, & des différens objets dont elle est couverte. Mais bientôt après, promenant ses regards de côté & d'autre, il vient à bout de connoitre ceux qui l'environnent, les choses dont on fait un fréquent usage, la Société, l'Etat: & il sçait au moins en gros à quoi il tient ici bas. Les hommes faits, & parvenus à l'age qu'on appelle de raison, quoique tant de gens n'y arrivent jamais, les hommes, dis-je, considérent chacun la portion de l'Univers qui les environne, rélativement à leurs besoins & à leurs passions. Le Laboureur ne voit, pour ainsi dire, que ses bœufs & sa charruë, tout comme le Jouëur ne voit que des Cartes & des Dés. Ce seroit une chose fort singulière que de pouvoir se procurer l'empreinte de l'Univers telle qu'elle est dans chaque cerveau, & d'avoir une détermination exacte de ce que chaque individu y découvre, & de la perspective sous laquelle il se le représente. On verroit autant de plans, de profils, de coupes, pour ainsi dire, de l'Univers, qu'il y a de génies, & surtout qu'il y a de passions dominantes. Or il faut remarquer que, généralement parlant, les hommes ayant une fois devant

eux un ſemblable plan, ne le perdent plus de vuë; & que renonçant volontairement à l'acquiſition de toute autre connoiſſance, ils ſe bornent à être toute leur vie ce que leur penchant ou leur interêt veut qu'ils ſoyent. Voilà donc tout autant de perſonnes dans le cas de l'homme à courte vuë, attaché à une partie du Tableau, qui ne verra jamais que ce qu'il a vû d'abord.

Ainſi commence, continuë, & s'acheve réellement la vie des 99 centièmes de l'eſpece humaine: il n'y a guères de différence à mettre entre eux, & la chenille qui, ne quittant point l'arbre dont elle broute la feuïlle, ne connoit de tout l'Univers, je ne dirai pas que cet arbre, mais que ce qui dans cet arbre a un rapport immédiat à ſes beſoins. Ce n'eſt pas aſſurément une lumière bien forte que celle de la Raiſon; mais, telle qu'elle eſt, la face du monde ſeroit bien changée, ſi chacun en tiroit tout le parti qu'on en peut tirer, & qu'il apperçut tous les objets avec autant de diſtinction qu'il eſt poſſible à la Raiſon de le faire. A la vérité il n'y a pas d'apparence que ç'ait été l'intention du Créateur. Le principal but auquel il a rapporté les facultés & les inclinations, c'eſt la conſervation de la Société; cet eſprit philoſophique, qui écarteroit les nuages dont nous ſommes environnés, & qui dépouïlleroit les phantômes de la réalité que nous leur prêtons, arrêteroit tout à coup l'activité, qui eſt le premier mobile de tout ce qui ſe paſſe autour de nous. Il faut qu'il y ait des Philoſophes dans la Société; ce ſont les Prophètes & les Apôtres de la Raiſon: mais il ne faut pas que la Société ſoit philoſophe. Les leçons que répandent de ſiècle à autre quelques Génies ſupérieurs, ſont une eſpece de ſel qui empêche la corruption univerſelle; mais tout ne doit pas être ſel, c'eſt une matière infructueuſe, & ennemie de la fertilité, quand elle exiſte dans une trop grande abondance.

Ceci tient de la digreſſion; revenons à nôtre ſujet. Nous n'avons encore vû que des hommes tellement liés à une ſorte d'objets que leur faculté de connoitre en eſt entièrement épuiſée, & qui, bien loin de juger de l'Univers par ce qu'ils en voyent, ne ſavent pas à pro-

pre-

prement parler qu'il y ait un Univers, c'eſt à dire, un Tout exacte-ment & harmoniquement lié, dont la portion qu'ils obſervent, ou qu'ils pourroient obſerver, contient l'idée toute entière; de façon que chaque état de leur ame, chaque tableau partial dont leur imagination eſt actuellement occupée, peut ſervir à expliquer le Tableau univerſel, & le dévoileroit en effet à une Intelligence qui, en ayant d'abord eu une connoiſſance adéquate, n'en verroit enſuite que la petite partie dont il s'agit. Cette aſſertion, quelque étonnante qu'elle puiſſe paroître aux perſonnes à qui ces idées ne ſont pas familières, peut néanmoins être prouvée d'une maniere véritablement démonſtrative; & je vais propoſer un exemple qui, ſi je ne me trompe, convaincra tous ceux qui voudront y faire attention.

L'Iliade d'Homere eſt un Poëme connu de tout le monde. Il eſt compoſé de pluſieurs Chants, & chaque Chant d'un grand nombre de Vers. On ne ſçauroit nier la poſſibilité d'une Mémoire qui ſaiſiroit tout ce Poëme, ſans en laiſſer échaper un ſeul mot, ou d'une Imagination qui s'en repréſenteroit tous les faits dans la liaiſon où ils ſont entr'eux, depuis le premier jusqu'au dernier. Tel étant donc l'état de cette Mémoire, ou de cette Imagination, qu'on prononce un ſeul Vers de l'Iliade, pourvû que ce ne ſoit pas un de ces Vers qui ſe trouvent dans des tirades répétées par le Poëte, (& voilà pourquoi il ne faut que des Indiſcernables dans l'Univers,) qu'on prononce, dis-je, ce Vers, & il arrivera l'une de ces deux choſes. Ou les mots dont il eſt compoſé rappelleront, au gré de celui dont la Mémoire eſt ſuppoſée poſſeder toute l'Iliade, ſoit les Vers qui précedent, ſoit ceux qui ſuivent immédiatent; & cette perſonne pourra en conſéquence remonter jusqu'au premier Vers, ou deſcendre jusqu'au dernier, c'eſt à dire, ſe rappeller tout le Poëme dans l'ordre où il eſt écrit, en partant du ſeul Vers qui a été prononcé, & ſi vous voulez d'un ſeul mot, à condition qu'il n'exiſte qu'une fois dans l'Iliade. Si c'eſt, au lieu de la Mémoire, l'Imagination que vous mettez en jeu, le fait indiqué dans le Vers cité rappellera de la même maniere tous ceux qui précedent, ou

tous ceux qui ſuivent. Donc un Vers, un mot, un fait, renferment tout le Poëme, entant qu'ils mettent la perſonne ſuppoſée, en état d'en reproduire l'idée entière, & de ſe repréſenter diſtinctement l'ordre qui regne entre toutes ſes parties. C'eſt là préciſément le cas de l'Intelligence, qui, connoiſſant préalablement l'Univers, en découvre enſuite une portion quelconque: elle y voit tout le reſte. Mais comme je ne crois pas que cette vuë, ou viſion, convienne à d'autre Intelligence qu'à celle de l'Etre infini, j'indiquerai deux différences conſidérables entre la maniere dont cet être apperçoit tous les objets dans un ſeul d'entr'eux, & celle qui vient d'être décrite.

La première de ces différences conſiſte dans la ſucceſſion d'une part, & dans la ſimultanéïté de l'autre. Dans la partie Dieu voit le Tout, dans l'élément Dieu voit l'Univers, dans un chaînon toute la chaîne, ſans remonter, ni deſcendre, ſans porter ſes regards à droite, ni à gauche; cette partie, cet élément, eſt un miroir, qui porte l'empreinte du grand Tout; s'il eſt tel, il faut que le reſte ſoit tel: toute autre combinaiſon que celle qui exiſte actuellement, répugneroit à l'état donné de cet élément. Un coup d'œil unique, ſoutenu, immuable, eſt la ſeule opération concevable dans l'être infini; une marche, ou progreſſion, plus ou moins lente, ſuivant les forces & les efforts de l'être fini, caractériſe ſa façon d'appercevoir.

De cette première différence nait immédiatement la ſeconde. Ce n'eſt proprement qu'une combinaiſon technique & arbitraire qui régne entre les Vers, & même entre les faits de l'Iliade: & ſi, ce Poëme exiſtant une fois, celui qui l'a appris, ou compris tout entier, ſe rappelle le tout par le moyen d'une partie quelconque, cela vient non d'une liaiſon eſſentielle, mais d'un travail purement artificiel. Il ſeroit inſoutenable de dire qu'un Vers, ou un fait, mene tellement à tout ce qui le précede, ou le ſuit, qu'on pût deviner l'Iliade ſans l'avoir ſçûe auparavant, comme l'on devine, par exemple, les lettres effacées d'un mot qui ſubſiſte encore en partie dans une Inſcription. Or les choſes ont dans l'Univers ce dernier genre de liaiſon; l'une d'entr'elles étant don-

donnée, l'Univers s'arrange en quelque forte autour d'elle dans une combinaifon donnée, tellement ce qu'elle eft, qu'elle ne peut être autre à quelque égard que ce foit. Que les pieces d'un Jeu d'Echets foyent difpofée dans l'ordre qui précede le Jeu; fermez les yeux, mettez la main fur une des pieces qui ne font pas doubles, comme le Roi, ou la Reine; fi la Reine eft là, dites-vous avec certitude, telle piece eft ici, telle autre là, & ainfi de fuite. Ou, pour aller plus loin encore, que la partie foit engagée, & qu'il y ait un auffi grand nombre de coups joüés que l'on voudra, fi l'on fuppofe deux Joüeurs d'une telle force, que chacun d'eux depuis le commencement de la partie, à chaque piece qu'il a remuée, ait toujours fait le meilleur coup poffible; un troifième Joüeur d'égale force, furvenant lors d'un coup quelconque, pourroit en inférer tous ceux qui l'ont précedé, tout comme il pourroit en déduire tous ceux qui doivent fuivre pour conduire la partie à fa fin. Tout étant donc lié dans l'Univers, non par des combinaifons arbitraires, mais par cette raifon du meilleur, qui eft le feul motif convenable aux perfections Divines, il eft aifé, ce me femble, de fe convaincre, premièrement que Dieu apperçoit non feulement la totalité des chofes, mais qu'il les voit en quelque forte toutes en une feule; & en fecond lieu, qu'il n'y a là dedans aucun acte d'imagination, ou de mémoire, mais que c'eft une opération purement intellectuelle & rationelle. Auffi Dieu apperçoit-il tous les autres Syftèmes, tous les autres Mondes poffibles, avec la même diftinction que le Monde actuel & les êtres doüés de l'exiftence. Par conféquent, fi l'intuition de l'Univers, & même de l'Univers entier, peut être attribuée à la Créature auffi bien qu'au Créateur, c'eft toujours en refervant à celui-ci cette éminence attachée à l'exercice de fes attributs, qui procede de la différence non feulement effentielle, mais infinie, qu'il y a entre lui & les autres êtres. Nous fommes forcés de nous fervir des mêmes termes, & jusqu'à un certain point, de remonter aux mêmes notions, lorsque nous voulons parler de l'Intelligence fouveraine, & des Intelligences bornées: mais l'un des principaux écueils de la Philofophie & de la Théologie, c'eft de nous laiffer

ser entrainer à cet Anthropomorphisme subtil, contre lequel on est si peu en garde, parce qu'il flatte nôtre amour propre, en nous persuadant que Dieu connoit, veut, & agit comme nous, quant à la maniere, & ne diffère que par la supériorité. Je m'écarterois trop de mon sujet, si j'indiquois les diverses erreurs capitales qui sont nées de là; mais j'ose assurer qu'il y a peu de Sciences qui n'en ayent ressenti les mauvais effets.

Revenons à l'examen que nous avons entrepris de la faculté de l'Ame qui fait le sujet de ce discours. Quoiqu'il y ait une disproportion immense entre le Tableau réel de l'Univers, & la portion qui en existe dans chaque individu doüé de sentiment, & même de raison; il est bon de remarquer pourtant que le nombre d'idées que chaque cerveau renferme, ou si vous voulez, que chaque Ame est capable de se représenter, va beaucoup au delà de ce qu'on pourroit croire. Je ne parle point de ces prodiges d'esprit & de génie, de ces personnages extraordinaires, qui semblent réünir tous les talens, & n'avoir jamais rien oublié de ce qui est une fois parvenu à leur connoissance. Je me borne aux hommes ordinaires, & pris de la masse; & je dis qu'il y a une sorte d'infini, c'est à dire, d'immense & d'inassignable, dans le nombre de leurs idées, & dans les diverses combinaisons qui en résultent. Chaque homme pense continuellement, au moins pendant l'état de la veille; & pour former chacune de ses pensées, il faut un concours d'idées & d'impressions antérieures, qui jetteroient dans la plus grande surprise, si la dévelopement nous les présentoit d'une maniere manifeste. Il me semble que l'exemple suivant quadre assez bien au sujet. Une miniature finie, & d'un travail exquis, présente une fort petite surface, sur laquelle sont appliquées quelques couleurs, qui forment la ressemblance d'un objet. En voyant cette image, nous n'appercevons que la surface colorée dont je viens de parler; mais combien d'actes suivis & réïterés nont pas servi à la produire, combien de coups de pinceau n'ont pas été requis, avant que de conduire ce petit ouvrage à sa perfection? Nous ne les voyons point, ces actes, ces coups de pinceau, c'est à dire, que nous les demêlons point: mais au fonds nous

pou-

pouvons être censés les voir, entant que nous en voyons le résultat; &, si nous avions une assez grande finesse d'organes, jointe à une capacité suffisante d'embrasser tous les détails que de semblables organes nous découvriroient; nous verrions sous les derniers traits qui ont fini ce morceau de peinture ceux qui ont été faits immédiatement auparavant, & ainsi de suite, jusqu'au crayon, ou dessein quelconque, qui a servi de fondement. Les choses se passent parfaitement de même dans notre Imagination. A' chaque moment donné il y a une miniature qui représente certains objets, sur lesquels nôtre vuë est actuellement fixée, soit par un effet de nôtre volonté, soit par le jeu de nos idées. Ces traits marqués & sensibles qui nous frappent, d'où viennent-ils? Le vulgaire n'a aucun soupçon de leur profondeur, de leur dépendance, de cette liaison étroite, successive, & non interrompuë, par laquelle ils remontent aux premiers traits qui ont été gravés dans notre Ame, aux premieres impressions que nous avons reçuës. Il est pourtant incontestable que c'est parce que les circonstances de vôtre naissance, (pour ne pas remonter plus haut, quoiqu'on pût assurément le faire,) de vôtre éducation, & des différens états de vôtre vie, ont été telles, & non autres, que dans ce moment vous pensez comme vous le faites: & vous penseriez tout autrement, c'est à dire, comme tel ou tel autre individu, si vous aviez été placé dans d'autres circonstances. On m'accordera sans difficulté que les choses sont ainsi dans les grandes déterminations de notre vie, dans ces résolutions décisives, qui tiennent au caractère reconnu de ceux qui les forment, & dont les suites sont considérables. L'état des affaires publiques engagera un Prince à faire la guerre, tandis qu'un autre Prince auroit tiré de ce même état des motifs à maintenir la Paix. Cela s'explique, pour ainsi dire, de soi-même. Les Princes étant exposés à la vuë & à l'observation de tout le monde, on sçait, & leur façon de penser, & pour l'ordinaire, les causes de cette façon de penser; on remonte à des événemens antérieurs, à des passions connuës, à des principes reçus; & l'on voit, non par les détails d'une analyse parfaite, mais toujours par une espece de trace assez marquée, ce qui les a conduit à la détermination qui a

lieu

lieu dans la conjoncture en question. Direz-vous qu'il n'en est pas de même d'une détermination de moindre conséquence; que telle faveur accordée, ou refusée à un de leurs sujets, que telle Fête ordonnée, ou omise, ou d'autres choses moindres encore, ne dépendent de rien, & ne tiennent pas aux séries d'idées precédentes, tout comme la plus grande action de leur vie? Direz-vous, que dans des hommes qui n'ont aucun rang dans la Société, & dont les démarches n'influent en rien sur le cours des évenemens, la même chose n'ait pas lieu? Ce seroit donner dans une erreur aussi grossière, que si l'on affirmoit la nécessité d'une force pour ébranler une masse considérable, & qu'on niât qu'il en falût une pour faire changer un grain de sable de place. Mais les hommes ne sont pas faits autrement; dès que les causes de certains effets échapent à leurs regards, ils anéantissent ces causes, & trouvent fort étrange qu'on veuille leur prouver qu'il y en ait, & que leur existence soit indispensable. Beaucoup plus s'étonnent-ils, quand on leur dit, que les plus petites choses tiennent aussi étroitement que les plus grandes aux causes importantes qu'ils voudroient reserver pour des cas privilégiés; & que la pensée la plus frivole résulte de la totalité de nos idées precédentes, tout comme la situation actuelle d'un grain de sable tient à l'origine du Monde, & à tous les états intermédiaires jusqu'au moment donné.

Si nous levons donc cette premiere superficie de nos idées, pour m'exprimer ainsi, & que nous sondions l'abyme qu'elle cache, nous ne pourrons nous refuser à une vive admiration, en appercevant que nous recelons l'Univers entier dans notre ame, & que chaque état singulier de l'ame participe à l'espece d'infini, que renferme l'assemblage de toutes les choses simultanées & successives, passées, présentes & à venir. Il ne faut pas nous en laisser imposer à cet égard par une expérience illusoire, qui ne mene point aux conséquences qu'on voudroit en tirer. Il est très vrai que nous ne pouvons suivre tous les chaînons de cette chaîne, remonter tous les degrés de cette échelle; les traces s'effacent dans notre cerveau, les idées se perdent, & même sans re-

tour dans notre ame ; mais il n'en résulte nullement, & qu'elles n'ayent point existé, & qu'elles n'ayent point déterminé les états suivans. C'est comme si je disois que je ne descens point de mon Ayeul, parce qu'il est mort. Combien, par exemple, de frayeurs ou d'autres émotions violentes dans l'enfance, qui affectent les organes alors tendres, d'une maniere dont on se ressent toute la vie, sans pouvoir jamais dire d'où viennent ces dispositions, ces craintes, ces aversions, qui se manifestent ensuite avec l'âge. Ce seroit le sujet d'un Mémoire à part, & qui pourroit être fort étendu, que la discussion de ce qu'on appelle cachettes & replis dans le cœur humain. De même que les événemens les plus considérables, & qui vont jusqu'à changer la face de l'Univers, s'enfoncent dans la nuit des tems, & disparoissent au point de ne pas laisser seulement matiere aux conjectures ; notre ame, Théatre moins grand, mais non moins sujet à de perpetuelles révolutions que l'Univers, éprouve des situations qu'elle oublie, & arrive par de longues routes à de nouvelles situations liées aux premieres, mais par un lien devenu imperceptible. Il en est comme d'un lieu d'où l'on part ; ses édifices, ses tours, diminuënt à mesure que nous nous en éloignons, & se dérobent enfin tout à fait à nos regards. La chose va plus loin à l'egard de l'ame ; elle perd & la vuë du lieu, & le souvenir d'y avoir été ; elle arrive à certains termes, sans savoir presque comment, tantôt par un effet de la lenteur de sa marche, tantôt aussi par un effet de sa rapidité. Le premier cas a lieu, par exemple, lorsque de mauvais exemples, des compagnies dangereuses, des habitudes vicieuses, gâtent un cœur bon, droit, qui avoit des maximes d'honneur, & des principes de Vertu. Combien de personnes, après avoir fait une funeste expérience d'une semblable séduction, ont vû avec un étonnement mêlé d'horreur, jusqu'où elle les avoit entraîné ; & qu'y a-t-il de plus commun que ce langage : *je ne sçais comment j'ai pû m'oublier à ce point ; je ne comprens pas par quel enchantement je suis devenu si différent de moi-même !* Les surprises rapides des passions produisent le même effet, & forment le second cas que j'ai indiqué. L'ame fortement ébranlée entasse, accumu-

le en un clin d'oeil, des actes qui dans le cours ordinaire des choses demanderoient beaucoup plus de tems. Un outrage sanglant transforme tout à coup un Agneau en un Tigre, & porte l'homme le plus doux & le plus modéré à d'affreuses violences. Voilà ces Enigmes du cœur humain, qui le rendent impénétrable, qui en font un véritable Protée, toujours prêt à nous échaper, & qui nous échape en effet, lorsque nous avons le moins lieu de nous y attendre; enfin qui vont jusqu'à dérober à l'homme la connoissance de soi-même. Nous tenons à tant de choses, qu'il nous est impossible de compter le nombre & de suivre le fil des impressions que nous ressentons; & les détails de notre propre Histoire, les Annales de notre cœur, sont des choses aussi inconnuës pour nous, que ce qui s'est passé dans les tems les plus reculés, ou dans les contrées les plus éloignées. Notre imagination & notre mémoire sont aussi peu propres à contenir & à conserver cette infinité de traces, que le lit d'un fleuve le seroit à recevoir les eaux de l'Océan. Il ne seroit pas seulement au pouvoir d'un homme, quelque attention qu'il y apportât, de se rappeller le soir tout ce qu'il a pensé, dit, & fait, dans le cours d'une journée. Que sera-ce dès qu'il s'agit de mois, d'années, & de vies, dont quelques unes vont au delà des trois quarts d'un siecle?

J'admire ici, comme en toutes choses, la sagesse & la bonté de l'Auteur de notre être. Il seroit aussi incommode pour nous d'avoir une Imagination & une Mémoire d'une tenacité à laquelle rien n'échapât, que d'avoir des yeux taillés en Telescope, ou en Microscope, ou en général des organes qui discernassent les plus petites différences des choses. De semblables organes nous accableroient de la multitude des impressions qu'ils nous transmettroient; & de même une force d'imaginer & de se souvenir, qui pût embrasser tout ce qui est une fois parvenu à notre connoissance, offusqueroient tellement l'exercice des autres facultés supérieures de notre ame, qu'il y auroit bien plus à perdre qu'à gagner pour nous dans cette prérogative apparente. Je pourrois en tirer une preuve de l'expérience, qui donne lieu de croire que les gens dont l'Imagination est trop vive, trop abondante, ou la

Mé-

Mémoire trop remplie, trop chargée, ſont fort éloignés d'exceller du côté de la Raiſon & du Jugement. Ajoutez que, ſi quelquefois nous aurions lieu de ſouhaiter que la chaîne de nos idées n'eut ſouffert aucune interruption, & qu'il fut en notre pouvoir de nous rappeller la ſuite de tous les états qui ont précedé & préparé celui dans lequel nous nous trouvons, il y a vint, & peut-être cent cas contre un, où il nous eſt plus expédient d'être privés de cette exacte reminiſcence, ſoit parce qu'elle r'ouvriroit des playes que nous avons eu beaucoup de peine à fermer, ſoit parce que trop occupés de ces objets phantaſtiques, nous ne donnerions pas aſſez d'attention aux choſes préſentes, nous ne ſaiſirions pas ces inſtants, ſi précieux dans bien des occaſions, & d'ou dépendent les plus grands ſuccés, l'acquiſition de mille biens, la fuite de mille maux. En général il convient que la plupart des actes de notre ame ſoyent implicites comme ils le ſont ; que des raiſonnemens entiers, & quelquefois des ſuites de raiſonnemens, ſe concentrent dans une ſeule propoſition, je dirois presque, dans une ſeule idée : cela donne à la Societé cette action, cette vie, néceſſaires à ſa conſervation ; des opérations dévelopées, & par conſéquent froides, tranquilles, & lentes, feroient échouër tant d'entrepriſes, qui ne ſont presque toutes que d'heureuſes témérités.

Mais de ce que la complication & la preſteſſe de nos idées, & des effets qui en réſultent, forment une eſpece d'illuſion ou de preſtige, qui éblouït le vulgaire, & lui perſuade que les choſes ne tiennent qu'à ces cauſes prochaines & ſenſibles qu'on ne ſçauroit méconnoitre ; de ce que le gros des hommes ſe borne à contempler ſtupidement les décorations du Théatre : il ne s'enſuit pas que le Philoſophe doive acquieſcer à des jugemens auſſi imparfaits, & fermer, pour ainſi dire, les yeux de l'eſprit, auſſi-tôt que ceux du corps ne lui offrent plus rien. C'eſt pourtant ce qui n'eſt que trop commun à ceux-même qui paroiſſent avoir pris un vol d'aigle dans certaines Sciences ; plus ils y ont fait de progrés, plus ils s'aheurtent à les regarder comme des Sciences primitives, fondamentales, & dont les principes ſont autant de notions irréſolubles. Ils re-

tombent entièrement par là dans l'inconvénient que nous combattons; ils traittent de chimèrique tout ce qui échape à l'imagination; ils ne reconnoiſſent & n'admettent plus de liaiſon entre les choſes, dès qu'on ne peut pas la leur faire toucher au doit. Je m'écarterois trop de mon but, ſi je faiſois voir combien les progrés de la Philoſophie ſont journellement retardés par cette façon de penſer, ſi peu digne d'nn ſiecle où l'eſprit humain a franchi d'ailleurs tant de barrières. Mais je me reſtrains à mon ſujet, & je dis qu'il réſulte ſi évidemment de toutes les réflexions que j'ai propoſées, que notre Imagination tient à l'Univers entier, & participe à ſon immenſité, que je ne vois pas qu'il puiſſe reſter aucun doute à cet égard.

Nous pouvons juger ſans peine, en finiſſant, de la maniere dont l'Etre ſuprème apperçoit toutes ces choſes, qui, bien qu'elles ſe paſſent au dedans de nous, nous demeurent inconnuës. L'Ecriture déſigne cette partie de la Toute-ſcience de Dieu, en l'appellant le *Scrutateur des cœurs & des reins*. La liaiſon intime & perpétuelle de nos mouvemens les plus ſecrets, de nos idées les plus obſcures, avec le ſyſtème total des états de notre ame, & avec celui de l'Univers, permet à Dieu de lire véritablement au dedans de nous; & il n'y a point de caractères dont la petiteſſe puiſſe lui échaper, puisque tout eſt, pour ainſi dire, ſur une même ligne à ſes yeux, ſans difference de grand ou de petit, rélativement à la diſtinction de ſes idées. Nous ne retenons les choſes qu'à l'aide d'une capacité bornée, & par le moyen des impreſſions; ainſi nous nous laiſſons échaper ce qui ſurpaſſe nôtre capacité, & nous perdons les impreſſions qui ont été trop foibles, ou que de plus fortes ont effacées. L'Entendement divin eſt infini; & il n'acquiert aucune idée par impreſſion: il les poſſede toutes originairement & eſſentiellement; ainſi l'une ne ſauroit préjudicier à l'autre, l'une ne vient point altérer, ou effacer l'autre; elles ne reconnoiſſent, ni antériorité, ni poſtériorité, ni proximité, ni éloignement. Les Auteurs ſacrés s'expriment fort énergiquement là deſſus; ils diſent que *toutes choſes ſont nuës & à découvert* devant Dieu, *que la nuit reſplendit*

dit pour lui comme le jour, & les ténébres comme la lumiere, & que toutes les choses s'écrivoient dans son livre aux jours qu'elles se formoient, même lorsqu'il n'y en avoit encore aucune. J'avouë qu'une des raisons qui me convainquent le plus fortement de la vérité de la Révélation, & de l'origine celeste de nos saints Livres ; ce sont les idées sublimes de la Divinité qui s'y trouvent. Plus on médite les expressions des Ecrivains inspirés, plus on les trouve d'accord avec les notions les plus épurées de la Raison. Aussi, dans le Cours de Theologie naturelle le plus approfondi que nous ayons, trouve-t-on à la suite de chacune des matieres qui y sont traitées une espece de parallèle entre les lumieres naturelles & les lumieres révélées, bien propre à démontrer l'injustice de ceux qui prennent à tâche de représenter l'Ecriture come un ouvrage plein d'idées confuses ou révoltantes. Ce langage ne convient qu'aux esprits superficiels, incapables de juger du véritable prix des choses, & qui ont un dégoût inné pour tout ce qui demande quelque effort d'attention & de réflexion.

Chaque Intelligence finie, avec toutes ses déterminations passées, présentes, à venir, & même possibles, est donc parfaitement connuë de Dieu, soit en elle-même, soit entant qu'elle fait partie de l'Univers : & de cette maniere rien n'est enséveli dans l'oubli, rien ne se perd & ne s'éclipse pour jamais ; & chaque ame pourra retrouver un jour en Dieu cette suite d'idées qu'elle ne posséde plus, elle se remettra, pour ainsi dire, au fait de sa propre histoire, & elle puisera dans cette connoissance des sentimens qui y répondront ; de joye, si elle ne s'est écartée de ses devoirs que par une suite inévitable de l'infirmité naturelle ; de douleur, si elle a abusé volontairement des moyens qu'elle avoit d'avancer l'ouvrage de sa perfection. C'est alors que l'idée d'un célébre Philosophe aura véritablement lieu ; c'est à dire, que nous verrons tout en Dieu. Et je présume même que c'est en continuant à jouïr de ce genre de connoissances, où il n'y aura plus, ni lacunes, ni oubli, ni confusion même, au moins rélativement à la capacité de nos ames, que nous entrerons dans l'état de felicité que l'homme de bien

eſpère après la mort. Si notre vuë n'embraſſe pas alors tout l'Univers à la fois, au moins pourra-t-elle peut-être le parcourir d'une maniere ſucceſſive & ſuivie, ſans rien perdre de ce qu'elle aura une fois apperçu, & s'élever par là de plus en plus dans la connoiſſance de l'être, qui doit occuper ſon entendement pendant tous les ſiecles de l'Eternité; tandis que ſon cœur faiſant les mêmes progrés dans la carrière des ſentimens, trouvera dans l'amour du Souverain bien cet acquieſcement, cet état délicieux & permanent, qu'il avoit eſſayé de chercher dans la poſſeſſion des biens paſſagers & finis. Toute Philoſophie qui nous éloigne de cet but, & qui nous prive de cette attente, eſt le plus funeſte poiſon dont l'homme puiſſe reſſentir la malignité.

SUR

SUR

LE PRINCIPE DES INDISCERNABLES.

PAR M. MERIAN.

Je reprends un sujet que j'ai traité autrefois, (*) dans l'intention de ramener à un examen mûr les objections que j'avois pris la liberté de faire contre le Principe des Indiscernables, de m'opposer à moi-même tout ce que l'école Leibnizienne pourroit m'opposer de plus fort, de discuter cette célebre question sous tous les différens aspects qu'elle présente, soit dans le monde matériel, soit dans le monde des Monades : & de la poursuivre, s'il le faut, jusqu'aux derniers retranchemens de l'ame représentatrice de l'univers. Je serois fort flatté, si malgré cette variété de mondes & cette obscurité de matieres, j'avois pû mettre de l'ordre & de la précision dans mon discours.

On ne croit plus, de nos jours, à la *substantialité* des Universaux : la philosophie épurée a relegué cette chimere dans les cavernes de la lune Platonicienne & dans les régions poudreuses de l'école : s'il s'éleve, de tems en tems, des philosophes qui voudroient la remettre en crédit ; ces philosophes ne sont point écoutés. Il me suffira donc de répéter, en deux mots, que la *ressemblance* est du genre des raports : qu'elle naît de la comparaison : qu'elle n'existe que dans l'esprit qui compare ; et ce n'est pas la peine de transcrire, de quelque traité de Métaphysique, les preuves d'une vérité si élémentaire & si généralement reconnue.

Les

(*) Réfléxions Philosophiques sur la Ressemblance. Voyés Hist. de l'Acad. Roy. &c. pour l'Année 1752 Classe de Phil. Spec. p. 30. &c.

Les objets dont la comparaison excite, dans l'ame, la notion de la Ressemblance sont appellés *semblables;* mais où sont ils ces objets? & que sont-ils? Pour peu qu'on y réfléchisse, on ne sauroit douter qu'ils n'existent dans nos ames, & que ce ne soient des idées: ainsi la comparaison qu'on en fait est idéale en tout sens; & la Ressemblance qui en résulte est, en tout sens, une ressemblance d'Idées.

Si ces notions allarmoient les esprits timides, parcequ'elles sembleroient tenir à l'Idéalisme; il seroit aisé de les rassurer. Croyons aux corps, si ce sentiment nous plait: revêtons les de réalité & de substance; mais, si nous sommes philosophes, convenons ingénument que ce n'est là qu'un acte de foi: ne disons pas, c'est le cri de l'expérience; nous ne connoissons, par ce dernier moyen, que nos propres idées; ce n'est que sur elles que notre entendement opere; & les choses externes, s'il y en a, sont tout autre chose.

Nous pouvons aller plus loin: nous pouvons nous placer dans l'extrémité diamétralement opposée à l'idéalisme, en supposant notre esprit fabriqué de matiere & toutes ses idées faites de la même étoffe; les connoissances de cet esprit n'en demeureront pas moins renfermées dans la sphere de ses idées; nous n'en serons pas plus à portée d'appercevoir les corps extérieurs; et je doute fort qu'il y ait un Matérialiste assés mal avisé pour soutenir qu'il les apperçoive.

J'étois parti de cette considération en proposant mes difficultés contre le Principe des Indiscernables: on sait que M. de Leibnitz tenta de le prouver en appellant à l'expérience: & que M. de Wolf a voulu renchérir sur cette preuve par une prétendue démonstration. Ces deux noms sont les seuls dignes de paroître dans notre dispute; j'ai fait voir que ce qui a été imaginé après eux se réduit à des sophismes qui ne méritent point d'être mis en ligne de compte.

Mais d'abord, si l'expérience doit décider; elle doit le faire, sans doute, par un genre de preuves qui lui est propre. C'est elle qui introduit dans l'ame & y entretient ce fond d'idées dont les diver-

diverses combinaisons composent les sciences : c'est là tout ce qu'elle nous peut fournir ; & en prétendre davantage ce seroit former de vaines & d'injustes prétentions. Deux idées semblables, acquises par cette voye, réellement deux & réellement semblables, satisferont donc pleinement au défi de M. de Leibnitz ; & ce seroit peu se ressembler à soi-même que de se refuser à la force de cet argument, après y avoir provoqué & après lui avoir remis le droit de la décision. En effet, que peut-on y trouver à redire ? Niera-t-on que les idées ne soient dans l'univers ? Niera-t-on que ce ne soient les seules choses que nous y connoissions ?

Il ne s'agit donc plus que du fait ; & il n'est pas possible de disconvenir de ce fait ; pour peu qu'on y fasse attention. Si nous n'avions jamais eu des idées semblables, il seroit tout à fait incomprehensible par quelle porte la notion de la ressemblance eût pû entrer dans nos ames : d'un autre côté on ne peut soupçonner cette notion d'être illusoire sans enveloper dans le même soupçon toutes les connoissances de l'homme, & sans se jetter dans les lieux communs du Scepticisme : ce qui ne seroit icy la marque ni d'un philosophe, ni d'un bon esprit.

Non seulement nous expérimentons la ressemblance des idées en nous-mêmes ; mais une analogie raisonable doit nous persuader que nos idées ressemblent, pour l'ordinaire ou du moins très souvent, à celles des intelligences pour la société desquelles la nôtre est destinée, où, pour ainsi dire, elle naît, croît, & se développe : c'est cette ressemblance qui nous range dans la classe humaine ; & j'ai montré, dans mon Mémoire précédent, comme elle peut se concevoir.

Supposons que nous soyons une douzaine à contempler la lune brillante dans un ciel serein : chaque point visible qui rayonne de son globe excite une perception dans l'esprit de chaque spectateur ; & l'assemblage de ces perceptions y forme la peinture de l'objet en entier, une lune spirituelle. Voicy donc douze images tracées d'après le même original. Pourroit-on me soutenir sans la derniere absurdité, qu'aucune des

perceptions, qui entrent dans la compoſition de l'image qui eſt dans mon eſprit, n'eut ſon ſemblable dans l'eſprit de quelqu'un des onze qui participent au même ſpectacle ? & que les leurs fuſſent dans le même cas ? Ce ſeroit dire, en autant de termes, que nous voyons douze objets abſolument différens : & ce ſeroit heurter de front la doctrine de Leibnitz, comme j'aurai occaſion de le montrer dans la ſuite. Paſſons à la démonſtration de M. de Wolf.

Tout eſt lié dans le monde : tout eſt déterminé par les choſes qui précedent & coëxiſtent. De là on conclut que l'exiſtence de deux choſes ſemblables, ſoit ſimultanée ſoit ſucceſſive, impliqueroit deux ſéries de reſſemblances, ou deux univers parfaitement ſemblables & paralleles pour ainſi parler, conſéquence qui ſe réduit à l'abſurde par la notion de l'univers reçue dans l'école Leibnizienne. Je n'ai rapporté que le précis d'un argument fort connu, que l'on peut lire, tout au long & revêtu de termes d'art, dans la Cosmologie du célebre philoſophe qui l'a inventé.

Je n'ai garde de m'engager icy, ſans néceſſité, dans la diſcuſſion du ſyſtème univerſel ; une obſervation fort ſimple me diſpenſe de ce travail. Si le raiſonnement de M. *de Wolf* eſt juſte ; il doit l'être dans toute ſa généralité : il prouvera donc également que le monde ne ſauroit contenir deux idées ſemblables ; or il eſt très certain que nous autres habitans du monde nous avons de ces idées là ; donc la concluſion de M. *de Wolf* répugne à l'expérience : donc ſon raiſonnement eſt vicieux ; & le vice conſiſte en ce qu'il prouveroit trop, s'il prouvoit quelque choſe.

Je ſais fort bien qu'il n'a été dabord imaginé que pour les êtres compoſés : & qu'enſuite on a crû qu'on pourroit auſſi l'appliquer aux êtres ſimples ; mais on n'a qu'à réfléchir un moment pour ſe convaincre que s'il n'eſt point applicable aux perceptions, il n'a abſolument aucune force. Chaque perception eſt déterminée dans la monade où elle exiſte, auſſi bien que les êtres les plus ſimples, ou les êtres les plus compoſés : ſon exiſtence & ſon apparition ont leurs raiſons

fons fuffifantes : elle fait partie du monde : & par conféquent elle obéit à la loi générale des déterminations.

Je ne veux point examiner comment les êtres fimples, entre lesquels la priorité d'exiftence n'a pas lieu, peuvent fe déterminer mutuellement à exifter, & fe devoir leur origine les uns aux autres: cela me meneroit trop loin. Mais les êtres compofés ne font admis, dans les principes de la philofophie Leibnizienne, qu'en qualité de phénomenes, c'eft à dire, en qualité de perceptions. Tant s'en faut donc que les perceptions puiffent être fouftraites à la démonftration, qu'il n'y a qu'elles qui, à proprement parler, y foient affujetties.

Selon la définition de M. *de Leibnitz*, mon ame eft une unité qui renferme une multitude de perceptions. Dans cette multitude, je prends deux perceptions femblables ; & je démontre, avec les démonftrateurs, qu'elles exigent d'abord deux feries de déterminantes femblables dans le même être fimple, & puis, par une conféquence plus féconde, deux mondes femblables. Mon ame fera le lieu de rencontre de ces deux mondes : elle fera, pour ainfi dire, placée fur leurs frontieres : elle participera à l'un & à l'autre, & fes domaines feront égaux fur les deux territoires.

De même, douze perceptions femblables, réparties fur autant d'efprits différens, fuppofent autant d'intelligences femblables : & celles-ci ne demandent pas moins qu'une bonne douzaine de Mondes qui fe reffemblent entièrement.

Je fuis bien éloigné de prétendre que pour l'amour de moi on réforme le meilleur monde ; mais je fouhaiterois que l'on y fût plus équitable. Toutes les philofophies font fujetes à des difficultés ; mais ce n'eft pas être philofophe que de s'aigrir contre ceux qui les font valoir : il faut les examiner, les pefer, & fi l'on peut, il faut les réfoudre. Voyons donc les raifonnemens les plus profonds qu'on pourroit mettre en ufage pour renverfer la thefe que je crois avoir établie.

Figurons nous un docteur du ſyſtème, qui viendroit nous attaquer avec trois diſtinctions : il diſtingueroit entre les idées elles-mêmes & les idées rélatives aux objets repréſentés : entre état & changement de l'ame : entre reſſemblance concrete & abſtraite. Peut-être que dans le fond ces trois diſtinctions n'en ſont qu'une : quoi qu'il en ſoit, entrons dans le détail.

On dit premièrement que les idées ne ſe reſſemblent qu'autant qu'on les rapporte aux objets de leurs repréſentations; mais que les idées elles-mêmes ne ſe reſſemblent jamais. Selon ce langage les idées ceſſeroient d'être elles-mêmes lorsqu'on penſe qu'elles repréſentent je ne ſais quoi d'extérieur, car c'eſt là le ſeul moyen de les raporter. Encore ce raport eſt-il tout métaphyſique ; le commun des hommes n'y ſonge jamais ; & le philoſophe y ſonge rarement hors de ſon cabinet.

J'ignore ſi cette diſtinction cache quelqu'autre myſtere ; mais il me ſuffit qu'il y ait des idées ſemblables ; & j'avouë que je ne comprends pas pourquoi ces idées ſemblables ſeroient moins *elles-mêmes* que les idées diſſemblables.

Ce n'eſt donc que par précipitation qu'il pourroit échapper à un homme d'eſprit, *ennemi des ſubtilités*, de dire que quand même nous n'appercevrions aucune diſſemblance entre deux objets expoſés à notre vûe ; nous n'aurions pourtant pas deux idées ſemblables.

Mais, inſiſte-t-on, les choſes ſemblables que vous appercevez, ne ſont que des changemens de l'ame ; ce n'en ſont pas des états : or c'eſt de ces derniers que l'on démontre, par expérience & par raiſon, qu'ils ne peuvent point ſe reſſembler.

Nous avons déjà vû que ſi l'on démontre quelque choſe, on le démontre des idées. Mais pourquoi s'arrêter aux mots ? Qu'on les appelle changemens, modifications, phénomenes, ou comme on voudra ; un nom plus ou moins ſcientifique ne fait rien à la queſtion.

Ce

Ce qu'il y a de plus étonnant c'est que lorsqu'on demande à ces Messieurs, si ces états entre lesquels ils nous somment de trouver de la ressemblance, si dis-je ces états nous sont connus, ils conviennent qu'ils ne le sont pas, parce que, disent-ils, l'ame humaine ne se connoit pas elle-même; n'est-ce pas convenir qu'ils ont formé une prétention injuste? pour ne rien dire de plus.

Un état de l'ame est l'assemblage de toutes les perceptions qu'elle contient dans un même instant: cette perception totale est l'univers en mignature, mais dont nous ne saurions appercevoir qu'une partie infiniment petite, y ayant toujours, contre une idée claire, une infinité d'obscures, ensévelies dans ces profondeurs de l'ame où le flambeau de l'expérience ne pénetre pas, & dont nous ne savons autre chose si ce n'est qu'il y fait bien sombre.

Mais un corps, une feuille est elle donc un monde pour devoir être représentée par un état entier de l'ame? S'il le falloit; ce seroit assurément une chose bien plaisante que le défi de M. de Leibnitz: & à ce compte son ami n'eût pas été fort avancé, en suposant même qu'il eut rencontré deux feuilles parfaitement semblables: on l'eût informé que ces feuilles n'étoient pas ce qu'il falloit trouver; puisque loin de constituer la totalité de ses perceptions, elles ne remplissoient pas même le champ de ses perceptions claires. De bonne foi, y avoit il beaucoup de charité à le faire tant courir après de simples changemens de l'ame?

Supposons enfin que cette grande idée, composée de toutes les idées coëxistantes, que l'on nomme un état de l'ame, n'eut point d'obscurité. Comment veut-on que nous puissions comparer deux de ces états? Comment les placer, tout à la fois, devant nous? Comment fixer cette scene mouvante d'idées dont la moindre variation produit un nouvel état? Et comment nous séquestrer nous-mêmes de nos propres états, dont il s'agiroit de faire la comparaison? Il faudroit, pour cela, pouvoir éxister, tout ensemble, en soi & hors de soi, dans

 le

le présent & dans le passé. Ne sont-ce pas là de belles expériences à proposer ?

Je viens à la troisième distinction : Les idées peuvent se ressembler, entant qu'envisagées par abstraction elles ont quelque chose de commun ; mais entant qu'elles sont états de l'ame, il est impossible que cela arrive. Tâchons de tirer cela au clair.

Lorsqu'on parle d'idées qui ont quelque chose de commun, ou ce mot de *commun* désigne la même chose que semblable, & l'on veut dire que les idées se ressemblent entant qu'elles sont semblables, ce qui est une éternelle vérité.

Ou bien l'on veut donner à entendre que le point de ressemblance consiste toujours dans une idée unique. Vôtre ame, par exemple, a l'idée générale du cercle, prête pour tous les besoins, & qui s'applique à tous les cercles que vous vous représentez, de quelque circonférence & de quelque couleur qu'ils puissent être. Lors donc que vous verrés deux cercles égaux, l'un peint en rouge, l'autre en bleu ; n'allez pas vous imaginer qui ce soient là, en effet, deux cercles : ce n'est que l'idée du bleu & de l'idée du rouge appliquées à la même idée abstraite du cercle en général.

Moyennant cette observation l'on se trouve fort à son aise par raport à la ressemblance des idées : on ne craindra plus la production d'un million d'objets semblables, vû qu'on possede le secret infaillible de réduire ce million à l'unité.

Je ne veux point répéter icy la remarque d'un excellent Métaphysicien, à savoir que ces idées universelles, abstraites de tout sujet, ne sont que de belles chimeres : que personne n'a eu de pareilles idées, & que personne n'en aura. Je demanderai simplement s'il est possible de voir deux choses à la fois avec une seule idée dans l'esprit : pour moi, je trouverois moins singulier qu'un Arithméticien me démontrât que le nombre un & le nombre deux sont la même chose. Supposons pour un moment (ce qu'il est permis de supposer) deux hommes à têtes

les femblables : il faudroit, conformément à la these de nos docteurs, foutenir que la vûe de ces deux hommes s'exécutât de la même façon & fût précifément la même chofe que la vûe d'un monftre à une tête & à double tronc. J'ai prouvé, dans mon Mémoire fur la reffemblance, que loin que nous puiffions appercevoir deux objets à la fois avec une feule idée ; cela ne fe peut pas même dans la vûe réitérée du même objet, pour peu que cette vûe foit interrompue.

Et enfuite, s'il eft raifonable de penfer que les individus de l'efpece humaine ont au moins quelques idées femblables aux nôtres ; comment expliquera-t-on cette reffemblance ? Sera-ce encore la même idée paffant d'efprit en efprit ?

Il eft donc inconteftable qu'il y a des idées différentes en nombre qui fe reffemblent réellement ; & c'eft en généralifant les cas de cette nature que nous avons formé la notion de la reffemblance : cette notion peut être nommée abftraite ; mais il ne s'enfuit nullement que les idées qui l'excitent le foient auffi. Si cela étoit ; toutes les idées feroient abftraites, parce qu'on peut les généralifer toutes en les rangeant fous les fignes de leurs efpeces ; & en ce fens nous dirons à notre tour qu'il n'y a rien de diffemblable que par abftraction ; & puis de quoi difputons-nous ? Ne fuffit-il pas que le femblable foit femblable, comme le diffemblable eft diffemblable ?

Il en fera de même ; fi l'on apelle une idée abftraite à caufe qu'elle ne conftitue pas un état entier de l'ame ; mais nous nous fommes expliqués fur cet article.

Si jusqu'icy j'ai fpiritualifé les objets de la reffemblance ; je me flatte de faire voir bientôt que loin d'avoir pris mes avantages, je ne pouvois pas faire un parti plus honête aux défenfeurs du Principe de M. de Leibnitz.

On ne connoit que trois hypothefes fur l'union du monde des corps avec le monde des efprits ; & dans toutes les trois regne une analogie perpétuelle entre les perceptions & les objets matériels dont elles

elles ſont répréſentatrices : d'où il ſuit qu'il ne ſauroit y avoir une reſſemblance dans celles-là qui ne ſe retrouve dans ceux-ci.

En ſupoſant l'Influence phyſique, combien n'en faut il point hors de mon ame pour y en produire une ſeule ? & quelle intelligence ſeroit aſſés hardie pour en entreprendre le dénombrement ?

L'hypotheſe Cartéſienne n'admet aucune reſſemblance interne qu'à l'occaſion d'une reſſemblance externe.

Et l'harmonie préetablie devient une diſcordance, dès que les perceptions ſemblables ceſſent d'être exprimées, d'une maniere analogue, dans la merveilleuſe machine qui répond à l'automate ſpirituel.

Si de là l'on veut remonter à l'harmonie univerſelle, il faudra en revenir aux perceptions : le monde redeviendra un ſyſtème immenſe d'êtres ſimples, qui tous le repréſentent en ſe repréſentant réciproquement. Deux perceptions ſemblables dans la moindre des monades en ſuppoſent donc autant dans toutes les autres : elles ſeront réfléchies auſſitôt par ce nombre innombrable de miroirs vivans, dans chacun deſquels l'univers eſt concentré.

Et qu'eſt-ce que cette repréſentation univerſelle elle-même ; ſi la reſſemblance n'y entre pour rien ? comment une infinité d'êtres ſimples repréſenteroient-ils le même monde avec des perceptions où regneroit une diſſemblance abſolue ?

Je ne parle point du Matérialisme ; il eſt aiſé à comprendre que dans ce ſyſtème qui dit idée dit corps, & qui dit reſſemblance dit reſſemblance matérielle.

Concluons que la Reſſemblance conſerve ſes droits partout où la régularité conſerve les ſiens, malgré les démonſtrations, qui devroient la bannir de par tout ; ſi elles avoient le moindre fondement.

Mais enviſageons le monde phyſique de plus près. Nous ne pouvons juger des corps que d'après nos idées ; & les idées étant ſemblables exigent des objets matériels qui le ſoient auſſi. Or que fait-on

pour

pour éluder une conséquence aussi manifeste? On nomme ces idées imparfaites; & l'idée imparfaite on la définit celle qui n'est pas déterminée par tout le contenu de son objet. On ne peut nier que M. de Leibnitz n'ait accordé des gouttes de diverses liqueurs, semblables à la simple vûe; mais on croit se sauver en disant que les gouttes visibles ne sont pas de vrayes gouttes: que ce ne sont que des idées de gouttes mal déterminées: on confirme cette opinion par l'expérience du microscope au travers duquel elles ne paroissent plus semblables, comme elles l'avoient paru à l'œil nud.

Prêtons nous à cette théorie; & voyons ce qui en suivra. Si deux gouttes, semblables à la vûe, ne sont pas déterminées par tout le contenu des gouttes qui existent dans la nature; il faut au moins avouer qu'elles le sont par quelque chose de ce que ces gouttes-là contiennent, & nommément par ce qu'elles contiennent de semblable, tandis que la grossiereté de notre organe nous masque les dissemblances: ces gouttes ont donc des parties semblables, ou ce qui revient au même, elles sont composées, en partie, de corpuscules qui se ressemblent.

Il en est ainsi de tous les objets du monde; car qu'est ce que le corps physique? Un amas de plusieurs choses, distinctes les unes des autres. Et qu'est-ce qu'une ressemblance partielle de deux corps? Des choses semblables qui entrent dans l'un & l'autre assemblage. Ainsi, en demeurant dans le physique, il est déjà vrai de dire qu'il y a des êtres matériels qui se ressemblent parfaitement: Et quand on pousseroit l'analyse jusques aux atomes, jusqu'aux monades; on seroit toujours obligé de reconnoitre dans les élémens, une ressemblance qui fut le fondement de la ressemblance visible.

Mais après tout, qu'y a-t-il au monde de plus vague & de plus imparfait que la définition qu'on nous donne de l'idée parfaite? J'avoue qu'elle n'en est pas moins propre au dessein pour lequel on l'employe:

 mo-

moyennant cet heureux stratageme, on peut toujours nier que les idées semblables soient parfaites, bien résolu de n'admettre pour telles que les idées dissemblables.

On exige, pour la perfection d'une idée, qu'elle soit déterminée par tout le contenu de l'objet qui lui répond. S'il suffit icy d'une détermination quelconque ; je dis que toutes nos idées sont parfaites ; puisqu'elles ne sont représentations que de ce qui les détermine, & qu'assurément elles ne sauroient représenter ce qui ne les détermine en aucune façon. Les idées semblables seront donc toujours parfaites en ce sens ; & elles seront, de toute nécessité, déterminées par des objets correspondans qui se ressemblent.

Dira-t-on qu'il faut une détermination tellement complette que l'objet représenté soit comme empreint dans son idée, & qu'on l'y apperçoive tel qu'il est en lui-même? Je ne crois pas que personne puisse se vanter d'avoir jamais eu une pareille idée : & en ce cas-là il n'y en aura point de parfaites.

La définition de ces Messieurs exigeroit donc une seconde définition, qui spécifiât cette détermination précise à laquelle il est réservé de donner la perfection aux idées. De quoi serviroit-il, à la décision de notre dispute, d'avoir des idées parfaites ; si nous n'avions, outre cela, un criterium infaillible qui nous les fit reconnoitre & distinguer des imparfaites ? Pour diriger nos expériences avec sûreté il faudroit que nous fussions avertis de l'instant, auquel chaque déterminante ayant contribué sa quote part, la perfection de l'idée fût achevée ; de cet instant où l'on pourroit dire : la voicy, elle est parfaite.

Or à quoi faudra-t-il s'arrêter à cet égard ? Quelle sera la mésure de la perfection idéale? On parle du microscope ; j'ai de la peine à me persuader que ce soit sérieusement. Quoi ! ce n'est donc que le sens de la vûe, & peut-être celui de l'ouïe, qui nous fassent avoir des idées parfaites ! car aucun artifice, connu jusqu'icy, ne vient secou-

rir

nir les autres. Nous n'avons donc des idées parfaites que depuis la découverte de ce verre admirable qui nous dévoile les merveilles du Microcosme ? Avant qu'il fut inventé, ces gouttes que nos yeux nous montroient semblables, étoient-ce ou n'étoient-ce pas des idées parfaites ?

Répondre affirmativement ce seroit dire que l'idée parfaite est toujours la derniere que nous avons, & qu'en ne me servant point de microscope, je ne laisserois pas que d'avoir des idées parfaites des gouttes en question.

Répondre qu'avant les microscopes il n'y avoit point de perfection dans nos idées, c'est convenir tout bas qu'il n'y en a pas non plus depuis leur découverte ; à moins qu'on ne se mette dans l'esprit que par le moyen de ces instrumens notre vûe est portée au dernier période de perfection, & que ces instrumens eux-mêmes soient portés à ce période ; ce qui seroit de grandes faussetés en Dioptrique.

Pour mieux faire sentir combien le microscope est icy cité mal à propos, exposons y nos gouttes : & voyons ce qui leur arrivera. Elles se décomposeront & feront éclore, des interstices de leurs particules visibles, une foule de nouveaux objets, dont nous n'avions pas même soupçonné l'existence. Si elles ne paroissent donc plus semblables dans leur totalité ; ce n'est pas assurément que ce que nous y avions vû de semblable ne l'étoit pas ; mais c'est que le verre optique vient de développer les parties interposées qui étoient échapées à notre organe abandonné à lui-même. Ainsi tout ce qui avoit fait naître la ressemblance visible subsiste dans la nature. Supposons que nous apperçussions, dans le champ du microscope, en même tems avec les deux gouttes, mais hors de leur sphere, un insecte & un grain de poussiere ; seroit-ce une belle conséquence que la suivante : le grain de poussiere ne ressemble point à l'insecte, donc ce que nous avons vû de semblable dans les deux gouttes ne se ressemble pas ? Et pourquoi cette conséquence ne vaudroit-elle rien ? Parce que l'insecte &

 le

le grain de poussiere sont des objets différens des deux gouttes vûes de nos yeux. Mais les nouveautés que le microscope vous découvre dans les interstices des parties des gouttes visibles ne different pas moins des parties que la vûe simple vous y avoit fait appercevoir : donc ces deux conclusions valent aussi peu l'une que l'autre.

Si cela n'étoit pas assés clair ; on n'auroit qu'à se demander quel est proprement l'avantage que nous retirons du microscope : c'est de pouvoir considérer les objets de près ; au lieu que l'œil nud ne peut les démêler qu'à une certaine distance : prenons pour exemple une goutte de sang : les particules qui la composent, étant de diverse structure, sont propres à renvoyer diverses couleurs ; mais comme celles qui renvoyent la couleur rouge prédominent sur les autres, & que la distance qu'il faut à l'œil pour apercevoir la goutte est trop grande pour permettre aux rayons qui partent de celles-ci de se rassembler sur la rétine ; nous ne verrons que les premieres ; & le rouge sera la couleur de l'objet visible. Dès qu'après cela, nous rapprochons, par le secours du microscope, ses autres parties au point qu'elles puissent tracer leurs images au fond de l'œil ; nous verrons aussi ces nouveaux objets & les nouvelles couleurs dont ils sont ornés. Regardez, dans un certain éloignement, une prairie, dont la verdure soit surmontée d'une grande quantité de fleurs rouges ; vous ne verrez qu'un rouge continu : sa vivacité prédominante exclura de votre vûe tout ce qui n'est pas rouge : à mesure que vous approcherez de la prairie, le rouge se parsemera de verd : vous en conclurez très bien que les fleurs rouges n'y existent pas seules ; mais ce feroit très ridiculement que vous prétendriez en inférer qu'elles n'y existent point du tout. Cependant prenez deux gouttes au lieu d'une, & vous verrez sans peine que c'est là le raisonnement de ceux qui voudroient détruire la ressemblance par le microscope.

L'expérience nous apprend que les yeux des animaux sont, généralement parlant, taillés selon leurs besoins ; & ne transmettent que

que les images des objets qui ont un raport sensible avec leurs corps; si nous n'avons pas les yeux microscopiques, c'est que nous n'en avons que faire. Mais si l'art nous fait franchir les bornes que la nature a prescrites à nos organes; il ne sauroit, pour cela, invalider leur témoignage. Après tout, qu'y auroit il de plus aisé que de retourner contre le principe de Leibnitz l'argument tiré des microscopes? Tous ceux qui les ont maniés savent qu'on découvre très souvent, à travers ces instrumens, des ressemblances dans des objets, qui à la simple vûe nous avoient paru tout à fait dissemblables. Irai-je de là inférer que les dissemblances visibles ne sont qu'apparentes, & qu'en effet tous les corps sont semblables?

Cette conclusion seroit pour le moins aussi spécieuse que celle des Leibnitziens; peut-être le seroit-elle davantage. Car que savons-nous ce qui arriveroit, si les verres qui aggrandissent étoient portés à un plus haut point de perfection; ou bien si nos yeux devenoient des microscopes aussi subtils que le sont ceux des derniers insectes que nous appercevons par nos microscopes grossiers? Que sait-on si on ne trouveroit pas alors beaucoup de ressemblances entre des objets sur lesquels & nos sens & nos instrumens s'émoussent? entre des objets qu'ils nous déguisent ou défigurent à l'heure qu'il est? Que sait-on si leur nombre ne s'accroitroit pas, à mésure que nous approcherions des élémens de la matiere; s'il étoit possible d'en approcher?

Mais enfin, aucun artifice, aucune Dioptrique, ne nous fera pénétrer jusques là: nous n'arracherons jamais le dernier voile à la nature: nous ne tirerons jamais le rideau qui cache le fond de son sanctuaire. Soyons donc modestes: ne décidons point en maîtres & en conquérans: ne faisons pas sonner si haut des idées parfaites que nous n'avons pas, ou que nous ne saurions reconnoitre, supposé même que nous les eussions.

Il y a des idées semblables; c'est une chose de fait. Si l'univers est tout matériel, ces idées sont des corps. S'il est un assemblage d'ê-

tres ſimples ; ou ces êtres ſimples ſont parties conſtituantes de la matiere, & alors il faut néceſſairement qu'il y en ait de ſemblables. Ou bien la matiere & les corps ne ſont que des phénomenes repréſentés par les êtres ſimples : En ce cas là il y a des corps ſemblables dans le ſens dans lequel il y a des corps. Si le monde eſt compoſé de deux eſpeces d'êtres de nature diverſe, eſprit & matiere ; il y aura encore des corps ſemblables. Donc, après avoir épuiſé toutes les hypotheſes, il ſe trouve que l'expérience dépoſe par tout pour la reſſemblance ; & que la démonſtration de M. de Wolf reſte en défaut. Ce ſont les points que je m'étois propoſé de prouver.

ESSAI
SUR LE BONHEUR DES ETRES INTELLIGENS.
PAR M. SULZER.

Le titre de ce Mémoire annonce un ſujet bien rebattu. Depuis la naiſſance de la Philoſophie jusqu'à nos jours on n'a ceſſé d'écrire ſur le Bonheur. Mon deſſein n'eſt pas d'augmenter le nombre infini d'écrits, qui contiennent des maximes & des préceptes de morale, pour parvenir au bonheur parfait : ce ſujet doit être épuiſé, ou il ne le ſera jamais. Mes recherches ne rouleront que ſur deux articles généraux de cette importante matière. Je vais examiner; en premier lieu, les conditions néceſſaires pour qu'un être intelligent ſoit parfaitement heureux ; & enſuite je conſidérerai la poſſibilité ou l'impoſſibilité de ces conditions.

Je me flatte que ces recherches ſerviront à diſſiper pluſieurs doutes ſur l'arrangement moral de l'Univers, & ſur les voyes de la Providence; doutes qui de tout tems ont embarraſſé les Philoſophes. En effet lorsqu'on fait attention d'un côté au deſir conſtant des êtres intelligens de parvenir à une felicité parfaite, & de l'autre au peu de bonheur qu'on trouve dans le Monde, on eſt tenté de croire que l'Etre ſuprème n'a pas pris les meilleurs arrangemens poſſibles pour contenter ces êtres qui lui doivent l'exiſtence; ſoit que ſa puiſſance ſoit bornée, ſoit manque de bonne volonté. De pareils doutes ne peuvent qu'inquiéter beaucoup tout être capable de réflexion. Les efforts des plus grands Philoſophes, qui ont entrepris de juſtifier l'Etre ſuprème n'ont pas entièrement réüſſi à diſſiper tous les doutes. Cela ſeul ſuffit pour juſtifier une nouvelle tentative, & même pour la rendre louable.

En ſuppoſant un Etre infini, qui a donné l'exiſtence au Monde, & en lui attribuant une puiſſance infinie jointe à une bonté ſans bornes,

nes, on est tenté de croire, que chaque être intelligent est aussi heureux qu'il peut l'être, malgré les peines & les chagrins qui accompagnent son existence. En effet, s'il étoit impossible que Dieu, avec sa puissance infinie, pût faire parvenir un être fini au bonheur, sans l'avoir fait passer par des peines & par des chagrins, si cela, dis-je, étoit impossible, les doutes contre la toute-puissance, ou contre la bonté infinie de l'Etre souverain, pris du malheur apparent des Etres finis, seroient absurdes. C'est ce qui m'a engagé d'examiner avec toute l'attention possible la nature des Etres intelligens finis, pour m'assurer de la possibilité d'un bonheur qui soit sans mélange de mal. C'est cette recherche qui fait le sujet de mon essai.

On est généralement d'accord, que le bonheur résulte du plaisir, & que la peine lui est contraire. Une vie entièrement exemte de peines, & remplie de sentimens agréables, seroit le bonheur parfait. Le desir d'un tel bonheur nous séduit facilement à croire qu'un tel état seroit très possible. On n'envisage ordinairement que les causes externes du plaisir & de la peine; & en s'imaginant mille moyens arbitraires de donner un autre cours aux événemens du monde, on bannit toute les peines de la vie, & on n'y fait régner que l'agrément & le plaisir. Mais ce n'est pas à l'imagination échauffée de juger de la possibilité du bonheur parfait. Outre les causes externes d'un tel bonheur, il y a dans nous-mêmes un concours de causes, qui produisent, ou qui empêchent, les plaisirs & les peines. Les événemens du Monde, qui sont contingens, pourroient sans doute être très differens de ce qu'ils sont actuellement. Mais l'intérieur des choses, leur essence, ne peut pas être altérée. Si l'essence d'un être fini est telle, que la peine devienne une condition nécessaire, pour le faire parvenir au plus grand bonheur dont il est capable; le bonheur parfait, sans mélange de maux, n'est plus possible. C'est donc principalement dans la nature de l'être fini, qu'il faut chercher dequoi décider cette question; c'est là qu'il faut voir de quelle manière naissent tant les plaisirs que les peines, & la possibilité d'augmenter le nombre des uns & de bannir les autres.

Je

Je commencerai par examiner, fous quelles conditions l'être intelligent fini pourroit être exempt de peine. Quoique la peine entre par mille portes dans l'ame, on peut rapporter fes caufes à deux efpèces. L'une eft dans l'être intelligent même, l'autre eft au dehors, dans la conftitution & les événemens du monde. Les caufes internes de la peine font,

1°. La foibleffe de l'efprit, qui ne lui permet pas de réüffir dans toutes fes recherches. Je m'attache à développer une idée, à trouver la folution d'une difficulté, ou l'explication d'un fait, à l'arrangement d'un plan, ou d'un projet. Tous mes efforts font inutiles, je ne trouve pas ce que je cherche, foit que la chofe foit réellement au deffus de moi, foit que je n'aye pas pris le bon chemin pour y parvenir. Je me fens donc arrêté dans le cours de mes penfées, & obligé d'abandonner un objet, auquel mon efprit s'étoit attaché. Cela doit néceffairement produire un fentiment desagréable. On peut encore comprendre fous cet article les erreurs dans lesquelles on tombe par les jugemens faux qu'on porte des chofes, & par les préjugés que l'on contracte. Cela nous expofe à la peine que nous fentons quelquefois longtems après, lorsque nous commençons à nous appercevoir de nos erreurs.

2°. Un défaut dans le caractère moral, d'où naiffent des fentimens & des actions contraires aux loix éternelles de l'ordre & de la beauté morale. Toutes les fois que nous nous appercevons d'avoir penfé ou agi contre ces loix, nous en avons du chagrin & de la honte.

Je ne m'arrête pas ici à prouver, que dans les cas que je viens d'indiquer, la peine eft abfolument inévitable. J'ai fait voir ailleurs, (*) que ces efpèces de peine font une fuite néceffaire de la nature de tout être penfant, de forte qu'il eft impoffible, que ces caufes n'excitent pas

(*) Dans les *Recherches fur l'origine des fentimens agréables & desagréables.* Voy. *Mém. de l'Acad. Roy.* An. 1751. & 1752.

pas le sentiment desagréable. Pour éviter donc cette espece de peine, il seroit nécessaire; 1°. Que les êtres intelligens eussent assez de force d'esprit pour réüssir dans toutes leurs recherches; 2°. Qu'ils fussent garantis de toute erreur dans leurs jugemens, ou qu'ils ne fussent jamais en état de s'appercevoir de leurs erreurs; 3°. De les garantir de tout sentiment & de toute action contraire aux loix immuables de l'ordre & de la beanté morale, ou bien de les mettre hors d'état de comparer leurs actions & leurs sentimens avec ces loix. Il est évident, qu'à moins que toutes ces conditions ne soyent exactement remplies, l'être intelligent ne sauroit être à l'abri des peines dont les causes sont en lui-même. Nous examinerons plus bas, si ces conditions sont possibles ou non.

Dans la seconde classe des peines sont comprises celles dont les causes viennent du dehors. Ces causes externes se réduisent aussi à deux especes. La premiere comprend les impressions desagréables, qui viennent des objets qui ont une difformité, ou une imperfection, soit réelle, soit imaginaire, dont nous nous appercevons. Tels sont les objets qui produisent les sensations desagréables, ou douloureuses; les objets difformes; & tout ce qui nous présente un défaut, soit physique, soit moral. Dans l'autre espece sont compris les événemens contraires à nos desirs, à nos vuës, & à nos projets.

Pour garantir les êtres intelligens de cette seconde classe de peine, il faudroit leur accorder les conditions suivantes: 1°. Qu'il n'y ait point de difformité, ou imperfection, soit physique, soit morale, dans les objets, qui se présentent à leurs sens, ou bien qu'ils ne soyent pas en état de les appercevoir & d'y faire attention; 2°. Que tous leurs desirs, leurs vuës, & leurs projets, soyent dans un accord parfait avec les événemens du Monde; ou, s'il y a une contrariété, de faire en sorte qu'ils ne s'en apperçoivent pas.

Ces conditions, aussi bien que celles dont j'ai parlé plus haut, pourroient être comprises sous une seule, sçavoir; que les êtres intelli-

li-

ligens fussent d'une insensibilité & d'une stupidité parfaites. Car j'ai prouvé ailleurs, que l'intensité de la peine, les autres conditions égales, est toujours en proportion de l'attention & de la réflexion. L'expérience confirme cela. Plus un animal est stupide, moins il est sensible à la peine: si tous les êtres intelligens étoient d'une stupidité pareille à celle d'un Zoophyte, il y auroit peu de peine dans le monde.

Maintenant, pour juger de la possibilité de ces conditions, il faut avoir devant les yeux les conditions nécessaires pour les sentimens agréables. Ce n'est pas l'absence seule de la peine qui fait le bonheur; il faut de plus, que la vie soit remplie de momens agréables. Si les conditions requises pour le plaisir se trouvoient en contradiction avec celles que demande l'exemtion des peines; c'est alors, que nous pourrions hardiment assurer, que le bonheur parfait est impossible.

Dans mes recherches sur l'origine des sentimens agréables & desagréables, j'ai parlé assez au long des conditions que demande chaque espece de plaisir. Il me suffit donc d'y renvoyer. Quant aux *plaisirs des sens*, qui ont leur origine dans le corps, j'ai prouvé qu'ils supposent de l'ordre & de la régularité dans les mouvemens qui affectent les nerfs des sens. Le corps faisant une partie du monde materiel, participe à tous les mouvemens qui se font dans le monde. Pour être donc toujours agréablement frappé des objets exterieurs, il faudroit que tout le mouvement qui existe dans le monde, ou au moins celui dont l'effet devient sensible à quelque être intelligent, se fit conformément aux régles de la beauté & de l'ordre, qui sont les mêmes pour tous les êtres intelligens.

Les *plaisirs intellectuels* supposent nécessairement des connoissances, de la réflexion, & en général la culture de l'esprit, & un progrès continuel d'un degré de connoissance à un degré plus élevé; parce que les mêmes idées agréables perdent leur agrément peu à peu par la répétition, de sorte qu'il en faut toujours de nouvelles & de plus composées. Le bonheur parfait suppose donc des connoissances très étendues, & une grande habitude de réfléchir, en un mot tout ce qu'il

faut pour n'être pas sujet à se tromper, & pour voir la vérité & la beauté des choses, de quelque côté qu'elles se présentent. Le Monde & la Nature étant des objets dont l'esprit s'occupe continuellement, il faut que dans le monde il y ait partout de l'ordre & de la beauté, afin qu'il fournisse toujours aux intelligences ces objets, dont la contemplation excite le sentiment agréable.

Les *plaisirs moraux* enfin supposent moins de connoissance, que les plaisirs intellectuels, mais beaucoup d'activité, une attention continuelle à connoitre l'état des autres êtres intelligens, & le pouvoir d'y influer. Cela suppose donc dans les intelligences même une bonté morale parfaite, & hors d'elles une liaison étroite entre elles, parce que sans cette liaison la bonté morale ne peut pas s'exercer. Il faut de plus, que cette liaison des intelligences entre elles s'étende toujours plus loin, afin que le plaisir moral puisse prendre des accroissemens continuels.

Voilà toutes les conditions requises, soit pour éviter les peines, soit pour passer continuellement d'un sentiment agréable à un autre. Il faut bien observer ici, que ces conditions ayant été déduites, non de la nature particuliere de l'homme, mais de l'essence d'un être intelligent quelconque, elles doivent être les mêmes pour toutes les especes de ces êtres, de quelque ordre qu'ils soyent. Homme ou Bête, Ange ou Archange, tous ont au fond la même nature; & s'il doivent parvenir au bonheur parfait, il faut que les mêmes conditions ayent lieu, quelle que soit d'ailleurs la difference d'un ordre de ces êtres à l'autre.

En comparant ces conditions avec celles qui sont nécessaires pour éviter la peine; on voit; 1°. Que l'exemtion des peines, qui pourroit être obtenue par l'insensibilité, par le manque d'attention & de réflexion, par l'ignorance de la vérité & de la beauté morale, ne sauroit avoir lieu sans que les conditions nécessaires pour les plaisirs en souffrent. En évitant les peines par ces moyens, on seroit par-là même privé des dispositions avantageuses nécessaires pour le plaisir tant

mo-

moral qu'intellectuel ; 2°. Que par conséquent les seules conditions nécessaires pour éviter la peine sont à peu près les mêmes qui sont requises pour le plaisir, dont l'essentiel revient, d'un côté à la perfection des facultés intellectuelles & des sentimens du cœur, jointe à beaucoup de connoissance, de l'autre à un ordre parfait dans l'arrangement du Monde.

Nous ne trouvons donc dans ces conditions aucune contradiction manifeste, que nous oblige de nier la possibilité du bonheur parfait. Au contraire, puisqne l'homme est capable de perfectionner de plus en plus ses facultés, soit intellectuelles, soit morales, il paroit plutôt qu'il peut faire des progrès continuels vers le bonheur parfait. De plus, dès qu'on suppose que l'ordre & l'arrangement du Monde est l'ouvrage d'un Etre infiniment sage & puissant, il est impossible que cet Etre n'ait agi conformément aux régles de l'ordre & de la beauté, puisqu'en faisant les choses autrement, il auroit agi contre soi-même. Cela étant il ne doit point y avoir dans le Monde de défaut réel, ni dans les parties, ni dans le tout. Par conséquent un esprit fini ne peut jamais trouver dans le Monde que des défauts apparens. Or, s'il fait des progrès continuels dans la perfection de ses facultés, il est possible qu'il vienne un tems, où il verra les choses comme elles sont effectivement ; & alors il ne sera plus sujet aux peines qui viennent du dehors, & la perfection de ses facultés le garantissant des peines dont la source est intérieure, il pourra être délivré de toute peine.

Quant au plaisir, la même supposition d'un Etre infini, comme cause du Monde, nous mene à des conclusions très favorables. On verra sans difficulté, pour peu qu'on y réfléchisse, que toutes les conditions nécessaires pour le plaisir peuvent, & doivent même avoir lieu.

De tout ce que je viens de dire, il résulte : Que, dans la supposition d'un Etre infini, qui soit la cause de tout ce qui existe, il est non seulement possible, mais aussi probable, que tous les êtres finis parviennent par la succession des tems à un état, où à l'abri de toute

peine ils passeront continuellement d'un sentiment agréable à l'autre. Ce seroit alors que tout être doué de sentiment & d'intelligence jouïroit d'un bonheur parfait, & qu'on ne verroit plus dans le Monde qu'ordre, harmonie, & beauté.

C'est ici que se présente une question importante, & digne de toute notre attention : S'il est possible, que le Monde parvienne à ce degré de perfection, l'Etre infini n'auroit-il pû abréger ce terme ? N'auroit-il pû épargner aux êtres intelligens ce passage plein d'épines par lequel ils parviennent au bonheur parfait ? N'auroit-il pû créer le Monde dans le même état de perfection, auquel il pourra arriver dans la suite des tems ? Falloit-il nécessairement, que les Etres finis passassent par tant de foiblesses, par tant d'erreurs, par tant de miséres, pour arriver au but de leur Création ? Voilà des questions auxquelles les Philosophes n'ont certainement pas assez pensé. Si le saut de la non-existence à cette existence heureuse est possible, sans que les êtres intelligens y perdent, il paroit très digne du choix de l'Etre souverainement bon. Il me semble donc très naturel de conclurre, qu'il n'a pas été possible, puisqu'il n'a pas eu lieu.

Mais cette impossibilité seroit-elle fondée dans la nature de l'Auteur, ou dans celle de l'Ouvrage ? Le sagesse & la bonté de l'Etre infini l'auroient-elles empêché d'épargner tant de maux aux êtres intelligens finis ; ou bien la nature même de ces êtres auroit-elle rendu impossible ce bonheur sans aucun mélange de mal ? J'ose dire que les Philosophes qui ont pensé à ces questions, ont trop legèrement décidé. En effet il semble d'abord, que Dieu ayant donné l'existence à tous les êtres finis, il a pû accommoder leur nature & leurs propriétés à son gré, & qu'il ne doit avoir trouvé aucun obstacle de la part des créatures. Il auroit donc pû les créer de façon à les rendre infaillibles, & parfaitement bonnes, sans aucun mélange de mal. D'où l'on conclut, que puisqu'il ne l'a pas fait, c'est sa propre nature, sa maniere de penser, (si j'ose m'exprimer ainsi,) qui l'a empêché de le faire. Après avoir tiré cette conclusion, on a voulu chercher parmi les attri-

attributs de l'Etre infini, ceux qui l'ont empêché de bannir le mal du Monde. On trouve que c'est la sagesse infinie qui a réglé cela, en permettant les maux actuels pour en éviter de plus grands. C'est cette sagesse infinie, qui, pour obtenir le plus grand bien possible, a permis tous les maux qui ont lieu dans le Monde.

En examinant bien ce raisonnement, on trouvera que, quoiqu'il attribue les maux à la permission de la sagesse divine, il suppose réellement qu'ils sont nécessaires par la nature des êtres finis, puisqu'on ne fait agir la suprème sagesse, que pour diminuer ces maux autant qu'il est possible. Si un Monde où tous les êtres intelligens eussent été parfaitement heureux avoit été possible, la sagesse souveraine n'auroit certainement point mis d'obstacle à la production de ce Monde. Or j'ai prouvé qu'un tel Monde est possible, dans la supposition que l'Etre infini auroit pû créer les êtres intelligens doués de la même perfection d'esprit & de cœur, qu'ils acquierent successivement, après une certaine suite d'années, ou de siècles, doués, dis-je, de ces mêmes perfections dès le premier moment de leur existence. Si l'on veut soutenir, que c'est la sagesse divine qui n'a pû permettre ce saut, on est obligé de prouver quel mal il auroit produit. Cela n'étant certainement pas possible, il ne nous reste qu'à dire que ce saut n'étoit pas possible par la nature même des êtres finis. Ce n'est qu'après cette conclusion qu'on voit clairement que tout le mal vient uniquement de la nature des êtres finis, de manière qu'il étoit absolument impossible, (ces êtres existans,) de l'empêcher par aucun arrangement.

Il est donc prouvé que ce ne sont pas les attributs de l'Etre infini, mais la nature même des êtres finis, qui rend impossible leur bonheur parfait. Cette impossibilité consiste proprement en ce que la nature d'un être fini ne permet pas qu'il parvienne au degré de perfection, que le bonheur parfait suppose, sans avoir passé par un grand nombre de degrés intermédiaires, remplis tantôt d'agrément, tantôt de desagrément. C'est donc le sort commun, non seulement du

gen-

genre humain, mais de tous les êtres intelligens finis, qu'ils ne peuvent parvenir au bonheur parfait, sans avoir éprouvé des peines & des chagrins.

Les argumens sur lesquels nous avons établi cette importante proposition, sont tirés, en partie de l'expérience, qui nous assure, que les êtres finis que nous connoissons n'ont pas encore atteint le plus haut degré possible de leur bonheur; en partie des attributs de Dieu, qui ne nous permettent pas de supposer, que les choses ayent été autrement possibles, qu'elles sont. Il y a encore un autre moyen de s'assurer de la vérité de cette proposition. C'est de faire voir par l'essence même d'un être fini, qu'il est impossible qu'il devienne tout d'un coup, c'est à dire, sans succession, ce qu'il peut devenir par la suite des tems. C'est surtout cet argument qui n'a été touché, que je sache, par aucun Philosophe. C'est ce qui acheveroit de détruire entièrement tous les doutes contre la bonté souveraine de Dieu, & contre la perfection du Monde. Car Dieu ne pouvant pas changer l'essence des choses, il ne pouvoit rien faire contre l'impossibilité essentielle du bonheur parfait des êtres finis.

J'avoüe qu'il ne me paroit pas facile de prouver démonstrativement notre proposition par la nature des êtres finis. Toutefois il me semble qu'on en peut assez dire pour entrevoir sa vérité, & pour affoiblir les doutes. Je me hâte donc de proposer mes réflexions sur ce sujet; espérant que la nouveauté, & la difficulté du sujet m'excuseront sur ce qui sera un peu obscur, & mal énoncé, dans ce que je vais dire.

Qu'il me soit permis de faire une remarque générale sur les raisonnemens que j'aurai à faire pour prouver ma proposition. Il est d'abord clair, qu'une discussion parfaite de cette question suppose une connoissance très distincte, très exacte, & complette, de la nature des êtres intelligens finis. Car, pour juger si une chose est possible ou non, il faut connoitre à fond l'essence de la chose, puisqu'on ne peut juger possible ou impossible que ce qu'on voit clairement compatible

ou incompatible avec l'essence du sujet dont il s'agit. Or nous n'avons pas cette connoissance distincte & complette de l'essence des Etres intelligents. Il est par conséquent inévitable qu'il ne nous reste quelque incertitude sur ce qui est possible par rapport à ces êtres.

Cette remarque ne tend pas uniquement à excuser ce qu'il y aura d'incomplet dans les raisonnemens suivans ; elle doit servir en même tems à rendre circonspects ceux qui croyent avoir trouvé des objections contre la bonté souveraine de Dieu. Il ne leur est point permis de trop appuyer sur ces doutes, à moins qu'ils ne soyent en état de démontrer d'une maniere satisfaisante, qu'il a été possible à Dieu de mener les êtres intelligens au bonheur par un chemin plus court. Il ne suffit pas de supposer comme une proposition évidente d'elle-même, que la chose est possible. Pour en être absolument assuré, il faudroit des connoissances infiniment plus étenduës que ne sont celles que nous avons actuellement. Rien n'est plus ordinaire aux hommes, que de critiquer le gouvernement général du monde, & rien n'est plus difficile que d'en juger avec connoissance de cause. Dans une matière aussi épineuse & aussi sublime que celle-ci, je marcherai avec toute la timidité & toutes les précautions nécessaires pour me garantir des faux pas.

Je commencerai par remarquer, *qu'aucun être intelligent fini ne peut devenir capable de jouïr d'un bonheur parfait, qu'après une succession d'idées distinctes.* Il y a longtems qu'on a prouvé, que c'est un caractère distinctif de l'Etre infini, d'être tout-à-la-fois ce qu'il peut être, & que l'être fini ne peut devenir que successivement, ce qu'il peut être. On peut prouver cela particulièrement pour les cas dont il s'agit ici. Nous avons vû plus haut, que le bonheur suppose des connoissances étenduës, des idées distinctes ; & par conséquent tout ce qui est absolument nécessaire pour acquérir ces connoissances & ces idées. Or, en réfléchissant sur la nature de l'Etre fini, nous voyons que, pour acquérir des connoissances, il lui faut nécessairement du tems. Car ces connoissances supposent un très grand nombre d'idées,

d'idées, & bien des idées distinctes. Supposons qu'un Etre intelligent fini ait toutes les idées possibles à la fois au premier moment de son existence, c'est à dire, qu'il ait l'idée du Monde entier d'une manière que nos Philosophes appellent intuitive. Cette idée totale du monde sera nécessairement très confuse. Car, pour être distincte, il faudroit que l'Etre fini embrassât d'un seul acte d'entendement tout ce qui existe, & sa manière d'exister; il faudroit qu'il connût très distictement toute l'essence du monde avec tout ce qui en dépend. Mais c'est justement la prérogative de l'Etre infini, qui n'est point borné. L'être fini, qui ne peut pas embrasser tout à la fois, a besoin de plusieurs differens actes de l'entendement pour pousser sa connoissance intuitive jusqu'à la clarté nécessaire. Ne pouvant pas par sa nature apporter une attention égale à tout ce que l'idée totale du monde renferme de particulier, il faut nécessairement, qu'il dirige son attention successivement d'un point à l'autre. De cette manière il lui faudra du tems pour connoître distinctement les differentes idées particulières qu'une idée complexe renferme, quelle que soit d'ailleurs la force de son esprit.

De plus l'être fini n'étant pas capable d'avoir une connoissance distincte de l'essence du Monde, il ne peut bien connoître les événemens actuels & les effets des causes, que par l'expérience, qui suppose encore la succession & le tems.

Enfin, si nous considérons attentivement le seul moyen possible d'acquérir des connoissances distinctes, qui reste à l'être fini, nous trouverons qu'il suppose absolument plusieurs actes réitérés & si différens l'un de l'autre, qu'ils ne sauroient avoir lieu en même tems; l'attention, la réflexion, la mémoire, l'abstraction, la combinaison, l'opposition, &c. sont differens actes nécessaires pour parvenir à des connoissances distinctes: & il ne paroit pas possible, qu'un Etre fini puisse exercer tous ces actes en même tems.

Tout cela prouve assez clairement, si je ne me trompe, qu'aucun être fini ne peut acquérir des connoissances étenduës & solides sans beau-

beaucoup de tems, & qu'il eſt par conſéquent impoſſible, que Dieu eut créé ces êtres doués de toutes les connoiſſances néceſſaires au bonheur parfait. Je ſais bien qu'on ſuppoſe ordinairement, que la puiſſance infinie pourroit d'un ſeul acte de ſa volonté éclairer l'ame la plus ſtupide. Mais il ne ſuffit pas de s'imaginer de pareilles choſes. Un ignorant s'imagineroit que rien ne ſeroit plus facile à un Geométre que de faire un triangle, qui eut deux angles droits, choſe contradictoire. La ſuppoſition dont je viens de parler étant contraire à l'eſſence de l'être fini, quoique cela ne paroiſſe pas d'abord, elle devient impoſſible par là même, puiſque Dieu ne peut pas donner à l'être fini les attributs de l'être infini.

J'ai remarqué plus haut, & je l'ai prouvé ailleurs, que plus les connoiſſances de l'être intelligent ſont étendues & ſolides, plus toutes ſes facultés ſont parfaites, & plus il ſera capable de ſe garantir de toute ſorte de déplaiſir, & de jouïr des différentes eſpeces de plaiſir. De là il ſuit que, (les autres conditions étant égales,) plus la ſucceſſion a été longue, plus l'être intelligent ſera parfait, & par conſéquent plus ſon bonheur ſera grand. C'eſt donc du tems que l'être fini doit attendre ce que ſa nature bornée ne lui permet pas d'avoir d'abord. Quiconque a une idée de ce qu'on nomme connoiſſance & vérité, s'appercevra ſans peine que l'empire de la vérité & des connoiſſances eſt infiniment vaſte. C'eſt un Océan ſans bornes, dans lequel les êtres finis puiſeront éternellement de nouvelles idées, de nouvelles connoiſſances, & de nouveaux plaiſirs; ils ne ceſſeront jamais de croitre en connoiſſance & en perfection.

Tirons de tout cela une concluſion qui commencera à diſſiper l'épais nuage qui couvre la raiſon humaine par rapport aux queſtions ſur les voyes impénétrables de la Divinité. Si tout eſt néceſſairement ſucceſſif dans l'être fini, il eſt impoſſible qu'un tel être puiſſe être parfaitement heureux dès le premier moment de ſon exiſtence. Il ſort des mains du Créateur doué de tout ce qu'il lui faut pour le devenir ſelon ſon état, ou le rang qu'il occupe dans l'échelle infinie des êtres.

 Mais

Mais c'eſt au tems à développer ſes facultés. Le commencement de ſon exiſtence eſt abſolument obſcur & foible. Peu à peu il acquiert des idées, qui d'abord ne ſont que confuſes. Ces idées excitent en lui des ſentimens foibles. Chemin faiſant la lumière entre peu à peu dans cette ame par l'exercice de ſes facultés innées. Les plaiſirs augmentent peu à peu en nombre & en intenſité, & on peut prévoir qu'ils augmenteront de même à l'infini; de ſorte que cet être, qui au moment de ſa création n'étoit qu'une Monade ſtupide & indolente, devient par la ſucceſſion des tems un génie puiſſant, qui approchera de l'Etre infini autant que l'être fini en peut approcher. Telle eſt ſa nature immuable.

Après avoir établi cette propoſition préliminaire, que le bonheur des êtres finis ne peut devenir parfait, que par la ſucceſſion des tems; je viens à l'examen de la queſtion principale; ſi ces êtres ne pourroient pas y parvenir ſans paſſer par des ſentimens deſagréables? Ici il me ſemble qu'on doit d'abord prévoir que cet examen décidera pour la négative. Car, en conſidérant bien toutes les ſources de la peine, on trouve que l'imperfection des êtres intelligens y entre preſque toujours comme cauſe. Or, tous les êtres finis étant néceſſairement imparfaits, ils ſont par leur nature expoſés aux peines, & n'en pourront être exempts, que lorsqu'ils ſeront parvenus au degré de perfection dont nous avons parlé plus haut, ce qui ne peut arriver que longtems après le commencement de leur exiſtence. Mais il eſt à propos d'entrer dans un examen plus particulier de cette queſtion.

Nous avons vû plus haut qu'une des conditions néceſſaires pour éviter toute peine, c'eſt que les deſirs, les ſouhaits, & les projets des êtres intelligens ſoyent dans un accord parfait avec les événemens du Monde. En effet les événemens du Monde contraires à nos deſirs, ſont la cauſe la plus ordinaire des peines. Il eſt donc ſurtout néceſſaire de bien examiner, s'il eſt poſſible, qui les êtres finis puiſſent être garantis de ces peines.

Le

Le Monde eſt un ſyſtème produit & arrangé par l'Etre infini; (ce n'eſt au moins que d'après ce principe que nous raiſonons ici.) Toutes ſes parties ſont donc tellement liées enſemble, ſoit dans la ſimultaneité, ſoit dans la ſucceſſion, qu'elles forment un tout régulier, où tout doit être rangé conformément aux loix générales de la beauté & de la perfection, qui ſont l'eſſence de ce ſyſtème. Il ne faut qu'une legère attention pour voir, que toute autre idée du Monde eſt incompatible avec la notion d'un Créateur infiniment parfait. Cela étant, chaque événement du Monde tient au ſyſtème entier, & pour juger ſi telle choſe doit arriver dans le Monde, il faut avoir une idée diſtincte du Tout.

Maintenant il eſt clair, que chaque être intelligent à part ne peut former de deſſeins, ni concevoir de ſouhaits, qui ne ſoyent une ſuite naturelle & néceſſaire de ſes propres idées, parce que ces deſſeins & ces ſouhaits ſont des effets néceſſaires des idées qui les produiſent. Si, par exemple, telle choſe me paroit bonne, il eſt impoſſible que je ne ſente un deſir de la poſſeder; comme d'un autre côté il eſt impoſſible, que j'aye de deſir rélatif à une choſe dont je n'ai point d'idée. De là il eſt clair que chaque être intelligent ne ſentira que des deſirs & des ſouhaits, qui ſont des effets néceſſaires de ſes propres idées. Or ces idées ſont néceſſairement conformes au rang & à la place que cet être occupe dans l'Univers, de même que proportionées à ſes facultés & au tems pendant lequel il a exiſté. Ces idées ſeront donc pendant aſſez longtems très bornées, étant ſeulement priſes de cette partie du ſyſtème entier, que a été à la portée de l'être intelligent; qui, comme nous l'avons déjà prouvé, n'eſt pas capable de voir d'abord diſtinctement l'état du Monde entier. De là il s'enſuit, qu'il n'eſt pas poſſible, que l'être fini puiſſe toujours être d'accord dans ſes deſirs avec les événemens, qui ſont les réſultats des loix du ſyſtème entier de l'Univers. Il eſt clair que cet accord parfait ne peut avoir lieu que dans la ſuppoſition, que l'être fini ait une idée diſtincte de l'Univers entiers, & de tous les reſſorts qui produiſent les événemens. Ce ſeroit alors qu'il

verroit toujours ce qui doit arriver, qu'il ſentiroit que tout arrive conformément aux loix de l'ordre & de la perfection, & qu'il ſeroit par conſéquent content de tout ce qui arrive.

Nous voyons effectivement, que plus un être intelligent avance dans la connoiſſance du Monde, moins il eſt ſujet à ſe tromper dans l'attente de ce qui doit arriver, & moins il aſpire à des choſes impoſſibles. L'idée du Monde entier eſt infiniment compoſée. On ne l'a d'abord que très confuſément : peu à peu elle ſe dévelope, & plus on fortifie ſa raiſon, plus les idées deviennent conformes au véritable état des choſes. D'où il eſt clair que les peines dont nous parlons, doivent diminuer de plus en plus. Les êtres intelligens croiſſent également en perfection & en bonheur. Et ſi ce Monde n'eſt pas infini, il eſt poſſible qu'un être fini puiſſe devenir parfait au point d'avoir une idée diſtincte du Monde entier ; & alors ces peines doivent entièrement ceſſer. Perſpective raviſſante, & capable d'inſpirer à tout être penſant le deſir de l'immortalité!

Il me paroit donc aſſez clair par tout ce que je viens de dire, *qu'il n'eſt pas poſſible, qu'un être fini puiſſe être exempt des peines, qui viennent de la contrarieté des ſes inclinations & de ſes deſirs avec les évènemens du monde.*

Ce que je viens de remarquer peut aiſément être appliqué à une autre ſource dc peines, qui eſt le desaccord des ſentimens, des actions, & en général du caractère moral d'un être intelligent avec les loix éternelles de l'ordre moral, qui fait le caractère moral du Monde. Un être intelligent, en entrant dans le Monde, ne peut en connoitre le caractère qu'après une longue expérience & beaucoup de réflexion. L'Etre ſuprème ne peut pas même le diſpenſer de cet apprentiſſage, parce qu'il eſt impoſſible, comme je l'ai prouvé plus haut, que l'être fini ſache tout à la fois. Pendant le tems que cet être ignore, ſoit en tout, ſoit en partie, les loix de l'ordre moral, de l'équité, & de la bonté, il eſt impoſſible qu'il agiſſe & penſe toujours en conſéquence de ces loix. Il ne juge que de la partie infiniment petite du monde qu'il

qu'il connoit le mieux ; & se connoissant soi-même le premier, ses actions ne seront que rélatives à lui-même, & très souvent contraires aux loix générales. Pour entrer parfaitement dans ces idées, on n'a qu'à considérer le cas, où l'homme est en contradiction avec lui-même ; cas très frequent & très connu. Il lui faut beaucoup de tems avant qu'il connoisse même superficiellement sa propre nature ; & lorsqu'il la connoit, il lui faut un long exercice pour avoir cette idée toujours distincte devant les yeux. Or sans cela il lui arrivera souvent d'agir contre soi-même, comme l'expérience ne le prouve que trop.

Je conclus donc, que chaque être intelligent fini est au commencement de son existence nécessairement sujet à agir quelquefois contre les loix morales, & à contracter même des sentimens & des affections contraires à ces loix, puisqu'il ne sauroit être que foible par état, & très borné dans les motifs de ses actions & dans les principes de ses sentimens. Cela étant, il est impossible de le garantir des peines qui viennent de cette imperfection. Car cela demanderoit que l'être fini ne s'apperçût jamais de ses défauts moraux. Mais comme la connoissance claire de son état & de son caractère est absolument nécessaire pour le bonheur, il seroit par là même privé d'une partie du plaisir. Tel est le cas des bêtes, dont les actions sont souvent contraires à l'ordre moral du Monde, & qui commettent des desordres fort semblables à ceux qui procédent des hommes. Mais elles n'ont aucun déplaisir moral, parce qu'elles sont incapables de réflêchir sur leurs actions ; & par là même elles ne sont pas susceptibles non plus du plaisir moral. D'où l'on voit, (pour le remarquer en passant,) qu'il ne faut pas se laisser tromper par les faux argumens de certains Philosophes déclamateurs, qui élevent la condition des bêtes au dessus de celle des hommes, par la raison qu'elles sont exemptes d'une infinité de peines qui tourmentent l'homme. Il est vrai, que les bêtes dans leur état présent ont moins de peine que les hommes ; mais le bonheur d'une bête est-il comparable à celui d'un être doué de sentiment de raison & de réflexion?

Il

Il paroit donc résulter clairement de tous ces raisonnemens; *qu'aucun être intelligent fini ne peut parvenir au suprème degré de bonheur dont il est capable, qu'en passant par toute sorte de peine & de chagrin; & qu'en voulant lui épargner les peines, il faudroit le priver de ce qui seul peut faire son bonheur.* Vérité capable de dissiper le doutes inquiètans, qui ont été formés de tout tems contre la bonté souveraine de l'Etre infini, & de nous tranquilliser entièrement sur le bonheur à venir. En effet si aucune intelligence finie, quelque parfaite qu'elle soit, ne peut arriver au parfait bonheur, sans passer par un état qui l'expose à toute sorte de sentimens desagréables, on n'a pas raison de s'étonner, ni de s'embarasser, de voir qu'un être tel que l'homme, très éloigné d'occuper le premier rang parmi les êtres finis, soit sujet à passer par un état de misère pour arriver au supreme degré de bonheur. Il est vrai, que nos connoissances sont trop bornées pour voir en détail la nécessité indispensable de tous les maux, dont les uns affligent tous les hommes sans exception, & les autres ne tombent que sur quelques particuliers. Mais sachant que les maux sont en général indispensables, nous devons nous reposer entièrement sur la bonté infinie de l'Etre suprème de ce qui en regarde la dispensation particulière. L'expérience ne nous montre de notre état que le commencement, une partie infiniment petite. Car qu'est-ce qu'un siècle comparé à l'éternité? Si par les cris d'un enfant nouveau né on vouloit mal augurer pour toute sa vie, ce seroit une conjecture très déraisonnable. La vie présente de l'homme n'est que le premier instant de son existence, qui très certainement ne peut pas être absolument parfait; mais l'imperfection de ce premier instant ne donne aucun lieu de s'imaginer que sa condition est malheureuse. Au contraire, plus nous examinons la nature des êtres intelligens, plus nous faisons attention à ce que l'expérience même nous apprend, plus nous voyons, que toutes leurs facultés tendent d'un plus bas degré de perfection à un autre, & plus nous nous convainquons, qu'à l'avenir leur bonheur sera parfait.

D'un

D'un côté nous voyons une bonté sans bornes dans l'Intelligence qui a choisi les êtres destinés à exister ; d'un autre côté nous voyons la nature même de ces êtres, qui les porte à se perfectionner de plus en plus. Le bonheur parfait ne pouvant avoir lieu, que lorsque la perfection de la nature est accomplie, tous nos soins doivent être dirigés à nous perfectionner. Aussi longtems que nous sentons notre propre imperfection, nous devons être assurés, que notre bonheur ne sauroit être complet. A' mesure que nous avancerons en perfection, nous verrons diminuer le nombre de nos maux, & augmenter celui de nos plaisirs. L'assurance que la perfection & le bonheur peuvent s'accomplir par la suite des tems, doit nous engager à fournir avec gayeté la carrière qui nous est ouverte, & nous pénétrer d'amour & de respect pour l'Etre infiniment bon, qui du néant a appellé tous les êtres à la félicité la plus complette, dont leur nature soit capable.

DEUX PIECES EN FORME D'ESSAIS,

CONCERNANT,

L'UNE *LE PRINCIPE DE LA RAISON SUFFISANTE*, ET L'AUTRE *LA LOI DE CONTINUITÉ*;

PAR M. DE PREMONTVAL.

Je joins ici, Messieurs, deux pieces que j'ai composées il y a déja fort longtems, & je vous les donne telles que je les couchai pour lors sur le papier. J'ai traité depuis ces deux sujets avec une toute autre force, & dans l'étendue qui leur convient: ce qui concerne *la raison suffisante* dans un discours *sur la nature*, *la réalité & les effets du hazard*, & ce qui concerne *la loi de continuité* dans ma *théologie mathématique*. L'une & l'autre de ces pieces vous étoient destinées, ainsi qu'il paroît par la forme; ce sont des discours où j'ai l'honneur de vous porter la parole. Mais leur longueur & quelques autres inconvéniens m'ont fait prendre un autre parti. Je supprime l'une pour quelque tems, & je me hâte de mettre l'autre en état de paroître au jour, (la piece sur le *Hazard*). En attendant j'ai été bien aise de soumettre ici à votre jugement, dans ces legers essais, ce qui fait le fond de ma pensée.

PREMIERE PIECE.

EXAMEN DE LA DEMONSTRATION QUE M. WOLF DONNE, §. 70. DE L'ONTOLOGIE, DU PRINCIPE *DE LA RAISON SUFFISANTE.*

Voici le paragraphe.

„ *Rien n'est sans une raison suffisante, pourquoi il est plûtôt que* „ *de n'être pas*, c'est-à-dire, *si l'on suppose que quelque chose est, il* „ *faut aussi supposer quelque chose, d'où l'on conçoive pourquoi il est* „ *plûtôt que de n'être pas.* Car, ou rien n'est sans une raison suffi- „ sante, pourquoi il est plûtôt que de n'être pas; ou quelque chose „ peut être sans une raison suffisante, pourquoi il est plûtôt que de „ n'être pas. Supposons que A soit sans une raison suffisante, pour- „ quoi il est plûtôt que de n'être pas. Donc il ne faut rien suppo- „ ser (*) d'où l'on concoive pourquoi est A. On admet donc que „ A est, parce que l'on prend le rien: (**) ce qui étant absurde, rien „ n'est sans une raison suffisante; ou, si l'on suppose que quelque cho- „ se est, il faut admettre aussi quelque chose, d'où l'on conçoive pour- „ quoi il est.

Pour le plus sûr voici l'original.

„ Nihil est sine ratione sufficiente, cur potius sit, quam non „ sit, hoc est, si aliquid esse ponitur, ponendum etiam est ali- „ quid, unde intelligitur, cur idem potius sit, quam non sit. Aut „ enim nihil est sine ratione sufficiente, cur potius sit, quam non „ sit; aut aliquid esse potest absque ratione sufficiente, cur potius sit, „ quam non sit (§. 53.). Ponamus esse A sine ratione sufficiente,

 cur

(*) Ou bien, *Donc il faut supposer le rien.* Dans l'original, *Ergo nihil ponendum est.*]

(**) Ou bien, *parce qu'on suppose que le rien est.* Dans l'original, *propterea quod nihil esse sumitur.*]

„ cur potius ſit, quam non ſit. Ergo NIHIL PONENDUM EST, unde
„ intelligitur, cur A ſit (§. 56.). Admittitur adeo A eſſe, prop-
„ terea quod NIHIL ESSE ſumitur: quod cum ſit abſurdum (§. 69.),
„ absque ratione ſufficiente nihil eſt; ſeu, ſi quid eſſe ponitur, ad-
„ mittendum etiam eſt aliquid, unde intelligitur, cur ſit. „

Ce n'eſt ici rien moins que la baſe fondamentale de la philoſophie Wolfienne, & le plus beau titre de ſa ſupériorité ſur la Leibnitzienne, qui n'a fait que propoſer comme un prétendu axiome, ce qu'on entreprend de démontrer ici en rigueur par le principe de contradiction. Je ne puis donc admirer aſſez l'étrange négligence d'expreſſion, qui s'y remarque, & qui feroit à peine ſupportable dans la ſcholie la moins importante. Au lieu de *rien n'eſt ſans une raiſon ſuffiſante*, que l'auteur eût mis, *tout a ſa raiſon ſuffiſante*, il évitoit le conflict embaraſſant de cinq *rien*, (nihil) pris trois fois dans un ſens, & deux fois dans un autre, en ſi peu de lignes. La clarté, la netteté du ſtile, ſont-ce donc des attentions indignes d'un philoſophe ?

Il y a plus. Quoique cette démonſtration ſoit conçue en aſſez peu de lignes, elle ne laiſſe pas au fond d'être très verbeuſe. Je le prouve en la réduiſant à ſa juſte étendue.

„ *Tout a ſa raiſon ſuffiſante pourquoi il eſt plûtôt que de n'être*
„ *pas*, c'eſt-à-dire, *que ſi l'on ſuppoſe que quelque choſe eſt, il faut auſſi*
„ *ſuppoſer quelque choſe d'où l'on conçoive pourquoi il eſt.* Car ſi A
„ eſt ſans une telle raiſon, c'eſt donc *le rien* qu'il faut poſer pour con-
„ cevoir pourquoi eſt A. On admet donc l'être de A, parce qu'on
„ poſe l'être de *rien*. Ce qui étant abſurde, il faut dire que tout a ſa
„ raiſon pourquoi il eſt. „

Je débaraſſe l'argument du conflict de ces *rien*. Je le débaraſſe de ce dilemme préliminaire, & très inutile; *ou rien n'eſt ſans une raiſon ſuffiſante; pourquoi il eſt plûtôt que de n'être pas; ou quelque choſe peut être ſans une raiſon ſuffiſante, pourquoi il eſt plûtôt que n'être pas*. Je le débaraſſe encore deux fois de cette ritornelle ennuyeuſe

yeuse, *sans une raison suffisante pourquoi il est plûtôt que de n'être pas*, répétée six fois en tout, assurément sans raison suffisante. Enfin j'épargne la peine de relire à la conclusion la these entiere, au bout d'une carrière si courte. Mais oseroit-on dire que j'énerve le moins du monde la pensée de notre philosophe ? ou plûtôt ne faut-il pas avouer qu'il n'est pas possible de la rendre avec plus de précision & de clarté? Oui : mais peut-être aussi n'est-ce pas là ce qui lui convient. On a peine à croire que quatre lignes toutes simples renferment des choses si importantes. L'étalage impose bien mieux. Voyons donc ce qu'enferme l'étalage même.

Toute cette prétendue démonstration porte sur une équivoque que l'analise profonde de notre philosophe n'a pas été capable de lui faire éviter. Il supose, (chose incroyable!) il supose, que de dire, *que* RIEN *ne sert à concevoir pourquoi* A *est plûtôt que de n'être pas*, c'est dire *que* LE RIEN *est ce qui sert à faire concevoir pourquoi* A *est plûtôt que de n'être pas.*

„ Ergo *nihil ponendum est*, unde intelligitur cur A sit. Admit-
„ titur adeo A esse, propterea quod nihil esse sumitur. „

Il est encore plus formel dans la scholie.

Voici un arbre. S'il n'y a point de raison suffisante pourquoi il est là plûtôt que de n'y être pas, il faut donc suposer, ou que LE RIEN *s'est changé en cet arbre, ou que* LE RIEN *a produit là cet arbre, ou qu'il l'a transporté d'ailleurs.*

„ Aut ponendum erit, nihilum in arborem esse conversum, aut
„ nihilum ibi locorum arborem produxisse, vel alibi natam illo in loco
„ plantasse. „

Est-il possible d'abuser du langage à ce point là ? Est-ce la même chose de dire par exemple, *que rien n'a donné à Dieu ses perfections*, ou de dire, *que c'est le rien qui a donné à Dieu ses perfections ?* Comment donc peut-il venir à l'esprit d'un homme, que de dire *que rien ne rend raison de l'existence de* A, c'est prétendre, *que le rien est*

 ce

ce qui rend raison de l'existence de A ; que c'est prendre le rien à cet usage ; que c'est réaliser le rien ? NIHIL ESSE SUMITUR ! Mais ne voit-on pas au contraire que celui qui assure *que* A *est sans raison quelconque de son existence*, bien loin de réaliser le rien pour en faire la raison de A, exclud le rien même réalisé, de ce qui pouroit être la raison de A ; comme il n'y a personne qui en disant *que rien n'a donné à Dieu ses perfections*, n'exclud le rien, réalisé même par impossible, de ce qu'on voudroit supposer avoir donné à Dieu ses perfections ? Et de même en une infinité de phrases pareilles. Oh trés certainement ! dire *que rien n'a ébranlé cet arbre*, n'est pas dire *que le rien l'a ébranlé !* dire *que rien n'a servi à Dieu de matiere pour créer* le monde, n'est pas dire *que le rien est une matiere dont Dieu s'est servi pour créer le monde.* Notre langue françoise a ici une clarté, & une netteté, que n'a point du tout la langue latine.

J'avouë que je n'imagine pas une méprise, & plus grande, & plus inconcevable, & d'une conséquence plus terrible pour la philosophie qui porte sur un tel vuide. Ainsi donc voilà à quoi une logique si analisée & si volumineuse a conduit un des plus forts Penseurs de notre siecle. Voilà la base triomphante de tant de traités qui viennent ensuite. Exemple acablant de la foiblesse de l'esprit humain, dans un des plus beaux génies & des plus attentifs ! Exemple qui aprend plus qu'à d'autres, à celui qui a le triste honneur de le relever, combien il faut se méfier du terrein sur le quel on entreprend de bâtir, surtout de si vastes édifices ; & combien il faut être circonspect à proportion qu'on se sent l'esprit de systême ! Avec cet esprit très estimable en soi, on enfante d'autant plus de chimeres, si l'on a le malheur que dès les principes il se soit glissé quelque faux. Je ne prétens pas au reste que le principe de la raison suffisante soit absolument faux ; mais il l'est dans le sens de beaucoup trop étendu que lui donnent M. Wolf & ses disciples. Et tant mieux après tout, puisque, ces philosophes ont beau dire, ce seroit l'introduction d'une fatalité, ou nécessité, qui pour être hypothetique, & non tout-à-fait absolue, si l'on veut, n'en

se

feroit pas moins *la ruine de toute imputation morale*, ainsi que je me fais fort de le prouver. Je dis que je m'en fais fort : car malgré ma défiance, je me sens fort en effet, quand il s'agit d'établir des vérités d'une si grande importance pour le bien des hommes.

Avant de passer à la seconde piece, je vous prie, Messieurs, de me permettre d'inserer ici, en forme de protestation de ma sincere estime pour la mémoire de M. Wolf que le public vient de perdre, (*) ce que je dis de ce grand homme dans le discours que j'ai anoncé cy-dessus. (**) C'est à l'occasion d'une autre méprise pour le moins aussi palpable, & que presque toute l'école Leibnitzienne, aussi bien que lui, a fidélement copiée de Leibnitz.

„ Pour moi j'ai peine à me persuader d'un génie tel que Leibnitz, „ qu'il y ait autre chose ici qu'une pure inatention. J'en voudrois „ pouvoir dire autant de ses illustres disciples ; mais il n'est que trop „ vrai que le respect, l'atache, la tendresse, une excessive docilité, les a „ plus d'une fois fait ériger en doctrine formelle ce que ce grand hom- „ me eût désavoué pour peu qu'il y eût pris garde. Qu'oserons- „ nous donc prononcer de leur infatigable chef, M. le Baron Wolf, „ si longtems l'objet de leur vénération, depuis peu celui de leurs re- „ grets ? Il n'est plus : ou, pour parler plus philosophiquement, „ aussi-bien que plus chrétiennement, il a quité ce séjour d'erreur ; il „ est dans la gloire, duë à ses vertus, & à son amour pour la vérité.

„ Candidus insuetum miratur limen Olympi,
„ Sub pedibusque videt nubes & sidera Daphnis ;

„ devons-nous croire, avec infiniment plus d'assurance, que Leibnitz „ ne le présume de Baile à la tête de la Théodicée. Du sein de cette lu- „ miere pure dont M. Wolf est éclairé, dépouillé, avec la condition „ mortelle, de cette sensibilité trop vive, que les philosophes même les „ plus vertueux ne peuvent s'empêcher d'avoir pour leurs opinions, il „ per-

(*) Ces pieces ont été lues le 16 Mai 1754.]

(**) Sur la nature, la réalité & les effets du Hazard.]

„ permettra que je m'explique avec franchise. Si mon cœur est ou-
„ vert à ses yeux, il y voit ce soulagement qu'au moins me cause sa
„ mort . . . . sa mort, qui étant un bonheur pour lui n'est pour ses
„ amis au bout d'une si longue carierre qu'un malheur qu'ils aten-
„ doient, ... ce soulagement de n'avoir point à empoisoner les
„ derniers jours d'un vieillard respectable, par des observations, &
„ des critiques, d'autant plus fâcheuses qu'elles ne sont que trop bien
„ fondées. Puissent ses disciples, par ce motif-là-même, perdre avec
„ lui un peu de cette sensibilité qu'on leur reproche! Puissent-ils
„ n'oublier jamais ce qu'il a démontré si au long, & avec une com-
„ plaisance marquée, dans un des derniers volumes de sa morale;
„ *qui dissentientem odio habet, stultus est!* Oui, il faut être privé de
„ raison, & encore plus, d'humanité, pour haïr ceux qui ont le mal-
„ heur de penser autrement que nous, en matiere de religion.
„ Qu'est-ce donc en matieres purement philosophiques? Qu'ils ché-
„ rissent, qu'ils vénerent sa mémoire! . . . . Ses solides vertus, son
„ mérite, ses travaux, les persécutions qu'il a essuyées, l'acharnement
„ de gens que rien ne console de la supériorité de sa réputation; toutes
„ ces choses les attachoient avec raison à sa personne. Mais qu'ils distin-
„ guent d'indignes railleries, ou des invectives atroces, d'avec une
„ critique dont la vivacité n'insulte qu'à la foiblesse générale de l'esprit
„ humain; jamais à des génies qui en sont la gloire dans leur force,
„ & le désespoir dans leur foiblesse.„

SECONDE PIECE.

REMARQUE SUR LA *LOI DE CONTINUITÉ*.

Entre tous les principes chéris du grand Leibnitz, l'un des plus spécieux est celui qu'il appele *la loi de continuité*. Selon lui la nature n'admet jamais de sauts; jamais de passages brusques d'un état à un autre; tous les changemens sont amenés d'une façon imperceptible. C'est ce qu'il explique merveilleusement par l'exemple des séries, & surtout par celui des courbes, où les bizareries les plus étranges, & les changemens les plus brusques en apparence, sont toujours en effet préparés par des passages imperceptibles, & assujettis à des loix constantes. Je me pique d'être un des plus zélés admirateurs de Leibnitz: cependant je ne puis voir ici qu'une pure erreur; erreur où il a su attacher tout le sublime de son génie, mais qui pour cela n'en est pas moins ce qu'elle est, une pure erreur.

Après en avoir été ébloui quelque tems comme les autres, un peu plus de réflexion m'a fait reconnoître enfin, que la loi de continuité est fausse en infiniment plus de cas qu'elle n'est vraie, même dans le genre mathématique. Que sera-ce du moral qui est le plus important objet? Pour le phisique je ne le considere point ici.

Je trouve la loi de continuité démentie dès le premier pas de la premiere & de la plus simple de toutes les séries, celle des nombres naturels, 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. Ce que je vais dire demande un peu d'attention, à cause d'un air de paradoxe qui d'abord révolte. N'importe. Qui s'effraie de paradoxes, doit être renvoyé chez le peuple; je ne le tiens pas digne de la qualité de philosophe.

Examinons de près cette série, 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. Je dis que tant s'en faut que tous les changemens y soient nuancés, qu'au contraire il y a dès le premier pas un saut des plus étranges. On s'imagine que la différence qui est entre 1 & 2, est la même que celle qui est en-

entre 2 & 3; & que cette différence ne consiste qu'en une unité de part & d'autre, & rien de plus. Point du tout. Je soutiens, & l'on en va convenir, qu'il y a entre 1 & 2 une différence, ou si l'on veut, une disparité infiniment plus grande à certains égards, non seulement que celle qui est entre 2 & 3, mais même que celle qui est entre 2 & 4, entre 2 & 5, entre 2 & 6, entre 2 & 10, entre 2 & 1000, entre 2 & un million, entre 2 & tel nombre si grand qu'il soit, fût-il infini. Voici pourquoi. C'est que 2 a de commun avec 3, avec 4, avec 5, avec 1000, avec mille millions, avec tel nombre que ce soit, l'idée de pluralité; idée qui n'est point commune à 1 & 2. Mais cela me suffit-il pour établir la disparité infinie dont je parle? Oui; & j'en juge par un effet, où ce que cette disparité a d'infini frappe avec toute l'évidence possible.

Je mets deux billets A & B dans un bassin, je les balote & tire au hazard. Je gage de tirer A: il y a pari égal, un contr'un, que je réüssis. Je mêle A avec B & C. Il n'y a dans ce cas qu'un à parier contre deux que je tirerai A; mais si l'on me permet de m'y reprendre à deux fois, il y a pari égal. Je mêle A avec B, C, D. Il n'y a qu'un à parier contre trois que je tirerai A; mais en trois coups, pari égal. Enfin je mêle A avec cent mille millions de billets. Alors la probabilité de tirer A est bien petite; il n'y a qu'un à parier contre cent mille milions: mais en cent mille milions de reprises l'égalité revient. Quelque grand que soit un nombre, quelque exorbitant, & au delà de toute imagination, en répétant les reprises un pareil nombre de fois, l'égalité du pari reviendra donc toujours infailliblement, ni plus ni moins qu'au nombre 2, second terme de la série. Il n'en est pas de même de 1, le premier terme. Ne mettez que le seul billet A dans le bassin, & tirez; il n'est pas possible que vous ne tiriez A; ce n'est point une probabilité, c'est une certitude, & une certitude du plus haut degré, une nécessité. Quoique la distance soit si petite entre le terme 1 de la série des nombres naturels & le terme 2, il y a donc là une différence incomparablement plus grande, qu'entre le terme 2 & le terme cent mille millions, si éloignés l'un de l'autre. Il y a là une diffé-

différence de nature, une disparité infinie, une vraie ligne de séparation, qui ne se trouve point entre les autres termes, par dessus laquelle il se fait un saut des plus réels, & des plus singuliers, dans une série où tout semble procéder d'une façon si uniforme.

Mais outre cette disparité il y en a bien d'autres, très essentielles, quoique moins considérables. Ce sont alternativement des nombres pairs & impairs. Il est vrai qu'il y a dans cette alternative-là-même une uniformité : mais ce n'en est pas moins une alternative de petits sauts du pair à l'impair, c'est-à-dire d'une nature à une nature fort différente. Ensuite il y a des nombres primitifs, des nombres quarés, des nombres cubes, des nombres qui sont ensemble quarés & cubes, des nombres triangulaires &c. Ne sont-ce point là des différences de nature plus ou moins grandes, & plus grandes qu'il ne sembleroit devoir résulter de l'addition uniforme & continuelle de l'unité? Le nombre 4 semble n'avoir de plus que le nombre 3 qu'une unité, de même que 3 à l'égard de 2 : mais il y a une différence de nature bien plus grande ; il est quaré, au lieu que 2 & 3 ne le sont point. Le terme 5 qui suit n'est point quaré, non plus que 6 & 7. Ensuite 8 qui n'est point quaré non plus, est cube ; & 9 qui n'est point cube, est quaré, &c. Je demande où la loi de continuité se trouve dans tout cela. Ce qu'il y a à dire, c'est qu'il y a continuité en un sens, & qu'il n'y a pas continuité en un autre sens, ou plûtôt en une infinité d'autres sens. Vû qu'ici rien n'est contingent, il n'y a point de termes possibles entre deux termes qui se suivent : mais deux termes qui se suivent different souvent plus, que ne different deux termes entre lesquels il y en a d'autres possibles ; ce qui suffit pour renverser toute la réalité, & par conséquent tout l'usage de ce grand principe, à l'égard des choses qu'on avoue être contingentes.

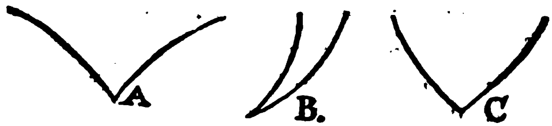
La loi de continuité, disent les Leibnitziens, exclud le vuide de la nature. Je ne suis point partisan du vuide, mais cette raison de l'exclure ne laisse pas de me paroître fort mauvaise. Qu'entre deux corps, c'est-à-dire entre deux portions d'étendue matérielle, il y eût

une portion d'étendue différente, y auroit-il, (à la contingence près) un saut plus grand que celui que j'ai démontré entre 1 & 2, ou seulement que celui qui se trouve dans les trois nombres, 12, 13, 14, dont 13 est impair & primitif, tandis que 12 & 14 ne sont ni l'un ni l'autre, natures si différentes? Ensuite vient 15 qui est impair sans être primitif, & ainsi de suite avec une bizarerie infinie. Il est vrai que chaque espece de nombres, les primitifs, les pairs, les impairs, les quarés, les différences des quarés, les cubes, les différences des cubes, les triangulaires, quadrangulaires, pentagonaux, forment diverses séries particulieres assujetties à des loix constantes, conues, excepté les primitifs dont les bizareries n'ont encore pû être amenées à aucune formule. Mais qui oseroit dire que dans le système physique du monde l'alternative du plein & du vuide seroit plus irréguliere & plus bizare, que l'alternative des nombres primitifs & des secondaires dans le système arithmétique. Il y a cette différence que dans l'alternative du plein & du vuide, c'est la contingence qui est bizare, à qui il apartient de l'être; au lieu que c'est la nécessité qui l'est dans la succession des nombres. Oh! si la nécessité est bizare, comment la contingence ne le seroit-elle pas?

Je vais plus loin. Je soutiens que ces courbes dont les Leibnitziens font un usage si spécieux, suffisent seules pour ruiner leur principe de continuité. Ce qui est susceptible de plus ou de moins de leur propre aveu est réductible à la *minimité*, d'où il n'y a plus qu'un pas à la *nullité*. Certes l'uniformité est moindre dans les élipses que dans les cercles, moindres dans les paraboles & les hyperboles, que dans les élipses, & beaucoup moindres encore dans ces courbes étranges à diverses branches qui se coupent, à nœuds, à feuilles, à points de rebroussement & d'inflexion, & surtout à points isolés. Cependant ce n'est point là dessus que je presserai. Je consens que la loi de continuité soit des plus exactes dans chaque courbe: mais, je vous prie, leurs diametres, leurs ordonnées, leurs tangentes, &c. ne sont-ce point des choses qui soient dans la nature? Or, où donc est la loi de

con-

continuité dans l'angle mixte formé par ces lignes & par les portions de la courbe ? De ces trois sortes d'angles curvilignes formés par des portions de courbes,



tous les géometres ont admis la premiere sans contestation ; on a fort disputé sur la seconde, & il n'y a qu'une voix pour rejetter la troisième comme *batarde ;* c'est leur terme. Cela n'est-il pas plaisant ? Dites que cette troisième espece n'est pas exprimable par une formule algébrique, & appelez cela batardise, si vous voulez : mais ne dites pas que cette espece n'est point dans la nature. Comment ? Est-ce que le papier que je tiens, & l'encre avec laquelle j'ai tracé cette figure C, ne sont point dans la nature ? L'un & l'autre y sont assurément, aussi bien que vos courbes les plus parfaites. En quelque genre que ce soit, ce qu'on appelle batardise est d'institution humaine, & la nature ne le connoît point. Toutes les courbes qu'il vous plait d'appeler *batardes*, parcequelles se refusent à vos calculs, & les figures les plus bizarres qui se puissent tracer, ne fût-ce qu'un simple grifonage, sont donc de la nature & dans la nature ; & par conséquent tout ce qui se peut conclure de la continuité qui se trouve dans les courbes qu'on nomme *algébriques*, c'est qu'il y a quelquefois continuité dans la nature. Qu'il y ait toujours continuité, cela est faux & infiniment faux. En un mot il en est de la continuité comme de l'uniformité. Il y a une uniformité constante dans la courbure des cercles : mais celui qui en voudroit conclure que toutes les autres courbes où la courbure varie n'appartiennent point à la nature, seroit ridicule. Il y a des courbes où la loi de continuité se trouve constamment observée malgré les bizareries les plus frappantes : mais il est ridicule de prétendre que la nature ne connoît que de pareilles courbes, tandis qu'elle frappe de toutes parts nos yeux d'une infinité de traits & de figures qui n'ont rien de continu, & que sans aller si loin, un seul angle rectiligne est le démenti de cette prétendue loi.

 Pour

Pour ce qui eſt d'appliquer à toute la ſuite de la vie humaine, & même plus loin, à la durée de nos ames immortelles, cette grande loi de continuité, c'eſt quelque choſe de plus dangereux ſelon moi qu'il n'eſt ingénieux. La naiſſance eſt un développement, la vie une petite portion de courbe fort bizare dans ſon peu d'étendue, pleine de nœuds, de rebrouſſemens, d'inflexions; la mort eſt une de ces inflexions, mais plus ſenſible que toutes les autres, laquelle devient l'origine d'une branche infinie & uniforme, qui eſt l'éternité à venir: le tout aſſujéti à une loi ſi conſtante, qu'un algébriſte qui auroit les données ſuffiſantes, en pouroit dreſſer la formule & aſſigner l'équation. Tout cela eſt fort ſublime; mais il eſt viſible que c'eſt introduire jusque dans la morale la fatalité mathématique. C'eſt établir une deſtinée au pied de la lettre. J'avouë qu'il m'a paru longtems que tout entraînoit à cette doctrine. Mon eſprit a eu de la peine à s'en défendre, mais mon cœur s'eſt roidi & ſe roidira toujours contre ce torrent. Leibnitz & ſes diſciples ſe ſont aucontraire roidis contre le hazard; & en effet il n'y a point de milieu, il faut ou hazard ou fatalité dans le monde. La fatalité détruit la liberté, anéantit la morale, fait de l'être ſuprème une piece, ou mépriſable par ſon inutilité, ou déteſtable à force d'être néçeſſaire (*). Le hazard, comme je l'entens, eſt fils de la liberté, & il en eſt le pere. Avec la liberté eſſentielle à l'homme je concilie la juſtice & la bonté dans Dieu. J'en reviens donc à mon *apophtegme* favori: *S'il y a un Dieu, il y a un hazard; s'il n'y a point de hazard, il n'y a point de Dieu.* (**) Mais ce ha-

(*) Je penſois cela avant d'avoir lu l'excellent ouvrage de M. *Thourneiſer*, & je le penſe encore après l'avoir lu & relu.]

(**) En d'autres termes: *S'il a un Dieu, il n'y a aucune ſorte de fatalité dans nos actions; s'il y a quelque fatalité dans nos actions, il n'y a point de Dieu.* En d'autres termes encore: *S'il y a un être infiniment bon & juſte, nos actions, criminelles ſurtout, n'ont point une raiſon ſuffiſante, une raiſon complete, antérieurement, dans l'eſſence même de notre être ou dans la connexion des choſes; ſi nos actions criminelles ont une raiſon ſuffiſante, une raiſon complete, antérieurement, dans l'eſſence même*

hazard que j'admets, n'eſt point en Dieu. Jamais, jamais il n'approche de l'infinie ſageſſe ; il ne réſulte que des actions libres des créatures. De même que dans le mathématique, où tout eſt néceſſaire, pour une ligne ou une ſérie aſſujettie à une formule, il y en a une infinité qui ne le ſont point ; je veux à plus forte raiſon que dans le moral, où tout eſt contingent, la plupart des ſéries d'actions ne ſoient rien moins que ſoumiſes à de pareilles loix. L'éternel géometre ne calcule que ce qui peut être calculé, & n'applique point ſes formules à ce qui ſe refuſe à des formules.

Vous retrouvez ici, Meſſieurs, pluſieurs traits que vous avez vu plus approfondis dans mes *Penſées ſur la Liberté*, & qui le ſeront encore davantage dans mon *Traité ſur le Hazard*. En voici un autre que j'ai déjà pareillement touché, ſur lequel je ne puis trop vous conjurer de réfléchir. Je finis par là en peu de mots.

En conſéquence du principe de la raiſon ſuffiſante & de la loi de continuité, l'état actuel de l'uniuers dépend des états qui ont précédé, au point ; que, quand l'univers d'une étenduë ſans bornes renfermeroit une infinité d'infinités d'êtres, ſi cet univers étoit anéanti & recréé dans l'état où il étoit il y a ſix mille ans, il n'arriveroit à aucun de ces êtres, infiniment infinis en nombre, quoi que ce ſoit en ſix mille ans, que ce qui leur eſt arrivé ; & cela, quand l'alternative d'anéantiſſement & de création, puis de durée pendant ſix mille ans, ſe réïtéreroit une infinité d'infinités d'infinités de fois. Si ce n'eſt pas là le fataliſme le plus cruel, je n'en ai point d'idée. Je ne ſai ce que c'eſt qu'une poſſibilité qui en pareilles rencontres ne ſeroit jamais réduite à l'acte. Il n'y a point d'homme, s'il n'a la tête embaraſſé de ſiſtème, point d'homme gui-

même de notre être ou dans la connexion des choſes, il n'eſt point vrai qu'il y ait un être infiniment bon & juſte. Mais ſi nos actions n'ont point une pareille *raiſon* qui les *determine* à être plûtôt qu'à n'être point, il s'y mêle donc quelque choſe de *fortuit*. Donc il y a un *hazard*, s'il y a un *Dieu*.

[Voyez mon Traité *du Hazard ſous l'empire de la Providence.*]

guidé par le ſimple bon ſens, qui ne ſoit convaincu que dans chaque action particuliere, où il a bien ou mal fait, il n'ait pu faire toute autre choſe, en ſorte que s'il s'agiſſoit d'être remis pluſieurs fois préciſément dans les mêmes conjonctures, il ne craignît tout de bon de ne pas ſi bien faire, ou n'eſpérât ſérieuſement de faire mieux, ſinon la premiere fois, du moins en dix, du moins en cent, probablement en mille, plus que probablement en un milion, très certainement en une infinité de fois, & plus qu'infalliblement s'il s'agit d'une infinité d'êtres remis une infinité de fois à une pareille épreuve. Cependant il n'en eſt rien : ce ſeroit toujours la même choſe, ſelon la philoſophie Leibnitzienne. Voilà le vrai fatalisme, Meſſieurs, & non chez moi, qu'on en accuſe pour avoir découvert la plaie cachée, & y avoir porté une ſonde douloureuſe dans l'eſpérance de la guérir. *J'y réüſſirai.* Ecoutez bien ce que j'ai l'honneur de vous dire. J'en ai pour garant, avec la bonté de la cauſe, mes bonnes intentions & l'opiniâtreté de mon travail. Mais il faut encore des cris, & des tortures. . . . Veuille celui de qui procede tout heureux ſuccès ſeconder des efforts qui ſans lui ſeroient ſuperflus !

APPENDICE.

Le principe de la raifon fuffifante, & la loi de continuité, font deux chaînes dont la philofophie Wolfienne accable les êtres libres : mais ces chaînes fe tiennent de façon, que la premiere rompue l'autre tombe d'elle-même. On ne fauroit donc trop infifter fur l'invalidité du principe, ni mettre en un trop grand jour la finguliere preuve qu'en donne M. Wolf. Ses difciples fe font extrémement tourmentés pour trouver à cette preuve des tours plus heureux. Ils ont beau faire; c'eft toujours le même vice radical. Pourquoi ? C'eft qu'avec tout le génie du monde on ne peut rien dire de raifonnable fur un principe qui eft également fimple & faux. La fauffeté amene le faux, & la fimplicité un faux palpable. Il n'y a que la prévention que caufe l'efprit de parti; qui puiffe tenir contre une évidence de cette nature.

Un des plus illuftres défenfeurs de cette preuve, M. le Profeffeur Baumgarten, l'exprime en cette forte, §. 20. de fa métaphyfique.

„ Toute chofe poffible a une raifon, ou non. Si elle a une rai-
„ fon, *quelque chofe* eft fa raifon. Si elle n'en a point, *rien* eft fa rai-
„ fon. Donc la raifon de toute chofe poffible eft *quelque chofe* ou *rien.*
„ Si rien étoit la raifon de quelque chofe, *rien* feroit *quelque chofe.* „

C'eft fous un autre tour l'équivoque malheureufe de M. Wolf. *Rien n'eft la raifon de A;* ou *rien eft la raifon de A:* c'eft fort différent. Le dernier porte effectivement *que rien eft quelque chofe qui eft la raifon de A;* l'autre en aucune façon. *Rien n'a fait ce qui n'eft pas fait.* Eft-ce prétendre *que rien eft quelque chofe qui a fait ce qui n'eft pas fait ?* Tout de même. *Rien n'eft la raifon de A qui n'a point de raifon.* Eft-ce donc prétendre *que rien eft quelque chofe qui eft la raifon de A qui n'a point de raifon ?* Je défie qu'on fe tire de là.

Je ne connoiffois que la feconde édition de la métaphyfique de M. Baumgarten, quand je fis cette remarque qui n'eft que l'abrégé de ce qu'on vient de lire contre la preuve de M. Wolf. On m'a fait voir

depuis une préface ajoutée à sa troisième édition, où l'on croit qu'il répond à cette remarque : mais la difficulté à quoi l'illustre Professeur tâche de répondre, est très différente de la mienne, & très juste. Il est essentiel d'en établir la différence. Ce sont deux coups pour un que reçoit la même erreur.

On a fait un raisonnement parallele à la preuve de M. Wolf, sous le tour même que lui donne M. Baumgarten.

„ Toute chose possible a une étendue, ou non. Si elle a une „ étendue, *quelque chose* est son étendue. Si elle n'en a point, *rien* est „ son étenduë. Donc l'étendue de toute chose possible est *quelque* „ *chose* ou *rien*. Si rien étoit l'étendue de quelque chose, *rien* se„ roit *quelque chose*. „

L'on voit qu'il n'y a que le mot *étendue* substitué au mot *raison*. Qu'on substitue de même *figure*, *couleur*, *poids*, *mouvement*, *&c.* on aura une infinité de rétorsions qui aboutissent à des faussetés visibles. M. Baumgarten en convient : „ mais, dit-il, cette derniere propo„ sition, & les semblables qu'on pouroit faire ; *si rien étoit l'étendue* „ *de quelque chose, rien seroit quelque chose* : ne peuvent pas être prou„ vées avec la même évidence, que j'ai prouvé, moi, ma derniere „ proposition ; *si rien étoit la raison de quelque chose, rien seroit quel*„ *que chose*. C'est là l'écueil. *Hoc opus, hic labor.* „ L'écueil n'est pas dangereux, ni le travail digne d'Hercule. La preuve que l'illustre Professeur a jugé à propos d'ajouter à sa derniere proposition, est celle-ci.

„ Si *rien étoit la raison* de quelque chose possible, *rien* seroit ce „ d'où l'on pouroit *concevoir* pourquoi cette chose est possible. Or „ ce d'où l'on peut *concevoir* pourquoi une chose est possible, cela „ même peut être *conçu*. Donc c'est *quelque chose*. Donc *si rien* „ *étoit la raison &c.* „

En voici la pareille en autant de termes pour la rétorsion. Je demande ce qui y manque.

„ Si

„ Si *rien étoit l'étendue* de quelque chose possible, *rien* seroit ce
„ d'où l'on pouroit *concevoir* dans cette chose les vérités géométri-
„ ques. Or ce d'où l'on peut *concevoir* quelque chose, cela même
„ peut être *conçu*. Donc c'est *quelque chose*. Donc *si rien étoit l'é-*
„ *tendue &c.* „

Chicanera-t-on sur ce que *ce d'où l'on pouroit concevoir dans une chose les vérités géométriques*, n'est pas la définition de *l'étendue d'une chose*, de même que *ce d'où l'on pouroit concevoir pourquoi une chose est possible*, est la définition *de la raison de cette chose*. Il sufit que l'usage de *faire concevoir* soit également incontestable, pour que la rétorsion soit triomphante. Au reste ce n'est pas mon afaire. Ma remarque est toute autre chose. C'est si bien autre chose qu'elle ne se peut rendre ni en latin, ni en allemand. Elle tient à la différence très sensible de ces expressions, que les étrangers seuls peuvent confondre ; *rien n'est la raison*, ou *rien est la raison*. Tant la propriété des langues influe sur la maniere de penser ! L'énorme paralogisme où s'opiniâtrent ici des personnes de beaucoup de mérite, & sur quoi ils bâtissent des édifices immenses, ne leur seroit pas même venu à l'esprit si dans cette occasion ils eussent *pensé en langue françoise* (*). Mais ils ont pensé en allemand ou en latin ; & le malheur veut qu'il y ait là, un tour qui les trompe, d'autant plus aisément qu'il s'accomode à leur besoin.

„ Omne possibile, aut habet rationem, aut minus. Si habet
„ rationem, aliquid est ejus ratio. „

 Soit

(*) Bien entendu qu'en d'autres rencontres la langue françoise a ses désavantages: je suis fort éloigné de la croire supérieure, en particulier à la latine, pour la précision & la netteté. Qu'on essaye de traduire, par exemple, la métaphysique de M. Baumgarten, que je tiens un chef-d'œuvre à ces deux égards. J'en avois eu le dessein; mais j'ai trouvé que notre langue s'y refuse absolument. Tout ce que je veux donc dire ici; c'est qu'il y a telle erreur où l'on tombe parce que l'on pense en une langue, & où l'on n'auroit pas été dans le moindre risque de tomber si l'on eût pensé dans une autre. Se méfier de toutes est le plus sûr.]

Soit. Cela ne pèche que par être trop vrai ; de beaucoup trop vrai, comme je le ferai voir en finissant.

L'on continue. „ Si non habet, nihil est ejus ratio. „
J'arête. Traduisez-moi en françois, *nihil est ejus ratio.*
„ Volontiers : *rien . . . . est sa raison.* „

Parlez françois, je vous prie. De grace, c'est du françois que je demande. Nous disons, nous ; *rien . . . n'est*, & non pas, *rien . . . est*. Or de *rien n'est la raison*, qui est très vrai, je vous défie de conclure, autrement qu'en plaisantant, & en stile burlesque, *que la raison d'une chose est quelque chose ou rien.* A' parler sérieusement, cela signifie *qu'une chose a une raison, ou qu'elle n'en a point ; & que si elle n'en a point, elle n'en a point.* Vous n'êtes pas après votre détour plus avancé qu'auparavant.

Mais vous obstinez-vous à traduire comme vous avez fait, & à prétendre en vertu du tour de phrase, *que rien . . . est la raison de ce qui n'a point de raison ?* Je vous le nie tout net, & vous oblige de le prouver. C'est à quoi vous n'avez pas pensé. *Rien . . . est* n'est donc qu'un piege où vous vous prenez vous-même, ou bien où vous voulez prendre les autres ; comme si ce tour fesoit *de rien quelque chose.*

Vous concluez : *si rien étoit raison, rien seroit quelque chose.* Je vous le nie encore, au lieu que la rétorsion précédente l'accorde. Je vous dis que dans l'étrange langage où l'on souffre cette proposition ; *rien est la raison de ce qui n'a point de raison ;* ce *rien* pour cela ne devient pas *quelque chose*, puisque c'est bien une raison, mais une raison qui est *rien* & non *quelque chose.*

Allons. Vous faites un nouvel effort. Vous vous retranchez d'une preuve ultérieure, que ceux qui vous combatoient ne songeoient point à vous demander. Vous insistez sur ce que, qui dit *raison*, dit *ce d'où l'on peut concevoir pourquoi une chose est possible.* Pour rendre ce retranchement sans usage, je distingue. Car puisqu'il vous plaît de jouer sur les termes, on peut vous imiter. Je distingue donc. Oui, quand

quand *raison est quelque chose :* mais quand *raison est rien*, ou que *rien est raison*, c'est le contraire. C'est *ce d'où l'on ne conçoit point ; ce qui n'est point non plus à concevoir ;* ce qui *n'est rien*, ou ce qui *est rien*, comme vous voudrez. A-peu-près, comme lorsqu'en mathématiques une quantité négative oblige à prendre tout à rebours ; ou mieux, lorsqu'une quantité imaginaire montre une absurdité cachée dans la question.

Somes-nous assez loin de compte ? C'est à quoi se réduit le raisonnement ; à un jeu de mot, mais qui ne paroît bien tel qu'en françois : circonstance tout-à-fait digne de l'attention des philosophes, vû la gravité du cas & celle des suites ; ce qui me donnera lieu quelque jour à d'importantes remarques.

L'essentiel chez moi consiste dans la justesse de ces tours.

Dire *que rien n'a servi à Dieu de matiere pour faire le monde*, ce n'est point dire *que rien est une matiere dont Dieu s'est servi pour faire le monde.*

Dire *que rien n'a donné à Dieu l'existence & la souveraine perfection*, ce n'est point dire *que rien est ce qui a donné à Dieu l'existence avec sa souveraine perfection.*

Cela ne tombe seulement pas dans l'esprit de quelqu'un qui *pense en françois ;* en mots & en tours françois. Mais on nie en général, de *rien* comme de *quelque chose* & de *quelque chose* comme de *rien*, qu'il ait donné à Dieu ses perfections, & lui ait servi de matiere pour faire le monde.

Enfin ; & il y a encore ici plus de justesse ; dire *que rien n'a fait ce qui n'est pas fait*, ce n'est point dire *que rien est quelque chose qui a fait ce qui n'est pas fait.* De même donc, dire *que rien n'est la raison de A qui n'a point de raison*, ce n'est point dire *que rien est quelque chose qui est la raison de A qui n'a point de raison.* C'est dire expressément que A n'a pour raison, *ni rien ni quelque chose.* C'est soutenir le contraire de ce que demande la démonstration de M. Wolf & de ses disciples, & de ce qu'accorde l'excellente rétorsion qu'on affectoit de confondre avec mes remarques.

Voi-

Voilà bien du diſcours & bien des peines, dira-t-on, pour peu de choſe. Je répons que la réputation de M. Wolf, le mérite de ſes diſciples, & celui d'une nation, dont les progrès risquent d'être reculés, par ſon trop d'eſtime pour un ſyſtème, grand, merveilleux, mais fondé, au pied de la lettre . . . ſur RIEN; tout cela juſtifie les efforts que je fais ici, & ailleurs, & qui pouroient paroître ſuperflus à nos françois, & chez les nations qui ne ſont point aſſez au fait. Je ne ceſſerai de le répéter avec plaiſir : les philoſophes Wolfiens ſont dignes & très dignes qu'on les déſabuſe. Mais, duſſent-ils me ſavoir tout le mal poſſible; j'ajouterai, avec franchiſe, qu'ils en ont autant de beſoin pour le moins qu'ils en ſont dignes.

Avec la logique profonde dont ils ſe piquent, & dont ils ne ceſſent de reprocher l'ignorance à leurs antagoniſtes, que ſignifie, par exemple encore, le beau dilemme, très vrai & trop vrai, qui ſert de début à la preuve de M. Wolf, & à celle de ſon illuſtre diſciple, & de pluſieurs autres? „ Toute choſe a une raiſon, ou elle n'en a point. Si „ elle a une raiſon, quelque choſe eſt ſa raiſon. Si elle n'en a point, „ rien n'eſt ſa raiſon. „ C'eſt ce que j'ai promis de toucher en finiſſant, & ce n'eſt qu'un mot? Vit-on jamais prendre pour dilemme la propoſition *niée* avec ſa contradictoire; puis deux propoſitions conditionelles, chacune abſolument identique? Il n'y a point de démonſtration qu'on ne pût commencer de la ſorte, ſi l'on vouloit : mais que gagne-t-on? Des paroles, des phraſes qui ne vous avancent de rien; ſi ce n'eſt que c'eſt être fort avancé pour bien des gens, que d'avoir parlé.

„ Les trois angles d'un triangle ſont égaux à deux droits, ou „ non. S'ils ſont égaux à deux droits, ils ne valent ni plus ni moins. „ S'ils n'y ſont pas égaux, ils valent plus ou moins. „

„ Il y a un Dieu, ou il n'y en a point. S'il y a un Dieu, quel„ que choſe eſt Dieu. S'il n'y en a point, rien n'eſt Dieu. „

Eh bien! Quoi? Où cela va-t-il? . . . Point de débouché . . . . Mais entend-on myſtere dans *rien eſt* au lieu de *rien n'eſt*,

n'eſt, c'eſt pis que cela. La ſeconde conditionelle n'eſt plus identique qu'en apparence. Elle eſt fauſſe, inſoutenable. Alors voici ce que c'eſt.

„ Il y a un Dieu, ou il n'y en a point. S'il y a un Dieu, *quel-*
„ *que choſe* eſt Dieu. S'il n'y en a point, *rien* . . . eſt Dieu. Donc
„ *quelque choſe* ou *rien* eſt Dieu. Si c'eſt rien, *rien eſt quelque choſe*;
„ rien eſt la ſuprème puiſſance, la ſuprème ſageſſe, la ſuprème bonté.
„ Or *rien* n'eſt pas tout cela. Donc ce n'eſt pas *rien* qui eſt Dieu.
„ Donc c'eſt *quelque choſe*. Donc il y a un Dieu. „

Qui empêchera d'ajouter „ que quand ce ſeroit *rien* qui ſeroit
„ Dieu, *rien* dès lors étant *quelque choſe*, ce ſeroit toujours quelque
„ choſe qui ſeroit Dieu, & que par conſéquent, que ce ſoit *quelque*
„ *choſe* ou *rien*, il y a toujours quelque choſe qui eſt *Dieu*; & que
„ de même, fut-ce *rien*, il y a toujours quelque choſe qui eſt la *rai-*
„ *ſon ſuffiſante* de M. Wolf. „

O merveilleuſe propriété du *Rien* qui va tout prouver; ce qu'il y a de plus vrai, comme ce qu'il y a de plus faux!

Cette eſpece de rétorſion-ci ſur une propoſition vraie eſt infiniment plus propre que celle qu'on a vue cy-deſſus à montrer combien la philoſophie Wolfienne coute cher aux meilleurs eſprits qui entreprennent de l'établir.

REMARQUE
SUR CETTE DÉFINITION DE M. WOLF DU MOT *ALIQUID*;
Aliquid est cui aliqua notio respondet.
§. 54. de l'Ontologie. p. 41.

PAR M. DE PREMONTVAL.

J'ai assez montré, ici, Messieurs, & ailleurs, mon profond respect pour la personne de M. Wolf & de ses illustres disciples, & assez déclaré que ce respect, tout sincere qu'il est, n'empêcheroit pas que je ne m'élevasse avec force contre une philosophie que je crois fausse & dangereuse. Un des vices les plus essentiels que j'y trouve, est celui des définitions. Je ne veux vous en donner qu'un échantillon aujourd'hui, avec promesse de produire, quand on voudra, un grand nombre d'exemples de même nature, tirés de sa métaphysique.

Je dois vous dire d'abord, que de zélés partisans de la philosophie Wolfienne à qui je proposois mon doute sur ce sujet, m'ayant renvoyé à l'étude de la logique, & surtout indiqué le paragraphe 214 de celle de M. Wolf comme contenant un principe que j'ignorois, je ne manquai pas d'y courir sur le champ avec un desir sincere de m'instruire. Que vis-je? *Que toute définition est une proposition identique.* En vérité je le savois déjà; & ce n'est point, comme on se l'imaginoit, ce que je reproche à la définition: *Aliquid est cui aliqua notio respondet.* Il faudroit être en effet extrêmement neuf en ces matieres, pour ne pas savoir qu'une définition est une proposition identique: mais autre chose est d'être *identique*, & autre chose d'être *circulaire*. Je définis A par B, parce que ce dernier est plus connu. Rien de mieux. L'identité de B connu & de A inconnu est justement ce qui fait connoître A. Mais je définis A par B, puis B par C, puis C par D, & enfin ce D par

par A. Voilà un cercle impardonable; une maniere de procéder qui choque les plus ſimples regles de la logique, & de la logique même de M. Wolf, §. 169. & 170. Veut-on un exemple particulier? On me définit le triangle rectangle *une figure qui a trois angles dont l'un eſt droit*. Paſſe. *Une figure qui a trois angles dont l'un eſt droit*, & *le triangle rectangle*, c'eſt la même choſe. Par cette identité même la définition eſt recevable. Mais ſi l'on me définit le triangle rectangle, *un triangle dont le quarré de l'hypoténuſe eſt égal aux quarrés des deux côtés :* Je demande: *qu'eſt-ce qu'hypoténuſe ?* On me répond; *c'eſt le côté opposé à l'angle droit dans le triangle rectangle*. Oh! vous m'expliquez donc l'idée de triangle rectangle par celle d'hypoténuſe, & l'idée d'hypoténuſe par celle de triangle rectangle. Cercle vicieux, s'il en fut jamais.

Je dis que la définition: *Aliquid eſt, cui aliqua notio reſpondet*, eſt pis que cela.

C'eſt un principe de logique qui m'a été inculqué de fort bonne heure, mais dont je ne vois pas que la philoſophie Wolfienne faſſe grand uſage, *de ne manquer jamais à ſubſtituer les définitions aux définis*. Ainſi perpétuellement je ſubſtitue aux mots les définitions qu'on m'en a données, remontant toujours de la ſorte de termes en termes, & de définitions en définitions, le plus haut qu'il m'eſt poſſible. C'eſt là mon analyſe. C'eſt la pierre de touche avec laquelle je démêle le plus facilement du monde dans les raiſonnemens, ambiguités captieuſes, logomachies, pétitions de principe, duplicité de termes moyens, &c. Et j'avoue que j'en ſuis encore à trouver une philoſophie aſſez exacte pour qu'elle ait pû tenir conſtament contre cette méthode. Voyons ici, où cela nous conduira.

Aliquid eſt, cui aliqua notio reſpondet. Je demande d'abord ſi *aliqua* n'eſt pas la même choſe qu'*aliquid*. C'eſt le féminin dont l'autre eſt le neutre. Je demande ſi *cui* n'eſt pas la même choſe qu'*aliquid cui*. C'eſt un relatif qui ſupoſe l'antécédent. Mais ce n'eſt rien que cela : je vais plus loin. Je demande; qu'eſt-ce que *notio?* On me répond que c'eſt *repreſentatio alicujus rei in mente*, Log. §. 34. Bon! Je demande enſuite; mais qu'eſt-ce que c'eſt que *res?* On me répond en propres termes, Ontol. §. 243; *id quod eſt aliquid*. A merveille!

Ainsi donc, *Aliquid est, cui aliqua notio respondet;*
c'est-à-dire, *Aliquid est aliquid, cui aliqua representatio alicujus quod est aliquid, respondet.*

Pour ce qui est de *representatio* & de *respondere*, termes métaphoriques, termes qui pris même au simple, mériteroient beaucoup plus qu'*aliquid* d'être définis, (surtout dans une philosophie qui en fait un singulier usage,) je ne les trouve, ni définis, ni expliqués, nulle part chez M. Wolf. Et s'ils l'étoient, je ne doute pas qu'avec la tirade de mots par où il faudroit passer, nous n'eussions à l'aide de la méthode précédente dans la définition d'*aliquid*, toute la déclinaison de ce mot par ses genres, nombres & cas : ce qui seroit curieux. Et puis le mot de *mens* que nous avons laissé de côté dans la définition de *notio*.

Enfin en deux mots, voici le sujet de mon scandale. Ce *n'est point* l'*identité* de la définition; c'est sa *circularité*, si je puis parler ainsi : c'est qu'*aliquid* soit défini par des termes lesquels sont eux-mêmes définis par *aliquid* : c'est qu'on m'explique A par B, B par C, C par D, & D par A. C'est qu'en bon françois, *Quelque chose* est *quelque chose*, à quoi répond *quelque chose*, qui représente *quelque chose* qui est *quelque chose*.

Je remarque au sujet de cette définition, Messieurs, & de quantité d'autres de M. Wolf, qui ont le même défaut, qu'il seroit très utile, & tout-à-fait digne de l'attention des plus grands philosophes, de voir *à former une liste raisonnée des mots qui ne peuvent absolument point être définis*. Le nombre devroit être le plus petit qu'il seroit possible ; & cependant il faudroit tâcher d'être bien sûr de n'en point omettre, comme de n'en admettre aucun qui ne fût dans le cas. Je crois que ce nombre ne devroit gueres *monter* qu'à vingt-cinq ou trente ; & c'est ce qu'on pourroit appeller à juste titre *l'alphabet des pensées humaines*. Ouvrage essentiel, qui manque à la perfection du raisonnement ; mais dont l'exécution est sans comparaison plus difficile qu'on ne s'imagine. Je l'ai tenté plusieurs fois, & j'ai toujours été rebuté. Je ne suis pas même éloigné de croire qu'il demande les soins d'une société savante. Je n'ose vous proposer ce travail. Mais je suis persuadé, Messieurs, que qui voudroit l'entreprendre, & réussiroit à former une liste également exacte & complete, mériteroit en une seule brochure une gloire que de gros volumes ne surpasseroient pas.

Multum & veræ laudis, quamvis uno libro. QUINTIL.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE BELLES-LETTRES.

* * *

ELOGE
DE MONSIEUR
DE MONTESQUIEU. (*)

Ce n'est point l'usage de faire dans cette Académie l'éloge des Académiciens Etrangers que nous perdons : ce seroit en quelque sorte usurper sur les droits des Nations auxquelles ils ont appartenu. Mais il est des hommes si fort au dessus des hommes de chaque nation, qu'aucune n'a plus de droit que les autres de se les approprier, & qu'ils semblent n'avoir été donnés qu'à l'Univers.

Nous reclamerons donc ici un bien commun, dont une partie nous appartient : si quelque chose pouvoit nous empêcher d'entreprendre l'éloge de M. *de Montesquieu*, ce ne seroit que la grandeur du sujet & le sentiment de notre insuffisance. Toutes les Académies qui ont eu l'honneur de le posséder, ne manqueront pas de rendre le même hommage à sa mémoire, & s'en acquitteront mieux que nous ; mais nous avons cru qu'on ne sauroit trop parler, ni parler dans trop de lieux, d'un homme qui a tant fait d'honneur à la science & à l'humanité ; qu'on ne sauroit trop présenter l'image de M. *de Montesquieu*, dans un siècle sur-tout où tant de gens de Lettres paroissent si indiffé-

(*) *Cet éloge a été lû dans l'Assemblée publique de l'Académie Royale des Sciences de Berlin, le 5 Juin 1755.*

rens sur les mœurs : où ils ont voulu persuader, & n'ont peut-être que trop persuadé, que les qualités de l'esprit & celles du cœur devoient être séparées, si même elles n'étoient pas incompatibles. Qu'ils se retracent M. *de Montesquieu :* quand ils verront tant de vertus réünies dans l'homme dont l'esprit fut le plus juste & le plus sublime, quand ils verront les mœurs les plus pures jointes aux plus grandes lumières, ils penseront peut-être que les vices ne sont que la suite de l'imperfection de l'esprit.

Charles de Secondat, Baron de la Brede & de Montesquieu, naquit dans le Château de la Brede, à trois lieues de Bourdeaux, le 18. Janvier 1689. d'une ancienne famille noble de Guyenne. Son troisième ayeul, Jean de Secondat, sieur de Roques, avoit été Maître d'Hôtel de Henry I. Roi de Navarre. Jeanne, fille de ce Roi, Reine de Navarre, & épouse d'Antoine de Bourbon, par un acte du 2 Octobre 1561. fait présent à Jean de Secondat, pour récompense de ses services, d'une somme de dix mille livres, pour acheter la Terre de Montesquieu.

Jacob de Secondat, fils de Jean, fut Gentilhomme ordinaire de la Chambre de Henry II. Roi de Navarre, qui fut Henry IV. *Roi* de France. Ce Prince érigea en Baronnie la Seigneurie de Montesquieu; „ Voulant, dit-il, reconnoître les bons, fideles & signalés services „ qui nous ont été faits par lui & par les siens. „

Jean-Gaston de Secondat, second fils de Jacob, fut Président à Mortier au Parlement de Guyenne.

Son fils, Jean-Baptiste, un des plus beaux génies de son temps, & un des plus grands Magistrats, posséda cette charge après lui. Il perdit un fils unique, & laissa ses biens & sa charge à son neveu *Charles de Secondat*, *Auteur de l'Esprit des Loix*. Passons rapidement sur toutes ces anecdotes, dont la mémoire de M. de Montesquieu a si peu de besoin, & venons à lui.

Le pére de Charles, qui après avoir servi avec distinction, avoit quitté le service, se donna tout entier à l'éducation de son fils.

Ce

Ce fils qui est M. de Montesquieu, dès sa plus tendre jeunesse avoit fait une étude immense du Droit Civil ; & ses talens perçant de tous côtés, avoient produit un ouvrage dans lequel il entreprenoit de prouver que l'idolâtrie de la plupart des Payens ne méritoit pas un châtiment éternel. M. de Montesquieu, auteur avant le temps d'un ouvrage rempli d'esprit, eut encore avant le temps la prudence de ne le point laisser paroître.

Il fût reçu Conseiller au Parlement le 24 Février 1714. & Président à Mortier le 13 Juillet 1716. Se trouvant à Paris en 1722. il fut chargé de présenter les Remontrances que le Parlement de Bourdeaux faisoit à l'occasion d'un nouvel impôt sur les vins. M. de Montesquieu se fit écouter favorablement, mais après son départ l'impôt supprimé reparut bientôt sous une autre forme.

En 1725. il fit l'ouverture du Parlement par un Discours dont l'éloquence & la profondeur firent voir de quoi il étoit capable dans ce genre. Mais une autre Compagnie l'attiroit à elle ; une Académie nouvellement fondée à Bourdeaux n'avoit eu garde de laisser échapper M. de Montesquieu. Il y étoit entré dès 1716. & avoit réformé cette Compagnie dès sa naissance, en lui marquant des occupations plus dignes que celles que son établissement lui avoit destinées.

Tout grand qu'est l'exercice de la magistrature, dont M. de Montesquieu étoit revêtu, il s'y trouvoit resserré : il falloit une plus grande liberté à son génie. Il vendit sa charge en 1726. & l'on ne pourroit le justifier sur ce qu'il faisoit perdre par-là, si en quittant une place où il interprétoit & faisoit observer les Loix, il ne se fût mis en état de perfectionner les Loix mêmes.

En 1728. M. de Montesquieu se présenta pour la place de l'Académie Françoise, vacante par la mort de M. de Sacy. Ses Lettres Persanes, qui avoient paru dès 1721. avec le plus grand succès, étoient un assez bon titre ; mais la circonspection avec laquelle s'accordent les places dans cette Compagnie, & quelques traits trop hardis de cet ouvrage, rendoient le titre douteux : M. le Cardinal de

Fleury

Fleury effrayé de ce qu'on lui en avoit rapporté, écrivit à l'Académie que le Roi ne vouloit pas qu'on y admît l'Auteur des Lettres Persanes. Il falloit renoncer à la place, ou désavouer le livre. M. de Montesquieu déclara qu'il ne s'en étoit jamais dit l'Auteur, mais qu'il ne le désavoueroit jamais. Et M. le Maréchal d'Estrées s'étant chargé de faire valoir cette espèce de satisfaction, M. le Cardinal de Fleury lut les Lettres Persanes, les trouva plus agréables que dangereuses, & M. de Montesquieu fut reçu. (*)

Quelques mois après M. de Montesquieu commença ses voyages, & partit avec Milord Waldgrave, son intime ami, Envoyé d'Angleterre à la Cour de Vienne. Il y fit assidument sa cour au Prince Eugène; l'un jouissoit de la vue du plus grand guerrier du siècle, l'autre de la conversation de l'homme du siècle le plus spirituel & le plus aimable.

De Vienne il parcourut la Hongrie, partie de l'Europe qui a si peu tenté la curiosité des voyageurs, & qui par-là n'en mérite que plus l'attention d'un voyageur philosophe : M. de Montesquieu écrivit un Journal exact de cette partie de ses voyages.

Il rentra dans le monde par Venise, où il trouva le Comte de Bonneval, cet homme si célebre par ses avantures, par ses projets, & par ses malheurs ; spectacle digne d'un tel observateur.

Prenant sa route par Turin, il arriva à Rome, où il vit avec les yeux d'un homme de goût, que la Nature n'a accordé que rarement aux Philosophes, les merveilles de l'antiquité, & celles qui y ont été ajoutées par les Michel Anges, les Raphaëls, les Titiens. Mais plus curieux de voir les grands hommes que les prodiges de l'art, il se lia étroitement avec le Cardinal de Polignac, alors Ambassadeur de France (**), & avec le Cardinal Corsini, depuis Pape sous le nom de Clement XII.

M.

(*) *Le 24 Janvier 1728.*

(**) Il fut toujours ami de M. le Cardinal de Polignac, & rendit justice à ses talens avec cette critique délicate qui ne blesse point, parce que l'estime y domine. Voici ce qu'il m'écrivoit :

L'Anti-

M. de Monteſquieu revénant par la Suiſſe, ſuivit le cours du Rhin ; & après s'être arrêté quelque temps en Hollande, paſſa en Angleterre. C'étoit là proprement le terme de ſes voyages, c'étoit là qu'il devoit trouver tant de grands hommes : à la tête deſquels nous mettrons cette Reine digne de la converſation de *Newton* & de *Locke*, & qui ne trouva pas moins de plaiſir dans celle de Monteſquieu. Ce fut là qu'en méditant ſur les reſſorts de ce gouvernement qui réunit à la fois tant d'avantages qui paroiſſent incompatibles, M. de Monteſquieu trouva ce qui pouvoit lui manquer de matériaux pour les grands ouvrages que contenoit ſon eſprit.

Dès qu'il fut de retour en France, il ſe retira à la Brede pour jouir du fruit de ſes travaux ; & bien plus encore des richeſſes de ſon propre fonds. Là pendant deux ans ne voyant que des livres & des arbres, plus à lui-même, & par conſéquent plus capable de tout, il écrivit ſes *Conſidérations ſur les cauſes de la grandeur des Romains & de leur décadence*, qui parurent en 1733. Il avoit eu deſſein d'y joindre un livre ſur le gouvernement d'Angleterre qui étoit fait alors ; quelques réflexions l'en détournerent ; & ce livre, excellent par-tout, a trouvé cependant une place encore plus convenable dans l'Eſprit des Loix.

Le ſuccès du livre ſur les Romains ne pouvoit manquer d'encourager encore un homme rempli de tant de grandes choſes. M. de Monteſquieu ne voyoit plus qu'un ouvrage à faire ; mais quelqu'étendue qu'euſſent ſes lumières & ſes vues, elles lui ſembloient s'y per-

*L'Anti-Lucrece du Cardinal de Polignac paroît, & il a eu un grand ſuccès ; C'eſt un enfant qui reſſemble à ſon pére ; il décrit agréablement & avec grace, mais il décrit tout & s'amuſe par-tout. J'aurois voulu qu'on en eût retranché environ deux mille vres ; mais ces deux mille vers étoient l'objet du culte de *** comme les autres, & on a mis à la tête de cela des gens qui connoiſſoient le latin de l'Enéide, mais qui ne connoiſſoient pas l'Enéide. N. eſt admirable ; il m'a expliqué tout l'Anti-Lucrece, & je m'en trouve fort bien. Pour vous, je vous trouve encore plus extraordinaire ; vous me dites de vous aimer, & vous ſavez que je ne puis faire autre choſe.*

perdre: il ne se croyoit point capable de l'exécuter. Ses amis, qui connoissoient mieux ce qu'il pouvoit que lui-même, le déterminerent. Il travailla à l'Esprit des Loix; & en 1748. cet ouvrage parut. J'ai remis jusqu'ici à parler des ouvrages de M. de Montesquieu, parce que les autres n'ont été, pour ainsi dire, que le commencement de celui-ci: c'étoient comme les degrés de ce magnifique temple qu'il élevoit à la félicité du genre humain. Quel bonheur qu'un homme si propre à porter la lumière par-tout, se soit uniquement appliqué à la science la plus utile de toutes!

Nous ne craindrons point de regarder ici comme appartenant à cette science, le premier ouvrage de M. de Montesquieu, quoique bien des gens ne l'aient pris d'abord, & ne le prennent peut-être encore aujourd'hui, que pour un ouvrage d'agrément. Il est sans doute rempli d'agrément, mais ce n'est pas là ce qui en fait le prix, ni ce que l'Auteur s'y est proposé: ç'a été de peindre l'homme dans deux points de vue des plus opposés. Un Persan à Paris frappé de nos vices & de nos ridicules, les expose à ses amis en Perse, les compare à ce qu'il croit de plus raisonnable dans les mœurs de son Pays; & le lecteur n'y trouve que des vices & des ridicules différens.

Quoique cet ouvrage porte sur les mœurs en général, l'Auteur semble s'être étendu sur l'amour au-delà de ce qu'exigeoit le plan de son livre. Le Persan ne développe-t-il point avec trop de finesse les sentimens de l'amour d'Europe? Ne peint-il point avec des traits trop enflammés l'amour d'Asie dans ses plaisirs, dans ses fureurs, & jusques dans son anéantissement? Les gens sensibles se plairont dans ces peintures, peut-être trop vives: le lecteur sévère les pardonnera dans un premier ouvrage: le Philosophe trouvera peut-être que la passion la plus violente de toutes, celle qui dirige presque toutes les actions des hommes, n'occupe point trop de place dans un livre dont l'homme est l'objet.

Malgré la préférence que M. de Montesquieu donnoit à cette science des mœurs sur les autres sciences, on trouve dans son livre des

réflexions philoſophiques qui font juger de quoi l'Auteur eût été capable, s'il eût voulu ſe borner à ce genre. Avec quelle clarté, avec quelle préciſion il explique dans une lettre les grands principes de la Phyſique moderne! Avec quelle profondeur expoſe-t-il dans une autre les ſpéculations de la Métaphyſique! Il n'appartient qu'aux plus grands génies de ſaiſir toujours juſte les principes de toutes choſes: un eſprit qui ne voit pas pour ainſi dire tout, tout à la fois, n'y ſauroit jamais parvenir. Lors même qu'il aura acquis beaucoup de connoiſſances dans quelque partie, comme ſes connoiſſances ne ſeront pas toutes au même degré, il s'engagera ſans le vouloir dans des détails qu'il ignore, & s'y trouvera au dépourvû. Les Philoſophes qui ont fait les ſyſtèmes les plus heureux n'y ſont parvenus qu'après une multitude de phénomènes laborieuſement raſſemblés & comparés les uns aux autres: un génie aſſez vaſte par une eſpece de ſens philoſophique, franchiſſant les détails, ſe trouve tout d'un coup aux grands objets, & s'en rend maître. *Newton* ni *Leibnitz* reſſerrés dans un même nombre de pages que M. de Monteſquieu, n'en auroient pas dit davantage, & ne ſe feroient jamais mieux exprimés. Combien en cela M. de Monteſquieu differe-t-il de ces Auteurs, qui par une paſſion ridicule de prétendre à tout, ayant chargé leur eſprit d'études trop fortes pour eux, & affaiſſé leur imagination ſous des objets trop étrangers pour elle, nous ont donné des ouvrages où l'on découvre à tout moment les lacunes de leur ſavoir, tombent ou bronchent à chaque pas?

Quant au ſtile des Lettres Perſanes, il eſt vif, pur, & étincelant par-tout de ces traits que tant de gens regardent aujourd'hui comme le principal mérite dans les ouvrages d'eſprit; & qui, s'il n'eſt pas leur principal mérite, cauſe du moins leur principal ſuccès. Jamais on ne vit tant de ſageſſe avec tant d'agrémens, tant de ſens condenſé dans ſi peu de mots. Ce n'eſt pas ici un bel eſprit qui après les plus grands efforts n'a été qu'un Philoſophe ſuperficiel; c'eſt un Philoſophe profond qui s'eſt trouvé un très-bel eſprit.

 Après

Après avoir considéré les effets des passions dans l'homme pour ainsi dire isolé, M. de Montesquieu les considéra dans ces grandes collections d'hommes qui forment les nations, & choisit pour cela la nation la plus fameuse de l'Univers, les Romains. S'il est si difficile de découvrir & de suivre l'effet des passions dans un seul homme ; combien l'est-il encore davantage de déterminer ce qui résulte du concours & de l'opposition des passions de tout un peuple ; sur-tout si, comme il est nécessaire, l'on considère la réaction des autres peuples qui l'environnent ! L'esprit, à quelque degré qu'il soit, ne suffit point pour cela ; le raisonnement y a continuellement besoin de l'expérience : il faut une connoissance parfaite des faits, ce savoir laborieux, si rarement joint à la subtilité de l'esprit.

Pour un Ecrivain qui ne s'attacheroit qu'aux faits les plus singuliers, ou qui contrastent le plus avec les autres ; qui se permettroit d'en faire un choix, de les joindre, de les séparer à son gré ; enfin de sacrifier au frivole avantage de surprendre ou d'amuser, la dignité & la vérité de l'histoire ; pour un tel Ecrivain il n'y a point de système qui ne soit possible : ou plutôt il n'a qu'à imaginer son système, & prendre dans l'histoire de quoi le soutenir. M. de Montesquieu étoit bien éloigné de ce genre de Roman : une étude suivie & complette de l'histoire l'avoit conduit à ses réfléxions ; ce n'étoit que de la suite la plus exacte des événemens qu'il tiroit les conséquences les plus justes. Son ouvrage si rempli de raisonnemens profonds, est en même temps un abrégé de l'histoire romaine, capable de réparer ce qui nous manque de Tacite, ou ce qui manquoit dans Tacite. En transposant les temps de ces deux grands hommes, & les accidens arrivés à leurs ouvrages, je ne sais si Tacite nous auroit aussi bien dédommagé de ce qui nous manqueroit de Montesquieu.

M. de Montesquieu dans son premier ouvrage peignit l'homme dans sa maison, ou dans ses voyages. Dans le second, il fit voir les hommes réunis en societés ; comment ces societés se forment, s'élévent, & se détruisent. Ces deux ouvrages le conduisoient à un troisième, le plus impor-

important de tous ceux qu'un Philosophe peut entreprendre, à son traité de l'*Esprit des Loix*. Non que je croye que M. de Montesquieu, lorsqu'il écrivit ses Lettres Persanes, se fût proposé cette gradation ; mais c'est que l'ordre des choses & le caractére de son esprit l'y portoient. Un tel génie qui s'attache à un objet, ne sauroit s'arrêter à une seule partie ; il est entraîné par la connexion qu'elle a avec les autres, à épuiser le tout : sans effort, & peut-être sans s'en appercevoir, il met dans ses études l'ordre même que la Nature a mis dans le sujet qu'il traite.

L'homme, soit qu'on le suppose seul, soit qu'on le considère en société, n'a pour but que son bonheur. Mais l'application de ce principe universel est bien différente dans l'un ou dans l'autre de ces deux états. Dans le premier, le bonheur de l'homme se bornant à lui seul, lui seul considère ce qui peut le rendre heureux ou malheureux ; & le cherche ou le fuit, malgré tout ce qui peut s'y opposer : dans le second, le bonheur de chaque homme se trouvant combiné avec celui des autres, il ne doit plus chercher ou fuir que dans cette combinaison ce qui peut le rendre heureux ou malheureux.

Nous ne parlerons point des loix que devroit suivre un homme seul sur la terre ; elles seroient bien simples, & se rapporteroient immédiatement & uniquement à lui : ni de celles que chaque homme devroit suivre là où il n'y auroit aucune société ; les loix alors ne différeroient guères de celles que devroit suivre l'homme supposé seul. Chacun alors ne devroit considérer les autres hommes que comme des animaux dont il auroit peu d'avantage à retirer, & beaucoup à craindre. Toute la différence de sa conduite dans l'un & dans l'autre de ces deux cas, ne viendroit que du plus grand nombre de périls auxquels il seroit exposé. Ces deux cas heureusement n'existent point. Dès qu'il y a eu des hommes, il y a eu des sociétés ; & les peuples les plus sauvages que nous connoissions, ne sont point des bêtes féroces ; ils ont leurs loix, qui ne différent de celles des autres peuples que par le plus ou le moins de sagesse de leurs Législateurs : tous ont senti que

Le problème que le Législateur a donc à résoudre est celui-ci : *Une multitude d'hommes étant rassemblée, lui procurer la plus grande somme de bonheur qu'il soit possible.* C'est sur ce principe que doivent être fondés tous les systèmes de législation.

Dieu ayant donné les premieres loix aux hommes, ces loix sans doute étoient celles qui devoient répandre dans la société la plus grande somme de bonheur. Et malgré tous les changemens arrivés dans l'état du Monde, ces loix sont encore nécessaires pour le procurer, & se retrouvent dans toutes les législations raisonnables. Mais ce petit nombre de loix, faites pour un peuple simple qui venoit de sortir de la main de Dieu, ne suffiroient plus pour des hommes qui se sont aujourd'hui tant écartés de ce premier état. Les vices multipliés, les sociétés différemment formées, ont rendu nécessaires des loix nouvelles : & il s'est trouvé dans chaque nation des hommes assez supérieurs aux autres pour entreprendre de leur prescrire ces loix : quoique, si l'on examine celles que les Législateurs les plus célébres ont proposées, on les trouve souvent bien défectueuses.

Toutes les formes de gouvernement se réduisent d'abord à deux principales ; à la Monarchie, qui est le gouvernement d'un seul, & à la République, qui est le gouvernement de plusieurs. Mais chacune de ces premières divisions reçoit tant de modifications, qu'on peut dire qu'il y a autant de différentes formes de gouvernement, qu'il y a de gouvernemens ; on y trouve tous les degrés possibles, depuis le Despotisme absolu jusqu'à la Démocratie parfaite. Pour chaque Etat cependant il y aura toujours deux sortes de Loix. Les unes regardent le gouvernement même considéré comme individu, & sont ce qu'on appelle *le Droit Politique :* les autres regardent les citoyens, assurent leur état, réglent leurs devoirs, & forment *le Droit Civil.* Dans la multitude & la variété infinie des différentes formes de gouvernemens, qui pourroit entreprendre de trouver les loix politiques qui formeroient le meilleur gouvernement de tous ? Dans chaque gouvernement, il ne seroit peut-être pas plus facile de prescrire les loix civiles

qui

qui rendroient les ſujets les plus heureux. M. de Monteſquieu étoit trop éclairé pour ſe croire capable de remplir entierement l'un ou l'autre de ces objets : là où la nature de la choſe le permettroit, il a donné des principes : ailleurs il s'eſt borné aux réflexions, & à approcher le plus qu'il étoit poſſible d'un but auquel il n'eſt pas permis d'atteindre.

Entre toutes les nuances poſſibles qui ſe trouvent dans les différentes ſortes de gouvernement, il en faut diſtinguer trois principales : la Démocratie, où le pouvoir eſt partagé également entre tous ; la Monarchie, où le pouvoir eſt réuni dans un ſeul, mais modéré & réglé par les loix ; & le Deſpotisme, où le pouvoir eſt réuni dans un ſeul, ſans loix & ſans bornes. Chacun de ces gouvernemens inſpire aux citoyens un certain eſprit, un certain genre de motifs qui lui eſt propre, qu'on peut appeller le reſſort de l'Etat. Dans la Démocratie, ce reſſort eſt la vertu ; dans la Monarchie, c'eſt l'honneur ; ſous le Deſpotisme, c'eſt la crainte. Ces trois motifs ſe modifieront les uns avec les autres dans toutes les formes de gouvernemens intermédiaires : mais chaque motif y dominera plus ou moins, ſelon que l'Etat approchera plus ou moins de celle des trois conſtitutions à laquelle il appartient. C'eſt de là que M. de Monteſquieu tire toutes les régles applicables à chaque nature de gouvernement ; la ſolution de ce qui dans chacune pourroit ſurprendre ; la connoiſſance de ſes avantages, de ſes défauts, des ſes reſſources. Cette ſeule remarque eſt plus lumineuſe & plus utile que pluſieurs gros livres que nous avons ſur le Droit Politique & ſur le Droit Civil.

Depuis la première page du livre de M. de Monteſquieu jusqu'à la dernière, on voit le caractère de ſon ame, l'amour de l'humanité, le deſir de ſon bonheur, le ſentiment de ſa liberté. La ſeule peinture qu'il fait du Deſpotisme Aſiatique, de cet affreux gouvernement où l'on ne voit qu'un maître & des eſclaves, eſt peut-être le meilleur remède ou le meilleur préſervatif contre un tel mal. On voit la même ſageſſe dans ſes conſeils pour préſerver la Démocratie de cette licence à laquelle tend une trop grande égalité.

On peut considérer M. de Montesquieu comme un de ces sages qui ont donné des loix aux peuples ; & cette comparaison ne fera tort ni aux Solons ni aux Lycurgues. Mais il paroît encore ici comme Magistrat de ces derniers temps : où la complication des Loix a rendu l'exercice de la Jurisprudence si embarrassée, qu'il ne seroit peut-être pas plus difficile de former une législation nouvelle, que de bien observer les loix telles qu'elles sont aujourd'hui. Ces seroit une belle entreprise que de faire seulement un bon choix dès différentes Loix que les différens temps, les différens lieux, les différens progrès dans le bien & dans le mal, ont fait naître. La seule Jurisprudence des François est aujourd'hui un mêlange des anciennes loix gauloises, de celles des Francs, de celles des Romains : mais chaque Province de ce grand Royaume ayant appartenu à différens maîtres, a fait différemment ce mêlange ; & de là résultent encore mille variétés dans la Jurisprudence de chacune. Les Rois, en réunissant ces Provinces sous leur obéissance, n'ont point voulu les priver d'une législation à laquelle elles étoient accoutumées, & dont elles regardoient la conservation comme leur plus grand privilège. On ne voyoit point assez clair que la législation à laquelle on auroit pû les soumettre fût préférable à la leur.

Indépendamment de ce qu'on pourroit faire de nouveau, il y auroit un choix à faire entre toutes ces loix, qui formeroit un corps de législation le meilleur de tous. Nos plus grands hommes en ont trop senti les difficultés pour l'entreprendre : ils se sont contentés d'apporter des remèdes particuliers aux défauts de chaque loi, à mesure qu'ils les découvroient. Le temps & le cours naturel des choses ont fait à peu près ici ce qu'ils font dans tous les arts : ce qui étoit défectueux ou même barbare dans son origine, a été perfectionné par l'expérience ; les loix d'un systême de législation qui ne quadroient point avec celles du systême dans lequel on les transportoit, s'en sont rapprochées ; les loix faites pour prévenir & punir les désordres, ont été corrigées par les désordres mêmes.

La

La complication des loix a néceſſairement compliqué la forme judiciaire : & dans quelques pays de l'Europe cette forme eſt devenue ſi importante, qu'on peut dire qu'elle fait une partie de la Loi même. On ne ſent que trop les inconvéniens qui doivent naître de tant de formalités : le moindre eſt le délai dans l'exercice de la Juſtice ; elles ruinent ſouvent le plaideur, & abſorbent toujours une partie de la capacité du Juge : il ſeroit ſans doute à ſouhaiter qu'on pût les retrancher, ou les rendre plus ſimples : & c'eſt une des premières idées qui ſe préſente au Légiſlateur. Mais ces formalités conſidérées ſous un autre aſpect, conſervent la liberté du citoyen, & par là deviennent reſpectables. Si l'on y change quelque choſe, ce ne doit donc être qu'avec la même circonſpection qu'on toucheroit aux loix mêmes. M. de Monteſquieu, dans l'exercice de la Magiſtrature d'un grand Royaume, avoit reconnu cet effet des formalités ; au prix duquel les délais, & les dépenſes, & tous les inconvéniens qu'elles entraînent, ne lui paroiſſoient rien. Lorsqu'il s'agit de conſerver ou de faire perdre au citoyen ſa vie, ſon honneur ou ſes biens, l'excès des précautions ſuperflues eſt moins à craindre que l'omiſſion d'une ſeule précaution néceſſaire.

S'il étoit poſſible de former le meilleur ſyſtème de légiſlation, quels talens ne faudroit-il pas voir réunis dans ceux qui entreprendroient un pareil ouvrage ! La ſcience univerſelle des loix, la connoiſſance de leur effet, l'expérience de la manière dont on les obſerve, dont on les élude, dont on les viole : tout cela encore ſeroit inutile, ſi le plus grand fonds d'eſprit philoſophique n'en faiſoit uſage. Mais ſi un tel ſyſtème étoit jamais formé, ce ſeroit à l'autorité d'en faire la loi univerſelle ; de faire comprendre l'avantage de cette nouvelle légiſlation, ou en tout cas de la faire obſerver. Il eſt des occaſions où le Souverain peut voir ſi évidemment le bonheur d'un peuple, qu'après avoir voulu l'éclairer, il doit le faire obéir.

Comme le plan de M. de Monteſquieu renfermoit tout ce qui peut être utile au genre humain, il n'a pas oublié cette partie eſſentiel-

 le

le qui regarde le Commerce, les Finances, la *population*; science si nouvelle parmi nous, qu'elle n'y a point encore de nom C'est chez nos voisins qu'elle est née: & elle y demeura jusqu'à ce que *M. Melon* lui fit passer la mer. Ce n'est point dans ce moment l'amitié qui m'aveugle, ni la mémoire d'un ami qui est mort entre mes bras; mais je ne craindrai point de mettre son *Essai Politique sur le Commerce* au rang de ce qu'ill y a de mieux en ce genre dans le livre de *l'Esprit des Loix*. Cette science négligée, ou plutôt entierement omise par les anciens, est une de celles qui demandent le plus de pénétration & le plus de justesse, & est sans contredit une des plus utiles: ses problèmes plus compliqués que les problèmes les pluc difficiles de la Géométrie & de l'Algèbre, ont pour objet la richesse des Nations, leur puissance, & leur bonheur. Le même amour du bien public *qui fit* entreprendre à M. de Montesquieu son ouvrage, avoit porté M. Melon à donner le sien; des lumières égales lui avoient assuré les mêmes succès. Ces deux hommes eurent le même genre d'étude, les mêmes talens, les mêmes agrémens de l'esprit, vécurent dans les mêmes sociétés; & malgré tout cela furent toujours amis.

Si l'ouvrage de M. de Montesquieu n'est pas ce systême de législation qui rendroit les hommes les plus heureux, il contient tous les matériaux dont ce systême devroit être formé. Plusieurs y sont contenus: ils y sont, non comme les métaux & les pierres précieuses se trouvent dans leurs mines, séparés & mêlés de matières hétérogenes: ici tout est pur, tout est diamant, ou or. Ce qu'on y pourroit désirer, ce seroit un ordre plus exact, qui formât de toutes ces parties un tout; qui ne laissât pas quelques unes briller hors de leur place; qui les appropriât toutes à l'ouvrage. Mais ce seroit alors ce systême parfait de législation qui ne sauroit être l'ouvrage des hommes.

Cette dispersion de matière fit dire à une personne de beaucoup d'esprit, que *l'Esprit des Loix* n'étoit *que de l'esprit sur les loix*. Je ne sais si le titre que M. de Montesquieu a donné à son livre, est celui

qui

qui lui étoit le plus propre ; mais ce livre sera toujours celui qui contient ce qu'on pouvoit dire de mieux sur les loix.

Il est tel ouvrage composé dans les Universités, auquel un enchaînement de propositions a donné un air de profondeur & de méthode, qui ne vaut pas un seul chapitre du livre de l'Esprit des Loix : où après avoir traité longuement & pésamment des matières que M. de Montesquieu a épuisées, en ne paroissant que les effleurer, on ne les a qu'à peine effleurées. Et quant à ce prétendu ordre que ces Auteurs ont cru mettre dans leurs ouvrages, ce n'est le plus souvent que parce qu'ils ne voyoient pas si bien que M. de Montesquieu, qu'ils ont lié des choses qu'il a laissé séparées.

Nous ne dissimulerons point qu'il nous semble que M. de Montesquieu, pour expliquer les causes des variétés qu'on observe dans les mœurs des différens peuples, dans leurs loix, dans leurs formes de gouvernement, dans leur Religion même, avoit trop donné au climat, au degré de chaleur, à l'air qu'on respire, aux alimens dont on se nourrit, & que quelques raisonnemens sur lesquels il veut appuyer ses explications, n'avoient pas la force qu'il leur suppose. Ce qu'il y a de certain, c'est que ce principe physique a lieu jusqu'à un certain point : & que quand M. de Montesquieu en auroit étendu l'influence au delà de ses véritables limites, il n'a jamais mérité certains reproches qu'on a voulu lui faire. Une fausse Philosophie, actuellement trop commune, met en danger les Philosophes les plus sages : elle veut les attirer à elle en rapprochant ses opinions des leurs ; ou les rendre odieux, en tenant les dévots tellement en garde contre elle, qu'ils croyent l'appercevoir là où elle n'est pas.

M. de Montesquieu avoit fait peu de cas des critiques philosophiques & littéraires ; la raison étoit assez forte pour le défendre. Il ne pouvoit pas tant compter sur elle contre ce nouveau genre de censure. Il en connoissoit la valeur, lorsqu'elle porte à faux ; mais il en craignoit les effets. Il étoit l'homme qui ne devoit pas même être soupçonné : il eut sur cela des inquiétudes dont j'ai été le témoin & le dépositaire :

taire : il n'étoit pas menacé de moins que de voir condamner ſon livre, & d'être obligé à une rétractation, où à des modifications toujours fâcheuſes. Cependant après bien des menaces, un long examen, & des réflexions plus judicieuſes, la Sorbonne le laiſſa tranquille : comment auroit-elle pû perſuader que celui qui faiſoit tant de bien à la ſociété, pût nuire à la Religion ?

Ce ſera un opprobre éternel pour les Lettres, que la multitude des critiques qui parurent contre *l'Eſprit des Loix*. Il fut presque toujours attaqué avec injuſtice, mais quelquefois avec indécence. Après qu'on eût manqué à ce qu'on devoit à la raiſon, on manqua aux égards dûs à l'homme le plus reſpectable. M. de Monteſquieu fut déchiré par ces vautours de la Littérature, qui ne pouvant ſe ſoutenir par leurs productions, vivent de ce qu'ils arrachent des productions des autres : il éprouva auſſi les traits cachés de cette eſpece d'ennemis qu'un autre motif rend plus cruels & plus dangereux, qui ne ſauroient voir le mérite ſans envie, & que la ſupériorité de M. de Monteſquieu déſeſperoit. Le ſort ſingulier d'une critique de l'Eſprit des Loix mérite qu'on en parle. L'Auteur s'étoit donné beaucoup de peine pour compoſer contre M. de Monteſquieu un gros ouvrage qui alloit paroître. Ses amis lui conſeillerent de relire l'Eſprit des Loix : il le lut ; la crainte & le reſpect le ſaiſirent, & ſon ouvrage fut ſupprimé.

Quelques plumes excellentes prirent la défenſe de M. de Monteſquieu ; & quand il n'auroit pas trouvé de défenſeurs, il étoit en droit de mépriſer : il daigna répondre. Quoiqu'il n'ait point avoüé une *Défenſe de l'Eſprit des Loix* qui parut, on ne ſauroit l'attribuer à un autre qu'à lui, parce qu'elle eſt digne de lui. (*)

Il

(*) Il ne me cacha point qu'il en étoit l'Auteur. Voici ce qu'il m'écrivoit : *Madame d'Aiguillon m'envoya demander pour vous ma Défenſe de l'Eſprit des Loix, & ne m'ayant donné pour cela qu'un quart d'heure, je n'ai pû vous envoyer qu'un exemplaire broché, &c.*

Il n'eût pas été moins facile à reconnoître dans un Dialogue entre *Sylla* & *Eucrates ;* dans son Lysimaque ; & dans son Temple de Gnide: ouvrage d'un genre différent, mais rempli de tant de charmes, qu'il semble composé sur l'Autel de la Déesse : sorti de la plume de M. de Montesquieu, il prouve que la sagesse ne proscrit point la volupté.

Il seroit trop tard pour nous excuser de nous être tant étendus sur ces ouvrages ; peut-être même trouveroit-on que nous n'avons pas besoin d'excuse. Un excellent Ecrivain a dit que la vie des Philosophes ne devoit être que l'histoire de leurs travaux: je n'excepte que celle de ces hommes qui nous ont donné des exemples de vertu, aussi précieux que leurs ouvrages.

Aussi-tôt que Sa Majesté Prussienne m'eût confié l'administration de son Académie, je crus ne pouvoir rien faire de plus propre à augmenter son lustre que d'y proposer M. de Montesquieu. L'Académie sentit ce qu'elle gagnoit dans une telle acquisition, & M. de Montesquieu reçut cette distinction avec la plus vive sensibilité ; pour moi je tâchois encore de m'acquitter d'une obligation. Je lui devois l'honneur que l'Académie Françoise m'avoit fait de m'admettre : sans l'illusion que son amitié pour moi lui avoit causée, & sans celle qu'elle m'avoit causée à moi-même, je ne me fusse jamais présenté pour entrer dans une Compagnie, dont ma médiocrité, & le genre de mes études, me tenoient également éloigné. Quelle différence donc se trouvoit ici! M. de Montesquieu m'avoit fait obtenir une véritable grace ; je ne pouvois lui procurer qu'une justice qui lui étoit dûe.

Il regarda cependant son association à notre Académie comme une faveur, & comme une faveur des plus précieuses, par l'admiration qu'il avoit pour le Monarque qui la protège & qui l'anime. Voici comme il m'exprimoit ses sentimens : une lettre de M. de Montesquieu, fût-elle la plus familière & la plus négligée, est une pièce qu'on sera toujours bien aise de trouver par-tout.

„ Mon-

„ Monsieur, mon très-cher & très-illustre Confrère;

„ Vous aurez reçu une lettre de moi datée de Paris. J'en reçus „ une de vous datée de Potzdam; comme vous l'aviez adressée à Bour-„ deaux, elle a resté plus d'un mois en chemin, ce qui m'a privé très-„ long-tems du véritable plaisir que je ressens toujours lorsque je re-„ çois des marques de votre souvenir; je ne me console point de ne „ vous avoir point trouvé ici, & mon cœur & mon esprit vous y „ cherchent toujours. Je ne saurois vous dire avec quel respect, „ avec quels sentimens de reconnoissance, &, si j'ose le dire, avec „ quelle joie j'apprends par votre lettre la nouvelle que l'Académie „ m'a fait l'honneur de me nommer un de ses Membres: il n'y a que „ votre amitié qui ait pû lui persuader que je pouvois aspirer à cette „ place. Cela va me donner de l'émulation pour valoir mieux que je „ ne vaux; & il y a longtemps que vous auriez vû mon ambition, si „ je n'avois craint de tourmenter votre amitié en la faisant paroître. „ Il faut à présent que vous acheviez votre ouvrage, & que vous me „ marquiez ce que je dois faire en cette occasion; à qui, & comment „ il faut que j'aye l'honneur d'écrire, & comment il faut que je fasse „ mes remercimens: conduisez-moi, & je serai bien conduit. Si „ vous pouvez dans quelque conversation parler au Roi de ma recon-„ noissance, & que cela soit à propos, je vous prie de le faire. Je ne „ puis offrir à ce grand Prince que de l'admiration, & en cela même „ je n'ai rien qui puisse presque me distinguer des autres hommes.

„ Je suis bien fâché de voir par votre lettre que vous n'êtes pas „ encore consolé de la mort de Monsieur votre père. J'en suis vivement „ touché moi-même; c'est une raison de moins pour nous pour „ espérer de vous revoir. Pour moi, je ne sais si c'est une chose que „ je dois à mon être physique, ou à mon être moral; mais mon ame „ se prend à tout. Je me trouvois heureux dans mes terres, où je ne „ voyois que des arbres, & je me trouve heureux à Paris, au milieu „ de ce nombre d'hommes qui égalent les sables de la mer; je ne de-„ mande autre chose à la terre que de continuer à tourner sur son cen-

„ tre;

„ tre ; je ne voudrois pourtant pas faire avec elle d'auſſi petits cercles „ que ceux que vous faiſiez quand vous étiez à *Torneå.* Adieu, „ mon cher & illuſtre ami. Je vous embraſſe un million de fois. A „ Paris, ce 25 Novembre 1746. „

M. de Monteſquieu n'étoit pas ſeulement un de ces hommes dont les talens honorent une Académie ; ſes vertus, & la conſidération qu'elles lui avoient attirée, l'y rendoient encore plus utile. Lorſque l'Académie Françoiſe eut à remplir la place de M. l'Archevêque de Sens, tous les ſuffrages s'alloient réunir pour un homme qui avoit donné les plus fortes preuves du mérite académique : mais dans cent ouvrages excellens, il s'en étoit trouvé un ſeul, fruit malheureux de la jeuneſſe de l'Auteur : ce n'étoit cependant point un de ces écarts phrénétiques, où l'on oſe attaquer la Divinité, ou déchirer les hommes. C'étoit un petit Poëme que'Horace & Petrone auroient avoué, mais dans lequel les mœurs étoient trop peu reſpectées. M. de Monteſquieu, alors Directeur de l'Académie, reçut ordre de ſe rendre à Verſailles ; & le Roi lui dit qu'il ne vouloit point que Piron fût élû. M. de Monteſquieu en rendit compte à l'Académie : mais en même temps il inſtruiſit une Dame protectrice des talens, parce qu'elle les poſſède tous, du mérite & de la mauvaiſe fortune de celui que l'Académie ne pouvoit plus ſonger à admettre. Dans une lettre qu'il écrivit à Madame la Marquiſe de Pompadour, il en fit une peinture ſi vive, que deux jours après M. Piron reçut une penſion de cent piſtoles, dont la bonté du Roi conſoloit le mérite, que ſa juſtice ne lui avoit pas permis de récompenſer autrement.

Cette conſidération ſi juſtement acquiſe dont jouiſſoit M. de Monteſquieu, faiſoit, qu'ayant abdiqué la Magiſtrature, & s'étant par ſon genre de vie éloigné des affaires, ſon cœur toujours citoyen, & ſa vaſte connoiſſance des Loix, lui faiſoient toujours prendre un vif intérêt à tout ce qui regardoit la gloire ou la félicité de ſa nation, & donnoient un grand poids à ſes ſentimens. Il franchiſſoit alors les opinions particulières des Compagnies dont il avoit été membre, & voyoit les

choſes en homme d'Etat. En 1751. lorsqu'il fut queſtion des immunités eccleſiaſtiques, il ne crut point qu'il fallût ôter au Clergé un privilège qu'il regardoit comme l'ombre reſpectable d'un droit autrefois commun à toute la nation. Il faiſoit beaucoup de cas d'un petit livre qui parut alors ſur la conſervation de ce privilège dans les Provinces d'Etats. Il croyoit que les déciſions dogmatiques du Clergé, munies de l'autorité du Souverain, méritoient encore plus de reſpect : que la Conſtitution étoit reçue ; qu'il falloit empêcher qu'on en abuſât.

Si tout cela fait voir l'étendue de l'eſprit de M. de Montesquieu, il ne peint pas moins ſon caractère. Toujours porté à la douceur & à l'humanité, il craignoit des changemens dont les plus grands génies ne peuvent pas toujours prévoir les ſuites. Cet eſprit de modération avec lequel il voyoit les choſes dans le repos de ſon cabinet, il l'appliquoit à tout, & le conſervoit dans le bruit du monde & dans le feu des converſations. On trouvoit toujours le même homme avec tous les tons. Il ſembloit encore alors plus merveilleux que dans ſes ouvrages : ſimple, profond, ſublime, il charmoit, il inſtruiſoit, & n'offenſoit jamais. J'ai eu le bonheur de vivre dans les mêmes ſociétés que lui ; j'ai vû, j'ai partagé l'impatience avec laquelle il étoit toujours attendu, la joie avec laquelle on le voyoit arriver.

Son maintien modeſte & libre reſſembloit à ſa converſation ; ſa taille étoit bien proportionnée ; quoiqu'il eût perdu preſque entierement un œil, & que l'autre eût toujours été très foible, on ne s'en appercevoit point ; ſa phyſionomie réuniſſoit la douceur & la ſublimité.

Il fut fort négligé dans ſes habits, & mépriſa tout ce qui étoit au delà de la propreté : il n'étoit vêtu que des étoffes les plus ſimples, & n'y faiſoit jamais ajouter ni or ni argent. La même ſimplicité fut dans ſa table, & dans tout le reſte de ſon œconomie : & malgré la dépenſe que lui ont coûté ſes voyages, ſa vie dans le grand monde, la foibleſſe de ſa vûe, & l'impreſſion de ſes ouvrages, il n'a point entamé le médiocre héritage de ſes pères, & a dédaigné de l'augmenter, malgré toutes les occaſions qui ſe préſentoient à lui dans un pays

&

& dans un siècle où tant de voies de fortune sont ouvertes au moindre mérite.

Il mourut le 10 Février de cette année, & mourut comme il avoit vécu, c'est-à-dire sans faste & sans foiblesse, s'acquittant de tous ses devoirs avec la plus grande décence. Pendant sa maladie, sa maison fut remplie de tout ce qu'il y avoit en France de plus grand & de plus digne de son amitié. Madame la Duchesse d'Aiguillon qui me permettra de la citer ici, (la mémoire de M. de Montesquieu y perdroit trop, si je ne la nommois pas) ne le quitta point, & recueillit ses derniers soupirs. Ce fut chez elle que je le vis pour la première fois, & ce fut alors que se forma cette amitié, dans laquelle j'ai trouvé tant de délices : c'est d'elle que je tiens les circonstances de sa mort (*). Ces derniers momens d'un bien que nous allons perdre semblent devenir les plus précieux ; & sont en effet les plus beaux d'u-

 ne

(*) La douceur de son caractère (c'est Madame la Duchesse d'Aiguillon qui parle) s'est soutenue jusqu'au dernier moment. Il ne lui est pas échappé une plainte, ni la moindre impatience. *Comment est l'espérance à la crainte*, disoit-il aux Médecins ? Il a parlé convenablement à ceux qui l'ont assisté : *J'ai toujours respecté la Religion ; la morale de l'Evangile est une excellente chose, & le plus beau présent que Dieu pût faire aux hommes.* Les Jésuites qui étoient auprès de lui, le pressant de leur remettre les corrections qu'il avoit faites aux Lettres Persanes, il me remit & à Madame Dupré son manuscrit, en nous disant : *Je veux tout sacrifier à la raison & à la Religion, mais rien à la société ; consultez avec mes amis, & décidez si ceci doit paroître.* Il étoit bien aise de voir ses amis, & prenoit part à la conversation, dans les intervalles où sa tête étoit libre. *L'état où je suis est cruel*, me disoit-il, *mais il y a aussi bien des consolations ;* tant il étoit sensible à l'intérêt que le public y prenoit, & à l'affection de ses amis. J'y passois les jours & presque les nuits : Madame Dupré y étoit aussi très-assidue ; M. le Duc de Nivernois, M. de Bucley, la famille de Fitz-James, le Chevalier de Jaucourt, &c. La maison ne desemplissoit pas, & la rue étoit embarrassée. Les soins ont été aussi inutiles que les secours. Il est mort le treizième jour de sa maladie, d'une fièvre inflammatoire qui attaquoit également toutes les parties.

ne belle vie, lorsque l'ame prête à quitter la terre, & déja débarrassée du corps, se montre dans toute sa pureté.

M. de Montesquieu s'étoit marié en 1715. & avoit épousé le 30. Avril Demoiselle Jeanne de Lartigue, fille du sieur Pierre de Lartigue, Lieutenant-Colonel au Régiment de Maulevrier; il en a eu un fils & deux filles. M. de Secondat, célèbre par son goût & par ses connoissances dans les Mathématiques & la Physique, a été choisi par cette Académie pour y remplir la place de son père: c'est une consolation de retrouver parmi nous un nom si cher dans un Confrère capable de le soutenir. M. de Châteaubrun, qui a rétabli sur notre Théâtre cette simplicité grecque que la mollesse des mœurs & la décadence du goût en avoient bannie, a eu sa place dans l'Académie Françoise: & l'Académie de Cortone l'a remplacé par M. de la Condamine, qui recueille cet héritage d'un ami à qui il étoit digne de succéder.

DISSER-

DISSERTATION

SUR LES FRÉQUENTES ALIENATIONS DE LA MARCHE DE BRANDEBOURG, DANS LE QUATORZIÈME ET QUINZIÈME SIECLE, ET SUR LE BAS PRIX POUR LEQUEL ON PRÉTEND QU'ELLE A ÉTÉ VENDUE.

PAR M. DE HERTZBERG.

Il y a peu de païs, qui ayent si souvent changé de Maitre que l'Electorat de Brandebourg en changea dans le quatorzième & quinzième siecle; ce qui donna lieu au proverbe : *Marchia Dominos mutavit sæpe suos.*

L'Empereur Charles IV. Roi de Boheme de la maison de Luxembourg, acquit la Marche de Brandebourg en 1373. d'Otton de Baviere, pour 200000. florins & quelques Villes du Haut Palatinat, selon l'opinion commune. Wenceslas, Fils de l'Empereur, l'ayant cedée en 1378. à son Frére Sigismond, celui-ci qui avoit besoin d'argent pour les guerres d'Hongrie, hypothequa en 1381. le Brandebourg à ses Cousins, Josse & Procope, Margraves de Moravie. Josse, aussi mauvais économe que Sigismond, l'engagea pendant quelque tems à Guillaume, Marggrave de Misnie, duquel il le racheta pourtant. La mort de Josse fit retourner la Marche à Sigismond, qui la vendit enfin entièrement en 1415. à Fréderic de Zollern, Bourggrave de Nuremberg, pour la somme de 400000. florins d'Hongrie, pour m'exprimer selon l'opinion vulgaire.

On est surpris de voir ainsi de si vastes Etats devenir un objet de commerce, entre les mains de leurs Princes, qui les vendent & les reven-

 dent

dent avec la même facilité, & à un prix, auquel on acheteroit aujourd'hui un bon Village. Des événemens si opposés à la façon de penser d'aujourd'hui frappent l'imagination de ceux qui ne connoissent pas la constitution des Etats dans les tems reculés, ni le génie particulier qui caractérise les hommes de chaque Siecle.

De là résultent les jugemens téméraires, qu'on porte ordinairement de ces deux révolutions, qui ont fait passer l'Electorat de Brandebourg de la maison de Baviere à celle de Luxembourg, & de la derniere à la maison de Zollern. Les Ducs de Baviere reprocherent à l'Empereur Sigismond, que son Pére Charles IV. en achetant la Marche, *n'avoit pas payé les seules cordes des cloches du païs.* Ce bon mot a passé en proverbe; & des gens également ignorans & malins ont osé l'appliquer à la Maison qui régne glorieusement.

Ces erreurs viennent en partie de la stérilité qui régne dans nos Annales, surtout durant l'époque de la maison de Luxembourg. Je tâcherai d'y suppléer en quelque façon, & de rectifier les idées vulgaires, à la faveur des anciens monumens. Mon but sera de constater autant qu'il est possible les véritables circonstances, qui ont accompagné l'acquisition que Charles IV. fit de la Marche. L'événement qui a fait passer cet Electorat à la Maison de Zollern, étant mieux connu, il me suffira d'en tirer quelques réfléxions, pour détruire les fausses idées qu'on s'en fait.

Pour en venir au premier point, les Historiens n'en disent rien de précis; & ils se contentent de rapporter, que Charles IV. acheta la Marche d'Otton de Baviere. Voici comment la chose se passa, selon les anciens Documens, qui sont aux Archives. On sait, que Charles IV. attentif à tous les moyens capables d'agrandir son Royaume de Boheme, fut surtout fort heureux à acheter des Villes, & des Provinces entieres. Comme il avoit marié sa Fille Elisabeth à Otton de Baviere, Marggrave de Brandebourg, il sçut engager ce Prince, aussi bien que son Frère Louis le Romain, à signer en 1363. une convention, par laquelle les deux Marggraves assurerent la succession à l'Electorat

torat

torat de Brandebourg, à Wenceslas Fils de l'Empereur, en cas qu'eux-mêmes vinssent à mourir sans héritiers mâles. Wenceslas fut d'abord investi de la Marche de Brandebourg, il en prit les armes & les titres, les Etats lui prêterent le serment éventuel, & se firent confirmer par lui leurs privileges. Depuis ce tems là Charles IV. commença à se mêler beaucoup du Gouvernement de la Marche. Ayant remarqué que le Marggrave Otton travailloit sous main à éluder la convention, pour faire passer sa succession à ses cousins les Ducs de Baviere, il entra l'an 1373. avec une Armée dans la Marche, & força le Marggrave Otton à ceder de son vivant, à ses fils, la possession de toutes les Marches. On ne trouve plus l'Acte de cession d'Otton; mais il existe encore une Chartre de Wenceslas, qui, autant que je peux le savoir, n'est pas encore publiée, & dans laquelle ce Prince rapporte: qu'Otton lui avoit cedé, de son vivant & de bon gré, toute la Marche de Brandebourg, à l'exception de la dignité électorale & de l'Office d'Archi-Chambellan, qu'il s'étoit réservé pour sa vie; qu'en échange il cedoit à Otton pour lui & ses héritiers mâles, les villes de Floss, Hirschau, Sultzbach, Rotenberg, Buchberg, Lichtenstein, Lichtenek, Lauffen, & quelques autres places situées dans le Haut Palatinat, sous condition, que si Otton ne laissoit point d'heritiers mâles, il seroit libre aux Rois de Boheme, de racheter ces Villes pour la somme de 100000. florins. En outre il promet, que si Otton laissoit des filles qui se mariassent, les Rois de Boheme donneroient à chacune une dot de dix mille Schock de gros de Prague.

Telles sont les véritables circonstances de cet achat prétendu, qui a fait tant de bruit, & sur lequel j'aime mieux m'en rapporter à un acte aussi authentique que le diplome de Wenceslas, qu'au récit des Historiens, qui ne parlent que sur un oui-dire, & dont les uns prétendent, qu'Otton reçut pour payement la somme de 200000. florins, pendant que d'autres veulent, qu'il eut, outre les villes du Haut Palatinat, une somme de six mille florins, qu'il avoit depuis consumée dans la crapule avec la femme d'un Meunier.

On

On juge ſans peine par les circonſtances de cette affaire, qu'il n'y eut point un contrat de vente paſſé entre Charles IV. & Otton; mais le dernier ayant fait des tentatives pour ſe départir des engagemens pris en faveur des enfans de Charles IV. celui-ci fit la conquête de la Marche de Brandebourg, & donna à Otton quelques Villes du Haut Palatinat, non comme un prix proportioné à un objet auſſi important que la Marche, mais plutôt pour lui ſervir d'une eſpece d'établiſſement, dont il put tirer ſa ſubſiſtance, pour le reſte de ſes jours. Auſſi ne trouve-t-on pas un mot, ni d'achat, ni de vente, dans l'Acte de Wenceslas; & ce Prince rapporte ſimplement, qu'Otton lui avoit cedé la Marche de Brandebourg, & que, pour lui prouver ſon amitié, il lui cedoit les Villes nommées. Je paſſe ſous ſilence les autres formalités, qui furent obſervées par Charles IV. pour affermir d'autant plus l'acquiſition de la Marche; comme le conſentement de tous les Electeurs, & la renonciation des Ducs de Baviere, Couſins d'Otton: il me ſuffit d'avoir prouvé, que ce ſeroit parler fort improprement, ſi on vouloit ſoutenir, que Charles IV. avoit acheté la Marche pour 100000. ou pour 200000. florins.

On peut dire à plus juſte titre, que Fréderic de Zollern, Bourggrave de Nuremberg, a acheté l'Electorat de Brandebourg. Ce Prince avoit rendu à Sigismond les ſervices les plus importans, il lui avoit procuré la Couronne Impériale, il lui avoit avancé de ſi groſſes ſommes, & il avoit fait de ſi grandes dépenſes pour ſon ſervice, que Sigismond, pour l'en dédommager en quelque façon, & pour rétablir auſſi la Marche de Brandebourg cruellement déchirée par des guerres inteſtines, & fort démembrée par l'avidité de ſes voiſins, n'eut pas d'autre parti a prendre, que d'établir en 1411. le Bourggrave Fréderic Gouverneur général de la Marche, avec la clauſe, que Fréderic, ni ſes héritiers, ne ſeroient pas tenus de ſe déſaiſir de ce Gouvernement, qu'on ne leur eut rembourſé la ſomme de cent mille florins d'Hongrie. Les prétentions de Fréderic s'accrurent conſidérablement, par les fraix qu'il eut à ſupporter, pour remettre le bon ordre dans le Brandebourg; & Sigis-

gismond se trouvant de nouveau pressé de recourir à la bourse de ce Prince, pour pouvoir faire un voyage en Espagne, il céda enfin l'an 1415. l'Electorat de Brandebourg en toute propriété à Fréderic, en se reservant seulement, que lui & son Frere Wenceslas avec leurs héritiers mâles auroient le droit de racheter la Marche, moyennant la somme de 400000. florins d'Hongrie; condition, qui vint pourtant bientôt à tomber par le decès de Wenceslas & de Sigismond sans héritiers mâles. L'Acte de cession, que Sigismond donna à Fréderic, ne ressemble guères à un contrat de vente. On n'y trouve point de prix constitué, la somme de 400000. florins ne faisant pas le prix de la vente, mais celui du rachat. Les principaux motifs que Sigismond allégue, sont la difficulté de bien gouverner tant d'Etats, son éloignement du Brandebourg, la necessité de remplir le nombre des Electeurs, mais surtout les grands services de Fréderic. On peut donc dire avec raison, que Fréderic a acheté la Marche de Brandebourg, autant par les services importans, qu'il rendit à l'Empereur, que par les sommes, qu'il lui avoit avancées. Mais on peut encore prouver, qu'indépendament de ces considérations, les 400000. florins d'Hongrie faisoient alors un objet assez proportionné à la valeur intrinseque de la Marche, & aux revenus que l'Electeur en tiroit. En voici la preuve.

On garde dans nos Archives un des plus précieux monumens de ce tems-là, & qui est extrémement intéressant pour la Marche de Brandebourg; c'est le Régitre original, que Charles IV. fit dresser lors de l'acquisition de la Marche, contenant un dénombrement exact de toutes les Villes & de tous les Villages de l'Electorat de Brandebourg, à l'exception de la nouvelle Marche. Il paroit par ce Régitre, que les revenus ordinaires du Marggrave de Brandebourg ne montoient par an qu'à cinq mille marcs d'argent de Brandebourg. On peut poser en fait, que les revenus de Charles IV. devoient être beaucoup plus considérables que ceux de l'Electeur Fréderic I. car le premier posséda la Marche en entier, au lieu que le dernier la trouva démembrée de la nouvelle Marche, de l'Uckermarck & du Prignitz, sans

fans compter, que la plûpart des Villes & des Domaines étoient hypothéqués à la Noblesse. En supposant donc, quoique gratuitement, que l'Electeur Fréderic I. en ait tiré autant de revenus, que Charles IV. en avoit, Fréderic n'auroit fait que percevoir la rente de son Capital à cinq pour cent. Car un marc d'argent de Brandebourg valoit quatre florins d'Hongrie (1), quand ceux-ci étoient au plus haut prix: par conséquent les 400000. florins constitués pour le prix du rachat de la Marche, faisoient 100000. marcs de capital (2), & les cinq mille

(1) Dans l'Acte, par lequel Sigismond vendit en 1403. la Nouvelle Marche à l'Ordre Teutonique, il dit expressément, qu'il comptoit quatre florins d'Hongrie pour un marc de Brandebourg.

(2) Il est difficile d'évaluer cette somme selon l'argent d'aujourd'hui, parce qu'on ne sait pas au juste la valeur du marc de Brandebourg. *Muller*, Jurisconsulte Brandebourgeois, avance dans sa *Practica forensis* p. 2, qu'un marc de Brandebourg valoit un ecu huit gros d'aujourd'hui. Mais cela ne s'accorde gueres avec l'evaluation de la monnoye Brandebourgeoise, qui se trouve dans le Régitre susmentioné de Charles IV. J'en placerai ici l'essentiel en propres termes:

Una marca argenti Brandenburgensis valet octo grossos & unam sexagenam grossorum.

Quum XVII grossi pro 1 floreno commutantur, tunc v mille sexagenorum grossorum faciunt 17640 flor.

Cum 16 gr. pro 1 floreno. Quum vero unus florenus pro 15 grossis &c.

Quum una marca argenti Brand. facit quatuor florenos, tunc centum marca faciunt 400 floren.

Quum vero 1 quent. minus, tunc est scire, quod de qualibet defalcantur duo quentin, hoc est 1 lot.

Igitur de centum marcis 50 lot, que faciunt 3 marcas & 2 lot.

Il paroit par les derniers mots, *50 lot que faciunt 3 marcas & 2 lot*, que le marc de Brandenbourg étoit de 16 lots, & par conséquent c'étoit un marc réel & non numéraire. Or, comme le marc vaut aujourd'hui entre 14 & 15 ecus, il s'ensuivroit, que les 100000. ou 400000. florins constitués par Sigismond pour le prix du rachat de la Marche de Brandebourg reviendroient à 1400000. ou 1500000. ecus monoye d'aujourd'hui, & que l'Electeur de Brandebourg avoit du tems de Charles IV. environ 75000 ecus de revenus. Ce calcul ne laisse pas d'être encore sujet à des difficultés. Il faut espérer, que ceux qui écrivent sur le problème de l'année 1756. tireront cette matiere au clair.

le marcs de revenus annuels, que Fréderic I. peut avoir eu de la Marche, font les intérets à cinq pour cent de 100000. marcs.

Ce calcul, si on le suivoit avec plus d'exactitude & de précision, pourroit servir utilement à résoudre en partie le problème que l'Académie a proposé pour l'année 1756. & on verroit par là, qu'après une juste comparaison faite de la valeur de l'or & de l'argent, il ne se trouveroit point de différence essentielle entre les richesses de notre Siècle & celles de ce tems-là.

Pour achever de prouver, qu'il n'y avoit rien d'extraordinaire dans l'achat que Fréderic fit de la Marche, & qu'il en paya tout ce qu'elle valoit; je n'ai qu'à choisir quelques exemples dans la foule de pareilles ventes, qui se présentent dans l'histoire des mêmes siecles. Ainsi Louis le Romain, Marggrave de Brandebourg, vendit la Lusace au Marggrave de Misnie pour 20000. marcs d'argent; & Sigismond même vendit la nouvelle Marche en 1403. à l'ordre Teutonique pour 62000. florins d'Hongrie. Or si la nouvelle Marche ne fut vendue qu'à 62000. florins; on sent bien, que 400000. florins ne faisoient pas un prix trop bas pour les autres Marches.

Il est vrai que cette facilité, avec laquelle on vendoit alors les pays, doit paroitre fort extraordinaire dans notre siecle, qui ne connoit plus de prix pour les Etats souverains. Mais il faut considérer que, dans ces siecles barbares, les Royaumes & les Etats n'étoient pas encore si bien consolidés qu'à present. Un Prince partagoit ordinairement ses Etats entre ses fils; & ces Princes foibles, n'ayant ni des Finances reglées, ni des Troupes entretenues, se trouvoient sans ressource au premier revers, & étoient aisément réduits à des remèdes aussi extrèmes, que celui de vendre leur pays.

DISCOURS
SUR
L'EXPÉDITION DE CYRUS
CONTRE
LES SCYTHES,

PAR M. PELLOUTIER.

§. I.

Il y a dans Ammian Marcellin un passage, qui m'a paru mériter quelque attention. Parlant de la Monarchie des Perses, il dit (a) *que cette Nation victorieuse étendit à la vérité sa Domination, jusqu'à la Propontide & à la Thrace; mais que par l'ambition de ses Princes, qui ne pensoient qu'à accumuler conquête sur conquête, elle souffrit aussi plusieurs échecs. Elle reçût le premier du tems de Cyrus, qui ayant passé le Bosphore avec une armée, dont le nombre approche presque de la fable, fut totalement défait, par Tomyris Reine des Scythes, qui vengea cruellement la mort de ses fils.*

Vossius parlant de ce passage, dit (b) *qu'il ne sait ce qui étoit venu dans l'esprit à Ammian Marcellin, pour écrire*, que Cyrus passa le

(a) *Satis constat hanc gentem regna, populis vi superatis compluribus, dilatasse ad usque Propontidem & Thraciam; sed alte spirantium Ducum superbia, licenter grassantium per longinqua, ærumnis maximis imminutam, Primo per Cyrum, quem Bosphori fretum cum multitudine fabulosa transgressum, ad internecionem delevit Tomyris Regina Scytharum, ultrix acerrima filiorum.* Ammian. Marcellin. Lib. XXIII. cap. 6. pag. 367. Edit. Valesii, Paris 1681.

(b) *Nescio quid Ammiano Marcellino in mentem venerit, quod scribat*, Cyrum Bosphori fretum, cum multitudine fabulosa transgressum &c.. *Araxem transgressum fuisse Cyrum*

le Bosphore, *tous les Historiens assurant unanimement, qu'il passa l'Araxe, pour aller combattre les Massagetes, au lieu que personne n'a jamais dit, qu'il eut passé le Bosphore.*

Il est bien vrai, que la plûpart des Historiens font périr Cyrus, dans une expédition contre des Scythes Massagetes, qui demeuroient dans le voisinage de la Mer Caspienne. Mais, pour ne pas prendre le change, il est bon de faire ici deux remarques. La premiere c'est, que l'autorité de cette foule d'Historiens, que Vossius oppose à Ammian, se réduit dans le fond au seul témoignage d'Herodote, que les Ecrivains postérieurs ont suivi, & copié les uns après les autres. La seconde, c'est qu'Ammian Marcellin, qui fait passer le Bosphore à Cyrus, pour attaquer des Scythes établis en Europe, n'a pas inventé cette particularité, comme Vossius semble l'en accuser. Il écrivoit son Histoire sur la fin du quatrième siecle. Philostrate avoit dit deux cens ans auparavant, (c) *que Cyrus ayant passé le Danube, pour faire la guerre aux Massagetes, & aux Issedons, fut tué par une femme qui commandoit à ces barbares.* L'Historien qui avoit fourni ce fait à Philostrate, étoit selon les apparences le même, duquel Jornandes avoit appris, (d) que Tamyris qui battit Cyrus, étoit Reine des Getes, ou Goths, qui demeuroient au delà du Danube, & que Darius, fils d'Hystaspe, vint attaquer dans leur païs, quelques années après la mort de Cyrus.

Il s'agit donc de savoir, si Ammian Marcellin qui avoit lû & relû Herodote, n'a pas eu de bonnes raisons, pour s'écarter sur cet article de son récit; & s'il ne l'a pas fait sur la foi de quelque ancien Historien, que

Cyrum, cum Tamyridi, & Massagetis bellum inferret, ex omnibus constat. Bosphorum vero trajecisse, nemo dixit. Vossius ad Justin. Lib. I. cap. 8.

(c) *Profectus enim Cyrus ultra Istrum fluvium, adversus Massagetas, atque Issedones, Scythicas gentes, a muliere quæ his barbaris imperabat, interfectus est, Cyrique caput mulier abscidit, ut & Thressæ mulieres Orphei.* Philostrat. Heroic. pag. 677. Editio Paris. 1608.

(d) Jornandes in Historia Gothorum cap. X. pag. 624. apud Grotium in Histor. Gothorum, Vandalorum, Longobardorum &c. Amstelod. 1655.

que nous n'avons plus à la vérité, mais dont le témoignage lui a paru préférable à celui d'Herodote. C'est ce que je me propose d'examiner dans ce Discours. On dit communément, que les ténebres de l'Histoire ancienne commençent à se dissiper sous le régne de Cyrus. Cela est vrai dans un sens. L'Histoire de ce Prince fournit quelques époques qui paroissent sûres. Mais cela n'empêche pas, qu'il ne régne encore beaucoup d'obscurité, & d'incertitude, dans ce qui est rapporté des guerres, & de la mort de ce fondateur de la Monarchie des Perses. Les preuves s'en présenteront en assez grand nombre, pour faire conclure à un Lecteur judicieux, qu'au lieu de chercher ici la certitude, il faut se contenter le plus souvent de la simple probabilité; & que le sentiment le plus reçû, & le plus accrédité, est quelquefois le moins probable de tous. Avant toutes choses, il est à propos de donner ici ce que les Historiens dont les Ouvrages ont échappé aux injures du tems, racontent de l'expédition de Cyrus contre les Scythes.

§. II. Voici en abrégé ce qu'en dit Herodote. (e) *Après avoir soumis la Lydie, Cyrus négligea de pousser ses conquêtes du côté de l'Ionie, parce qu'il se proposoit d'attaquer premierement Babylone, les Saces, & les Egyptiens.* (f) *Ayant donc réduit les Babyloniens, & leur ville, il lui prit envie de soumettre aussi les Massagetes, que l'on dit être une nation nombreuse, & vaillante, établie vers l'Orient, au delà de l'Araxe, dans le voisinage des Issedons. Il y en a qui prétendent que ces Massagetes sont un peuple Scythe.* (g) *L'Araxe sort du païs des Mantieniens, & se partage en quarante branches, qui vont se perdre dans des marais, à la reserve d'une seule qui se décharge dans la mer Caspienne.* (h) *Cyrus fut poussé par beaucoup de puissantes raisons à attaquer les Massagetes, qui occupent la plus grande partie d'une vaste plaine, située à l'Orient de la Mer Caspienne. La premiere étoit sa naissance, qui sembloit l'élever au dessus de la condition humaine. La secon-*

(e) Herodot. Lib. I. cap. 153. (f) ibid. cap. 201.
(g) ibid. cap. 202. (h) cap. 204.

seconde étoit l'heureux succès qu'il avoit eu dans toutes ses guerres ; de quelque côté qu'il portât ses armes, il ne trouvoit aucun peuple qui fut capable de lui résister.

(i) *Les Massagetes qui avoient perdu leur Roi, étoient gouvernés alors par la Reine Tomyris sa veuve. Cyrus qui ne cherchoit qu'un prétexte pour commencer la guerre, fit demander Tomyris en mariage ; & cette Princesse qui comprit qu'il en vouloit moins à sa personne, qu'au Royaume des Massagetes, ayant rejetté la proposition, il marcha d'abord vers l'Araxe avec son armée.* (l) *Pendant qu'il étoit occupé à élever des tours sur des bateaux, & à jetter un pont sur le fleuve, Tomyris lui fit dire par un hérault, qu'il pouvoit s'epargner tous ces préparatifs ; que s'il avoit une si grande envie, d'essayer ses forces contre les Massagetes, elle offroit de se retirer avec son armée, jusqu'à la distance de trois journées de chemin, afin que les Perses pussent passer librement le fleuve ; exigeant le réciproque de Cyrus, s'il aimoit mieux que la bataille se donnât dans ses Etats.* (m) *Le Roi de Perse accepta la premiere de ces propositions, contre le sentiment de son Conseil, auquel il préfera l'avis de Cresus, qui lui disoit, que si les Perses venoient malheureusement à être battus en deçà de l'Araxe, toutes les Provinces de leur Empire seroient exposées aux incursions des barbares ; au lieu que s'il avoit le bonheur de battre l'ennemi au delà du fleuve, tout le Royaume des Massagetes seroit à sa disposition.*

Ce qui suit dans Herodote n'est ignoré de personne, & il suffira de l'indiquer en deux mots. (n) *Cyrus ayant passé l'Araxe avec son armée, tira d'abord un avantage assez considérable, d'un stratagéme que le même Cresus lui avoit suggéré, avant que d'être renvoyé en Perse avec Cambyse. Il abandonna le camp qu'il avoit établi à une journée de l'Araxe, n'y laissant qu'une très petite garde, & fit mine de retourner avec son armée vers le fleuve. Les Massagetes ayant ensuite attaqué ce camp, avec la troisieme partie de leur armée, s'en emparerent facilement,*

(i) Herodot. Lib. I. cap. 205. (l) ibid. cap. 206.
(m) cap. 207. (n) Herodot. Lib. I. cap. 211.

ment, & le trouvant rempli de provisions de toute sorte, ils se gorgerent tellement de viandes & de boisson, qu'ils tomberent tous dans un profond sommeil. Il ne fut pas difficile après cela à Cyrus, qui revint sur ses pas, de les surprendre, & de les accabler. On en tua un grand nombre ; on fit encore plus de prisonniers, entre lesquels étoit Spargapise, fils de la Reine Tomyris, qui avoit commandé le détachement des Massagetes. (o) *Ce Prince étant revenu de son yvresse, & se voyant chargé de chaines, fit prier Cyrus de permettre qu'on le déliât, & aussi tôt qu'il eut les mains libres, il se tua lui-même.* (p) *Quelque tems après, les choses en vinrent à une bataille décisive, dans laquelle une grande partie de l'armée des Perses fut détruite. Cyrus lui même y périt, apres avoir regné vingt-neuf ans. Son corps ayant été cherché, & trouvé parmi les morts, Tomyris lui fit couper la tête, qu'elle fit plonger dans un vaisseau plein de sang humain, en disant ; vous avez fait perir mon fils par un stratagème ; & moi je vous rassasierai de sang, comme je vous en avois menacé !* Après avoir ainsi rapporté la défaite de Cyrus, Herodote a la bonne foi d'ajouter, *qu'on raconte à la vérité en plusieurs manieres la mort de ce Prince, mais qu'il s'en tient à ce qui lui a paru le plus vraisemblable.* Les Historiens postérieurs, qui ont suivi, & le plus souvent copié Herodote, ne laissent pas avec cela que d'enchérir sur leur Original. Justin par exemple dit, (q) *que Tomyris rendit à Cyrus stratagème pour stratagème, l'ayant attiré dans un défilé, où il périt avec deux cens mille Perses, sans qu'il échappât un seul homme de leur armée, qui pût porter dans son païs la nouvelle d'une si grande défaite.* Orose (r) en dit autant. Diodore de Sicile assure, (s) *que l'armée des Perses fut non seulement battuë, & taillée en pieces, mais que Cyrus lui-même ayant été fait prisonnier, fut mis en croix par ordre de la Reine.*

Pour revenir à Herodote, le détail de la guerre de Cyrus avec les Massagetes lui fournissant l'occasion de dire un mot des mœurs &

(o) ibid. cap. 213. (p) cap. 214.
(q) Justin. Lib. I. cap. 8. Lib. XXXVII. cap. 3. (r) Orosius, Lib. II. cap. 7.
(s) Diodorus Siculus, Lib. II. cap. 44.

& coutumes de ce peuple, il ajoute (t). *Les Massagetes sont habillés à la façon des Scythes, & ont aussi leur maniere de vivre. Ils servent à cheval, ayant pour armes l'arc, la lance, & la hache d'armes.* (σαγάρεις) *Ces armes sont toutes ou d'or, ou d'airain. Ils se servent de l'airain, pour faire des lances, des carquois, & des haches. Les casques, les cuirasses, & ce qui couvre les épaules, sont enrichis d'or. Leurs chevaux aussi sont bardés d'airain sur le poitrail, mais les brides, & les mors, sont d'or. Ils ne se servent ni de fer, ni d'argent, parce qu'il ne s'en trouve point dans leur païs, au lieu que l'or & l'airain y abondent.* (u) *A l'égard de leurs coutumes, ils épousent chacun une femme, mais ils s'en servent en commun. Car ce que les Grecs attribuent aux Scythes*, sur cet article, *est propre aux Massagetes, & non pas aux Scythes. Quand une femme plait à un Massagete*, il n'y cherche point d'autre façon, que de la faire monter sur son chariot, *devant lequel il pend son carquois*, pour avertir, *que personne ne doit venir le troubler dans les plaisirs qu'il prend avec elle. Le genre de mort le plus commun parmi eux, c'est que quand un Massagete est accablé de vieillesse, tous les parens s'assemblent, & l'égorgent avec quelques brebis. Ils font bouillir ensemble toutes ces chairs, & s'en régalent. Cette sorte de mort passe parmi eux pour la plus heureuse de toutes. Au lieu de manger ceux qui meurent de maladie, on les enterre, & on les estime malheureux de n'être point parvenus à être immolés. Ils n'ensemencent point leurs terres, & vivent tant de leur bêtail, que du poisson que l'Araxe leur fournit en grande abondance. Le lait est leur boisson ordinaire. Entre les Dieux, ils ne servent que le Soleil, auquel ils immolent des chevaux, estimant que le plus rapide des animaux doit être offert au plus rapide de tous les Dieux.*

§. III. Qu'il me soit permis présentement de faire mes réfléxions sur le long passage que je viens de rapporter. Herodote est d'accord avec Ammian Marcellin pour le fond même du fait que je me suis proposé d'examiner. Ces Historiens assurent l'un & l'autre, que

(t) Herodot. Lib. I. cap. 215. (u) ibid. cap. 216.

que Cyrus fut tué dans une bataille qu'il livra à la Reine Tomyris. Mais ils différent sur trois circonstances. Premièrement Herodote prétend que Tomyris étoit Reine des Massagetes, au lieu qu'Ammian la fait Reine des Scythes. En second lieu Ammian dit, que Cyrus fit périr deux ou plusieurs fils de Tomyris, qui vengea cruellement leur mort, au lieu qu'Herodote ne fait mention que du seul Spargapise. Enfin, ce qui est le plus essentiel, Herodote place le champ de bataille, où se donna ce furieux combat, au delà de l'Araxe, au lieu qu'Ammian le transporte en deçà du Bosphore, qu'il fait passer à Cyrus pour venir attaquer les Scythes en Europe. Mais au reste Herodote mérite-t-il beaucoup de foi, dans ce qu'il raconte de cette expédition ? J'avoüe que je crois avoir de bonnes raisons d'en douter. Ce n'est pas que je prétende accuser cet excellent Historien, ni de mensonge, ni de malignité, comme l'ont fait Ctesias & Plutarque. Il faut lui rendre la justice, qu'il étoit plein de probité, & de bonne foi. Il régne dans ses récits une naïveté qui charme, & qui prouve à tout Lecteur équitable, qu'il ne se prévenoit pas tellement en faveur de ses Heros, & des peuples qu'il affectionnoit, jusqu'à déguiser leurs défauts, ou à les combler d'éloges aux dépens de la verité. La question se réduit uniquement à savoir, si Herodote a écrit ici sur de bons Mémoires, s'il étoit instruit de ce qui pouvoit regarder les Perses, & les Scythes, autant qu'il l'étoit des affaires d'Egypte, ou de celles de son païs ? Strabon ne le croyoit assûrément point. Voici ce qu'il en dit au Livre XI. de sa Geographie. (x) *Les anciens Historiens ont appellé*

(x) *Antiqui Scriptores gentes quæ trans Mare Hyrcanum sunt, Sacas & Massagetas appellarunt, neque vero de iis quicquam potuerunt accurate scribere, quanquam Cyri adversus Massagetes bellum narrarent. Sed neque de his quisquam veritatem exacte perhibuit, neque de priscis Persarum, Medorum, Syrorum rebus fidem admodum magnam invenerunt scriptores, idque ob ipsorum simplicitatem, & fabulas edendi studium. Cum enim viderent, in honore esse eos, qui e professo fabulas scriberent, existimaverunt suam quoque scriptionem lectoribus jucundam fore, si sub narrationis vera specie, ea dicerent, quæ neque vidissent, neque audivissent saltem, ex iis quibus*

appellé Saces & Massagetes, les peuples qui sont au delà de la Mer Caspienne ; mais il n'étoit pas possible qu'ils en dissent rien d'exact, quoiqu'ils soyent entrés dans un assez grand détail de la guerre de Cyrus avec les Massagetes. Ils n'ont pas trouvé plus de foi, dans ce qu'ils rapportent des anciennes affaires des Perses, des Medes, & des Syriens, tant à cause de leur simplicité, que du plaisir qu'ils prennent à débiter des fables. Comme ils remarquoient, que les fictions des Poëtes leur faisoient beaucoup d'honneur, ils ont crû rendre leurs propres écrits plus agréables aux Lecteurs, en donnant pour vrayes des choses qu'ils n'avoient point vües, ni seulement apprises de personnes bien instruites. Aussi ajoutera-t-on foi plus facilement, à un Homere, à un Hesiode, ou aux Poëtes tragiques, dans ce qu'ils disent de leurs Héros, qu'à un Ctesias, un Herodote, un Hellanicus, & à d'autres Historiens de cet ordre. Effectivement, les Perses qui avoient lû les Ouvrages d'Herodote, l'accusoient de s'être étrangement commis, en avançant sur leur sujet des choses éloignées de la vraisemblance, autant que de la vérité. (y) *De quel front*, disoient-ils, *cet Historien ose-t-il avancer, que Xerxes tira des flêches contre le Soleil, qu'il fit enchaîner la Mer, comme on feroit un criminel ? Ne savoit-il donc pas, que nous regardons le Soleil, & la Mer comme des Divinités, & que ce Prince étoit fort attaché à la Religion des Perses, dont il suivit les principes, en détruisant les Temples, & les Statües des Grecs.* Puisque notre Historien étoit si mal informé, de ce qui s'étoit passé parmi les Perses, presque de son tems, (z) & sous les yeux de la Grece ; il est à présumer, qu'il

bus cognita ista essent, id unum spectantes, ut auditio amœna fieret, atque admirabilis : Equidem facilius Hesiodo, & Homero aliquis fidem adhibuerit, cum de heroibus verba faciunt, itemque Poëtis tragicis, quam Ctesiæ, Herodoto, Hellanico, ac eorum similibus. Strabo Lib. XI. pag. 507. 508.

(y) *Herodotum arguunt, qui Magorum Historiam scripserunt, neque enim jacula in Solem torsisse Xerxem, neque compedes mari immisisse, quod hi à Magis Dii sint traditi; signa tamen, & statuas jure sustulisse &c.* Diogen. Laërt. Vit. Philos. in Proœm. pag. 5.

(z) Les Historiens placent l'expédition de Xerxes contre la Grece, à la seconde année

qu'il n'étoit pas mieux instruit des événemens, qui étoient antérieurs au tems de Xerxes d'un demi-siecle (a), je parle des expéditions & de la mort de Cyrus. Aussi ne crois je pas me trop avancer, en assurant qu'Herodote n'a connu, ni les Massagetes, ni la situation de leur païs, ni enfin la cause, & les succès de la guerre qu'ils eurent à soutenir contre Cyrus. Commençons par la situation de leur païs.

1°. Nôtre Historien assure donc, que les Massagetes avoient leurs établissemens, dans une vaste plaine, qui est à l'Orient de la Mer Caspienne. Il faloit par conséquent que Cyrus passât l'Oxus, ou le Jaxarte, pour aller les attaquer dans leur païs. Au lieu de cela Herodote lui fait passer l'Araxe, (b) qui sortant des montagnes de l'Arménie, coule à l'Occident de la Mer Caspienne, & s'y décharge du même côté. C'est une bévûe, qu'on ne peut excuser, qu'en disant avec Strabon, qu'on avoit fourni à l'Historien Grec, de très mauvais Mémoires d'un païs, qui étoit presque inconnu de son tems. En voici une nouvelle preuve. Parlant de l'Araxe Herodote dit (c) *que ce fleuve se partage en quarante branches, qui vont se perdre dans des marais, à la réserve d'une seule, qui se décharge dans la Mer Caspienne.* Pour entendre ce passage, il est bon de remarquer, que les Geographes anterieurs au tems d'Herodote, croyoient que la Mer Caspienne étoit un Golfe de l'Ocean Septentrional, qui rentroit fort avant dans les terres de ce côté là. Ils croyoient avec aussi peu de fondement, (d) que l'Araxe se partageoit en quarante branches, desquelles une seule se déchargeoit dans

année de la LXXV. Olymiade, 479. avant J. C. Herodote avoit dans ce tems là cinq ou six ans.

(a) Cyrus mourut, ou fût tué 529 ans avant J. C.

(b) Strabo, Lib. XI. p. 491. 501. & 527. fin.

(c) Herodotus, Lib. I. cap. 202. ci-dessus §. 2.

(d) *Massagetæ suam fortitudinem demonstraverunt, in bello adversus Cyrum de quo multi narrationes vulgaverunt, quos audire licet. Hæc quoque de iis dicuntur, alios habitare*

dans la Mer Caspienne, au lieu que les trente neuf autres avoient leur embouchure dans l'Ocean Septentrional. Herodote étoit un peu mieux informé. Il avoit appris que la Mer Caspienne (e) étoit un grand Lac, entouré de tous cotés par des terres, qui n'avoit aucune communication avec la Mer Oceane. Il avoit apris aussi, que l'Araxe n'entroit dans la Mer Caspienne que par une seule embouchure. Mais c'est aussi tout ce qu'il en savoit. Ne sachant que faire de ces trente neuf branches du fleuve, dont les Geographes avoient parlé d'une maniere si positive, il prend le parti de dire qu'elles vont se perdre dans des marais. Peut-être auroit-il mieux fait d'avoüer de bonne foi, que le païs, & le fleuve qu'il décrit, étoient peu connus de son tems.

2°. Herodote n'a pas mieux connû les Massagetes même, que le païs ou ils étoient établis. Il ignore s'ils étoient un peuple Scythe. *Plusieurs*, dit-il, *l'assurent; ils ont d'ailleurs la même maniere de vivre, & de s'habiller que les Scythes.* Pour lui il n'ose rien décider; ou plûtot il décide formellement, que les Grecs attribuent mal à propos aux Scythes, ce qui est propre & particulier aux Massagetes. J'auray cependant occasion de montrer dans la suite, que les Massagetes étoient indubitablement un peuple Scythe, qui avoit passé d'Europe en Asie; & par cela même qu'ils étoient Scythes, il faut les décharger de cette odieuse imputation, *qu'à la verité ils prenoient chacun une femme, mais qu'ils s'en servoient en commun.* Herodote convient qu'il n'oseroit leur attribuer un pareil débordement, s'il étoit certain qu'ils fussent Scythes. Effectivement les Loix du Mariage étoient fort séveres parmi les Scythes, & l'adultere y étoit ordinairement puni de mort. A l'égard de ce qu'on attribuoit aux Massagetes, d'égorger leurs vieillards, pour les manger dans un festin funèbre, qu'on célebroit

bitare in montibus, alios in campis; quosdam paludes quas fluvii faciunt, nonnullos insulas in paludibus sitas; maxime inundari regionem eorum ab Araxe perhibent, undiquaque diviso, & reliquis ostiis in Mare Septentrionale, unico in Sinum Hyrcanum effluente. Strabo, Lib. XI. p. 512. 513.

(e) Herodot. Lib. I. cap. 202. fin.

broit à leur honneur, j'ay montré ailleurs, (*f*) que ce n'étoit selon toutes les apparences qu'une pure fable. Il est vrai que la plûpart des peuples Scythes avoient la barbare coutume de faire mourir les vieillards décrépits; mais ils ne faisoient en cela, que se rendre aux prières & aux instances de ces vieillards, qui demandoient avec le dernier empressement, qu'on les tirât de la vie par une mort violente, parce qu'ils étoient dans l'opinion, que les hommes qui mouroient d'une mort naturelle, n'étoient point reçûs dans le *Valhalla*, c'est à dire, dans le séjour de la gloire & de la félicité. Au reste il est constant que ces peuples brûloient leurs morts. Comme les funérailles d'un Scythe, étoient une solemnité, où les parens, & les amis du défunt étoient invitès, & régalés avec profusion, pendant plusieurs jours, il ne faut pas être surpris qu'on ait accusé les Massagetes, de s'assembler, non pour ensévelir leurs morts, mais pour les dévorer.

3°. Enfin, ce qui est le principal, Herodote n'a connu, ni la cause, ni le succès de la guerre que Cyrus fit aux Massagetes. Il dit que beaucoup de puissantes raisons pousserent le Roi de Perse à entreprendre cette guerre, & il donne pour les deux principales; *premièrement sa naissance, qui sembloit l'élever au dessus de la condition humaine; & en second lieu l'heureux succès qu'il avoit eu dans toutes ses guerres: de quelque côté qu'il portat ses armes, il ne trouvoit aucun peuple qui pût lui résister.* De semblables raisons pouvoient éblouïr un Alexandre, un jeune étourdi, qui étant dans la vigueur de l'âge, & n'ayant pas encore éprouvé les caprices de la fortune, acquiesçoit à tout ce que ses adulateurs lui disoient, des merveilles de sa naissance, & de la force invincible de ses armes. Mais Herodote place l'expédition de Cyrus contre les Massagetes, à la derniere année de sa vie. Agé de soixante & dix ans, ce Prince devoit sentir, qu'il étoit homme comme tous les autres; & sa fortune quelque grande qu'elle fût, n'avoit pas été sans revers. Au reste nous verrons dans la suite, que Cyrus eut une raison beaucoup plus forte d'attaquer les Scythes. C'est que, depuis un tems immémorial, ces peuples n'avoient pas discontinué, de rava-

(*f*) Histoire des Celtes, Livre II. Chap. 3. pag. 234.

ravager les Provinces dont ce Prince venoit de faire la conquête, je parle de la Médie, & des païs qui en dépendoient. Il n'y avoit que quelques années, que les Scythes avoient abandonné la Médie, après s'y être maintenus pendant vingt-huit ans tout entiers. Il étoit donc très naturel que Cyrus, après avoir conquis le Royaume des Medes, pensât aussi à s'en assurer la possession, & à le mettre à couvert des incursions d'un hôte si incommode. On ne peut pas douter qu'il n'ait réüssi dans son projet. D'un côté les Perses avoient une grande fête, où ils célébroient la mémoire de la défaite des Scythes; de l'autre, depuis le régne de Cyrus les Scythes se tinrent en repos, & ne penserent plus à ravager l'Asie, comme ils l'avoient fait si souvent. Je ne disconviens pas que Cyrus n'ait reçu quelque échec dans la guerre qu'il fit aux Scythes; mais je montrerai dans la suite qu'il s'en releva, & qu'il n'est pas possible que les choses se soyent passées de la maniere qu'Herodote le rapporte.

§. IV. Quoiqu'il en soit, puisque cet Historien avoüe lui-même, qu'on racontoit la mort de Cyrus en plusieurs autres manieres, dont il n'a pas jugé à propos de faire mention, voyons si nous ne pourrions pas découvrir dans les autres Historiens, ce qu'il a trouvé bon de supprimer. Ecoutons pour cet effet ce qu'en disoit Ctesias, qui avoit écrit une Histoire de Perse en XXIII. Livres. Son Ouvrage est à la vérité perdu depuis quelques Siècles; mais Photius nous en a conservé des Extraits assez étendus, où l'on trouve en abrégé les principaux événemens de la vie de Cyrus. Je sai que Ctesias est un Auteur fort décrié, & qu'on l'accuse d'avoir débité sans aucun jugement les choses les plus incroyables. Mais outre qu'Herodote n'est pas exemt de ce défaut, & qu'il a mérité par là d'être appellé non seulement le Pére de l'Histoire, mais aussi le Pére des Fables, il est certain d'ailleurs (g) que ce reproche qu'on fait à Ctesias, tombe principalement

(g) v. Aristotel. Histor. Animal. Lib. II. cap. 1. Lib. VIII. cap. 28. De Generat. Animal. Lib. II. cap. 2. Voyez aussi Photius à la fin de son Extrait de l'Histoire de Ctesias.

ment ſur ſon Hiſtoire des Indes, où il rapportoit pluſieurs choſes, ſur la foi de témoins qui lui paroiſſoient dignes de créance, mais qui s'étoient joüés de ſa credulité, ou qui avoient été abuſés les premiers. Je ſai encore qu'on l'a accuſé d'avoir écrit ſon Hiſtoire avec beaucoup de partialité. Mais, ſans répéter ici, (b) tout ce qu'Henri Etienne allegue pour le juſtifier ſur cet article, il eſt bon d'ailleurs de remarquer, que Plutarque, qui prétend que Cteſias étoit trop prévenu en faveur des Lacedemoniens, accuſe Herodote d'un défaut encore plus odieux, c'eſt d'avoir parlé de la plupart des peuples de la Grece avec une noire malignité. Au reſte, quand tous ces reproches ſeroient fondés, il faudra convenir toujours, que Cteſias devoit connoitre au moins, l'ancienne Hiſtoire de Perſe. Il avoit demeure dix ſept ans à la Cour d'Artaxerxes Roi de Perſe, qu'il ſervoit en qualité de ſon Médecin. Le crédit ou il étoit auprès de ce Prince, lui avoit d'ailleurs procuré la permiſſion de fouïller dans les Archives, (i) & de conſulter les Annales, où on écrivoit, en vertu d'une ancienne Loi, tout ce qui arrivoit de plus remarquable dans l'Empire. Beaucoup mieux inſtruit qu'*Herodote*, qu'il avoit ſouvent occaſion de relever, je ne vois pas auſſi, qu'il pût avoir aucune raiſon, de rapporter les événemens de la vie de Cyrus, autrement qu'il ne les avoit trouvés dans les Annales ; & cela d'autant plus, qu'il s'agiſſoit de faits qui devoient être encore de notorieté publique parmi les Perſes. (l)

§. V. Voici donc en ſubſtance ce que Cteſias rapportoit de la vie & des expéditions de Cyrus, ſuivant l'Extrait que Photius nous en a donné.

(m) „ Il

(b) Henric. Stephan. Præfat. ad Fragmenta Cteſiæ ; ad calcem Herodoti pag. 631.

(i) Diod. Sic. Lib. II. cap. 32.

(l) Cyrus mourut 529. ans avant J. C. Cteſias fut fait priſonnier par le Roi Artaxerxes Mnemon, & entra à ſon ſervice 401 an avant J. C. Son Hiſtoire de Perſe finiſſoit à l'an 398 avant J. C. & celle d'Herodote va jusqu'à l'an 413 avant J. C.

(m) „ Il disoit qu' Astyage, qu'il appelle aussi Astygan, n'étoit
„ point parent de Cyrus. Après qu'il eut été mis en fuïte, & qu'il
„ se fût rendu à Cyrus, ce Prince le tira au bout de quelques tems de
„ sa prison, l'honora comme un Pére, & épousa même sa fille Amy-
„ tis, qui étoit veuve de Spitama. Ensuite Cyrus fit la guerre aux
„ Bactriens, & dans une bataille qui se donna, l'avantage fût à peu
„ près égal de part & d'autre. Mais les Bactriens ayant appris dans
„ ces entrefaites, que Cyrus en usoit bien avec Astyage, & qu'il avoit
„ même épousé sa fille, se soumirent volontairement à Amytis & à
„ Cyrus.

„ Après cela Cyrus tourna ses armes contre les Saces, & dans
„ cette guerre il fit prisonnier le Roi Amorges, mari de Sparethra.
„ Cette Princesse ayant appris, que son mari étoit entre les mains de
„ l'ennemi, assembla une armée de 300000. hommes, & de deux cens
„ mille femmes, & marcha contre Cyrus, qui fût vaincû, (n) &
„ fait prisonnier, avec Parmises Frére d'Amytis, & trois de ses fils.
„ De cette maniere Amorges obtint sa liberté, ayant été échangé con-
„ tre les prisonniers Perses.

„ Cette guerre étant terminée, Cyrus marcha contre Cresus, &
„ assiegea la ville de Sardes, Amorges l'ayant servi dans cette guerre,
„ en qualité d'allié. — — —

„ La derniere expédition de Cyrus, fut celle qu'il entreprit con-
„ tre les Derbices, qui avoient pour Roi Amorrheus. Ces Derbices
„ s'étant mis en embuscade, avec leurs élephans, battirent la Cavale-
„ rie des Perses, & Cyrus lui-même fut renversé de son cheval, &
„ blessé dangereusement à la cuisse, par l'un des Indiens, qui étoient
„ venus au secours des Derbices, & qui leur avoient amené des éle-
„ phans. Les gens de Cyrus l'ayant relevé, le porterent au camp.
„ Il périt dans ce choc beaucoup de Perses, & autant de Derbices, la
perte

(m) Photii Bibliothec. Sect. LXXII. p. 106. & in calce Herodoti p. 637.

(n) Je suis ici la version commune. Voyez le passage Grec, cy-dessous §. 10. note n.

„ perte ayant été de dix mille hommes de chaque côté. Amorges
„ ayant été informé de ce qui étoit arrivé à Cyrus, s'avança à grand-
„ hâte, menant avec lui vingt mille hommes de Cavalerie Sace. Il se
„ donna là dessus une bataille entre les deux armées. Les Perses, &
„ les Saces, y remporterent une victoire signalée, Amorrheus ayant
„ été tué, avec deux de ses fils, & trente mille Derbices, au lieu que
„ les Perses ne perdirent que neuf mille hommes. De cette maniere
„ le païs des Derbices fut soumis à Cyrus. Ce Prince voyant appro-
„ cher sa fin, établit Roi, Cambyse son fils ainé. Il déclara Tanyo-
„ xarces son second fils, Seigneur des Bactriens, des Choramniens,
„ des Parthes, & des Carmaniens, ordonnant qu'il possedât tous ces
„ païs, sans en payer aucun tribut. Les deux fils de Spitama, savoir
„ Spitade, & Megaberne, furent nommés, le premier Satrape des
„ Derbices, & le second des Barcaniens. Il ordonna à ces Princes
„ d'obeïr en toutes choses à leur Mere. Enfin il voulût, qu'ils don-
„ nassent la main à Amorges, & qu'ils se la donnassent entre eux,
„ pour marque d'une amitié reciproque; souhaitant toute sorte de
„ prospérités à ceux qui l'entretiendroient, & donnant sa malédiction
„ à ceux qui entreprendroient de la violer. Ayant prononcé ces pa-
„ roles, il mourut le troisième jour de sa blessure, après avoir regné
„ trente ans. Cambyse étant ainsi parvenû à la Royauté, fit condui-
„ re le corps de son Pere en Perse, par l'Eunuque Bagapates, & exé-
„ cuta tout, de la maniere que Cyrus l'avoit ordonné.

§. VI. Voilà en abrégé, ce que Ctesias disoit des expéditions de Cyrus que j'examine, & de sa mort. Je ne vois rien dans sa narration qui péche contre les Loix de la vraisemblance, & qui ne s'accorde avec divers morceaux de l'Histoire de Perse, qu'on trouve dans les ouvrages des Anciens, tant Géographes, qu'Historiens. Je vais le montrer en peu de mots, après avoir seulement averti, que je n'ay pas crû devoir donner ici un Extrait de Xenophon, comme je l'ay fait d'Herodote, & de Ctesias. Après avoir lû & relû la Cyropédie avec beaucoup d'attention, je n'y ay trouvé qu'un beau Roman, où l'Au-

teur se propose de tracer le portrait d'un bon Roi, & d'un grand Heros, mais où il ne faut pas chercher, (o) pour me servir des termes de Ciceron, l'exactitude historique. Quand il en seroit autrement, Xenophon, quoiqu'il me soit plus favorable que contraire, ne me fourniroit cependant aucune lumiere pour décider les questions que j'examine. Il dit à la verité dans une espece de préface, que l'on voit à la tête de son Histoire de Cyrus, que ce Prince se rendit maitre de la Bactriane, & du païs des Saces, mais au reste il ne fait aucune mention de ces expéditions dans le corps même de son Ouvrage. Je reviens présentement à Ctesias.

§. VII. Cet Auteur assuroit donc que Cyrus, après avoir soumis les Medes, fit la guerre à quelques peuples barbares, qui étoient établis au dessus de la Medie, vers la Mer Caspienne. C'est de quoi tous les autres Historiens demeurent d'accord. Ils ne different de Ctesias, & entre eux, que part rapport au nom qu'ils donnent à ces peuples. Justin les appelle (p) Scythes. C'est un nom commun, que les Grecs donnoient à tous les peuples du Nord. Ctesias les appelle (q) Saces, parce que les Perses désignoient sous ce nom tous les peuples Scythes. Jornandes les appelle (r) Getes ; c'est le nom qu'ils portoient en Europe, au delà du Danube, où ils avoient leurs anciennes demeures. Enfin Herodote les appelle Massagetes ; c'est un surnom qu'ils portoient en Asie, & où leur nom propre de Getes entroit selon les apparences pour quelque chose.

§. VIII. Si on me demandoit après cela, quel peuple étoient ces Saces à qui Cyrus fit la guerre selon Ctesias, je répondrai que c'étoient des Scythes qui avoient passé d'Europe en Asie, où ils avoient fait plusieurs établissemens très considérables. Justin le suppose ainsi.

 Parlant

(o) *Cyrus ille a Xenophonte, non ad Historiæ fidem scriptus, sed ad effigiem justi imperii.* Cicero Epist. ad Quintum fratrem Lib. I. Epist. 1.

(p) Justinus, Lib. I. cap. 8.

(q) *Persæ omnes Scythas, Sacas vocant.* Herodot. Lib. VII. cap. 64.

(r) Jornand. Getic. cap. X. p. 624.

Parlant des Scythes, il dit (s) *qu'ils ont contraint Darius Roi de Perse, à s'enfuir honteusement de leur païs, où il étoit venu les attaquer; qu'ils ont taillé en pieces Cyrus avec toute son armée; qu'ils ont détruit Zopyrion, General d'Alexandre le Grand, avec toutes ses troupes; qu'ils ont mis en fuïte Philippe Roi de Macedoine.* Il est connu que les Scythes, que Darius fils d'Hystaspe vint attaquer en Europe, étoient des Getes, qui demeuroient au delà du Danube, sur lequel ce Prince fit jetter un pont, pour porter la guerre dans leur païs. On sait aussi (t) que Zopyrion, qui commandoit en Thrace, pour Alexandre le Grand, ayant entrepris une expédition contre les Getes, y perit avec toute son armée.

Mais depeur qu'on ne m'objecte ici, que ce passage de Justin prouve à la verité, que Cyrus, Darius Hystaspe, Zopyrion, & Philippe de Macedoine, furent tous battus, & défaits par des Scythes, mais qu'il ne seroit peut-être pas sur d'en conclure, que ces différens exploits doivent étre attribués à un seul & même peuple; *j'ajouterai* (u) que Scymnus de Chio, rapporte après quelques Auteurs plus anciens, qu'il ne nomme pas, qu'une partie des Scythes Nomades, dont Anacharsis étoit issû, avoient passé, & s'etoient établis en Asie, où ils avoient recû le nom de Saces. Nicolas de Damas disoit aussi, (x) que les Scythes qui chasserent Darius de leur païs, étoient les mêmes desquels Anacharsis tiroit son origine, & dont les femmes, qu'on appelloit

(s) *Darium Regem Persarum turpi ab Scythia summoverunt fuga. Cyrum cum omni exercitu trucidaverunt. Alexandri Magni Ducem Sopyriona pari ratione cum omnibus copiis deleverunt.* Justin. Lib. II. cap. III. *Philippum Macedonum Regem fugaverunt.* Idem, Lib. 37. cap. 3.

(t) *Zopyrio Thraciæ præpositus, dum expeditionem in Getas faceret, tempestatibus procellisque subito coortis, cum toto exercitu oppressus.* Q. Curtius Lib. X. cap. 1. fine.

(u) *Ex his Nomadibus sapiens Anacharsis ortus dicitur, - - - - dicunt & nonnullos in Asiam trasgressos, in illa sedes fixisse, quos & Sacas vocant.* Scymnus Chius pag. 378. edente Th. Ryckio ad Stephani Byzantini Lugd Bat. 1684.

(x) Nicol. Damasc. apud Stobæum Serm. XXXVII. p. 118. & in Excerpt. Valesii p. 511.

pelloit Amazones, avoient porté la guerre, dans le païs d'Athenes, & en Cilicie. On ne conteste pas, que le Philosophe Anacharsis ne fut de la famille Royale des Getes, (y) que Darius Hystaspe vint attaquer en Europe, & au delà du Danube. Enfin Herodote avoüe lui même (z) que le motif, ou le prétexte, de la guerre, que Darius fit aux Scythes, fut de châtier dans leur propre païs, des peuples qui avoient envahi la Médie, & subjugué la plus grande partie de l'Asie Mineure.

Pour éclaircir, & pour confirmer encore mieux, ce que je viens de dire, il est bon de remarquer, que depuis plusieurs siecles, les Scythes dont il s'agit ici, avoient pris la coutume de faire de fréquentes incursions en Asie, c'est à dire dans l'Asie Mineure, qu'ils soumirent toute entiere, (a) à trois différentes reprises. Ces peuples étoient Nomades, ou Galactophages, c'est à dire qu'au lieu de s'appliquer à l'agriculture, ils tiroient leur subsistance de leurs troupeaux. N'ayant point de demeure fixe, ils se transportoient continuellement d'une contrée à l'autre, & tiroient ordinairement vers le Midi. Aprés qu'ils eurent une fois passé le Danube, ils s'avancerent insensiblement vers l'Hellespont, & le Détroit de Constantinople. Découvrant de là un très beau païs, dont ils n'étoient séparés que par un bras de Mer fort étroit, & dont les habitans étoient peu en état de leur résister, ils firent le trajet sur des barques, ou sur des radeaux, & ravagerent tout ce qui se trouva sous leurs pas. Après que les premiers eurent une fois passé, il en parut tous les jours de nouveaux essains. Justin prétend, que les Scythes n'entreprenoient des expéditions si eloignées que pour illustrer leur nom. (b) *Ils cherchoient*, dit-il, *la gloire*, & *non pas l'empi-*

(y) Herodotus Lib. IV. cap. 76.

(z) *Magnus Scythicus exercitus, qui Cimmerios insequens, Medicam regionem invasit, ac pene omnia superiora Asiæ subegit, ac tenuit, quo nomine postea Darius Scythas ivit ultum.* Herodot. Lib. VII. cap. 20. voyez aussi Lib. IV. cap. 1. & 4.

(a) *Imperium Asiæ ter quæsiverunt.* Justin. Lib. II. cap. 3.

(b) *Nihil parare quod amittere timeant; nihil victores præter gloriam concupiscunt.* Justin.

l'empire. Quand la chose auroit été vraye, les Scythes n'en auroient pas été plus loüables pour cela. C'est annoblir l'injustice & la fureur que de prétendre, qu'un guerrier puisse acquérir de la gloire, en attaquant & en tuant des hommes, de qui il n'avoit aucun sujet de se plaindre. Mais Justin auroit plus approché de la verité, s'il avoit dit, que les Scythes étoient des brigands, qui ne pensoient qu'à piller & à se nourrir du travail d'autrui. Des peuples qui n'avoient point de demeure fixe, & qui ne vouloient pas renoncer à leur ancienne maniere de vivre, ne pouvoient avoir la pensée de bâtir des villes, de fortifier des chateaux, & d'y etablir des garnisons. Quand ils avoient tiré d'un païs tout ce qui pouvoit les accomoder, & qu'ils en voyoient les habitans entierement épuisés, ils prenoient le parti de s'en retourner, d'où ils étoient venus. Il paroit cependant qu'ils ne se retiroient pas tous. Il y en avoit toujours plusieurs, qui s'accommodant beaucoup du climat de l'Asie Mineure, & de l'abondance qui y régnoit, abandonnoient leurs compatriotes, & leur maniere de vivre, pour se fixer dans les contrées, qu'ils trouvoient à leur bienséance. Ordinairement ils n'y trouvoient pas de grandes difficultés, parce que les anciens habitans du païs n'étoient pas fâchés, d'avoir pour maitres des guerriers, (c) qui pour un tribut très médiocre, épargnoient, & défendoient le païs où ils s'étoient établis, pendant qu'ils faisoient des courses continuelles dans toutes les Provinces voisines. C'est l'origine de plusieurs Souverainetés, que les Scythes avoient en Asie, & dont je parlerai dans l'un des Discours suivans. Je me contente de dire ici un mot des peuples Scythes, auxquels Cyrus fit la guerre. Ctesias nomme les Bactriens, & les Saces. Les Bactriens étoient

stin. Lib. II. cap. 3. *Longinqua non finitima bella gerebant, nec imperium sibi, sed populis suis gloriam quarebant, contentique victoria, imperio abstinebant.* Idem Lib. I. cap. 1.

(c) *Asiam perdomitam vectigalem fecere, modico tributo, magis in titulum imperii, quam in victoria pramium imposito.* Justin. Lib. II. cap. 3.

étoient des (d) Scythes, ou comme Strabon les appelle des (e) Saces, qui s'étant rendus maitres de la Bactriane, avoient pris, ou recû, le nom du païs qu'ils avoient occupé. Ils demeuroient au dessus de la Médie, le long de (f) l'Oxus. Les Saces étoient d'autres Scythes, qui s'étoient établis à l'Orient de la Mer Caspienne, comme on peut le voir dans (g) Strabon. Erastothene (h) les plaçoit dans la même contrée au delà du Jaxarte. Il faut que ces Scythes eussent passé en Asie de fort bonne heure, s'il est vrai qu'ils y fussent déjà du tems de Ninus, Roi d'Assyrie. C'est un fait que j'examinerai ailleurs. Il me suffira de parler ici de la derniere expédition des Scythes, qui tombe sur le commencement du Regne de Cyaxare, (i) Roi des Medes.

Les Cimmeriens chassés de l'Europe par les Scythes, ayant passé en Asie, (l) les Scythes conduits par Madyes se mirent à leur poursuite, & les ayant manqués, ils se jetterent sur la Médie, qu'ils possederent pendant 28. ans. Au bout de ce terme, (m) Cyaxare trouva le moyen de chasser les Scythes, & de rentrer dans la possession de ses Etats. Herodote dit (n) que Cyaxare & les Medes ayant invité les principaux des Scythes à un festin, les massacrerent pendant qu'ils étoient dans l'yvresse. Justin qui ne fait aucune mention de cette particularité, dit simplement (o) que les Scythes retournerent dans leur païs,

(d) *Scythæ Parthos, Bactrianosque, fœminæ autem eorum Amazonum regna condiderunt.* Justin. II. 1. *Parthicum & Bactrianum imperium ipsi condiderunt.* Idem II. 3.

(e) *Sacæ, Cimmeriorum, & Trerum modo incursiones fecerunt, alias in remotiora, alias in vicina, nam & Bactrianam occupaverunt, & optimam Armeniæ regionem, quam a se Sacasenam denominaverunt.* Strabo XI. p. 511.

(f) *Erastothenes tradit Massagetas sitos juxta Bactrios ad Oxum. Sacas & Sogdianos Jaxarte dirimi; hos & Bactrianos Oxo.* Strabo XI. p. 513. 514. 517.

(g) *Plerique Scytharum qui a Caspio Mari incipiunt Daæ appellantur. Orienti viciniores Massagetæ & Sacæ.* Strabo XI. 551.

(h) Voyez la note (f).

(i) 624 ans avant J. C. Des Vignoles Chronol. de l'Hist. Sainte, T. II. p. 258. 271.

(l) Herodot. Lib. I. cap. 103. 106. IV. 1. 4. 12. VII. 20.

(m) 596 ans avant J. C.

(n) Herodot. Lib. I. cap. 106. IV. 1. & 4.

(o) Justin. Lib. II. cap. 5.

païs, où ils eurent une nouvelle guerre à soutenir contre leurs propres esclaves. L'un & l'autre est vrai. Les Scythes ayant perdu leurs chefs, la plus grande partie de leur armée retourna en Europe, comme Herodote (p) le reconnoit lui-même, pendant que l'autre partie se réfugia chez les Saces, qui étoient voisins de la Médie. On peut le conclure assez naturellement d'un fait qu'Herodote rapporte dans un autre endroit, savoir (q) que dans une sédition qui s'éleva parmi les Scythes Nomades, un escadron de ces Scythes s'échappa, & se retira en Médie, ou Cyaxare les reçut favorablement. Il s'agit dans ce passage, des Scythes qui demeuroient sur les frontieres de la Médie, & non pas de ceux qui étoient retournés en Europe. Ce qui confirme la chose, c'est que Cyaxare avoit dans ce tems-là la guerre avec les Scythes, ou Saces, ses voisins. C'est celle que Diodore de Sicile rapporte après Ctesias au Livre second de son Histoire. On y lit que (r) les Parthes, (qui étoient aussi un peuple Scythe, (s) venu d'Europe,) s'étant soulevés contre les Medes, se mirent sous la protection des *Saces*, qui les soutinrent de toutes leurs forces; & après que la guerre eut duré plusieurs années, la paix se fit enfin, aux conditions que les Parthes rentreroient sous l'obeissance de leurs anciens Maitres, & qu'il y auroit desormais, une paix, & une alliance perpétuelle, entre les Saces & les Medes. Ce fut pendant cette guerre de (t) Cyaxare avec les Saces, que ceux-ci perdirent leur Roi (u) Marmaris, & que la Reine Zarine sa veuve, eut avec un Seigneur Mede, nommé Stryangée, les avantures

(p) Herodot. Lib. IV. cap. 1. & 4.

(q) Herod. Lib. I. cap. 73. 74.

(r) Diodor. Sic. Lib. II. cap. 32.

(s) *Arrianus vult Parthos a Scythis originem ducere.* Excerpta ex Arriano apud Photium n. LVIII. p. 51. *Non dubitatur quin Scythæ qui Parthos condiderunt, non a Bosphoro, sed ex Europæ regione penetraverint.* Curtius Lib. 6. cap. 2. p. 232. voyez ci-dessus note (*d*).

(t) Diodore de Sicile, qui suit ici Ctesias, l'apelle Artibarnas, ou Astibaras; mais il remarque quelques lignes après, que cet Astibaras, fut Pere d'Apandas, que les Grecs nomment Astyage. Diod. Sic. Lib. II. cap. 34.

(u) Nicolaus Damasc. in Excerptis apud Valesium I. p. 437.

tures que Monsieur Boivin l'ainé raconte d'une maniere fort étendue, (x) mais qui tient beaucoup plus du Roman, que de l'Histoire.

§. IX. On voit présentement, quelle fut la cause de la guerre que Cyrus fit premièrement aux Bactriens, & ensuite aux Saces leurs voisins. Tant que Cyrus fut simplement Roi de Perse, il n'eut rien à demêler avec les Scythes, qui étoient fort éloignés de ses Etats. Les Perses avoient leurs anciens établissemens (y) du côté de la Mer Rouge. Mais ce Prince, qui n'étoit point parent d'Astyage, ayant acquis la Médie, non par droit de succession, mais par la force des armes, les Bactriens qu'Astyage avoit ménagés, & qui lui étoient fort affectionnés, commençerent à remuer, & prirent les armes, pour le tirer de sa prison. Dans la bataille qu'ils livrerent à Cyrus, l'avantage fut à peu près égal de part & d'autre. Mais les Bactriens ayant appris dans ces entrefaites, que Cyrus en usoit bien avec Astyage, & qu'il avoit même épousé Amytis, fille de ce Prince, & veuve de Spitama, se soumirent volontairement au nouveau Roi, & à son Epouse. Après cela Cyrus fut obligé de tourner ses armes contre les Saces, qui ayant un Traité de paix & d'alliance avec le Roi des Medes, ne se croyoient pas obligés de l'observer avec l'Usurpateur de son Royaume. Le commencement de cette guerre fut favorable à Cyrus. Ctesias dit, qu'Amorges, Roi des Saces, fut fait prisonnier par les Perses; & selon les apparences, ce malheur lui arriva par un manque de précaution plutôt que de bravoure. On le voit dans Strabon, qui parlant de la guerre de Cyrus contre les Saces, rapporte (z) *que pendant que les Saces se réjouïssoient, & faisoient bonne chere du butin qu'ils avoient gagné sur l'ennemi, les Généraux Perses qui étoient dans le voisinage, les attaquerent, & détruisirent entierement leur armée. - - - D'autres*

(x) Mémoires de l'Académie des Inscriptions &c. Tom. II. p. 34. 62. VII. 428.

(y) Herodot. Lib. cap. 37. Strabo Lib. XI. p. 526. Lib. XV. p. 728.

(z) *Hos cum ob prædam partam festos dies agitarent, Persarum præfecti, qui circum ista loca erant adorti, funditus deleverunt.* Strabo Lib. XI. p. 512.

tres ajoute Strabon, (a) *racontent la chose de cette maniere. Cyrus ayant entrepris une expédition contre les Saces, fut battu, & contraint de prendre la fuite. S'étant donc retiré dans le camp, où il avoit laissé son bagage, & où il y avoit abondance de provisions, mais surtout de vin, il fit un peu reposer son armée. Vers le soir il se remit en marche, faisant semblant de fuir, & laissant les tentes remplies de vivres, & de boisson. Après s'être éloigné autant que la chose lui parut nécessaire, il fit faire alte à son armée. Les Saces s'étant mis à poursuivre leur ennemi, & ayant trouvé le camp des Perses abandonné, & bien fourni de viandes, & de vin, se gorgerent de ces provisions. Cyrus étant revenu sur ses pas, les trouva plongés dans l'yvresse. Ainsi les uns furent massacrés, pendant qu'ils étoient ensevelis dans un profond sommeil; les autres qui avoient quitté leurs armes pour danser, & pour faire la débauche, ne firent pas plus de résistance à un ennemi armé, de sorte que la plus grande partie de l'armée des Saces périt dans cet endroit. Cyrus attribuant cette victoire au secours des Dieux, consacra le jour où il l'avoit remportée,* (b) *à la Déesse qu'il ser-*

(a) *Cyrus cum fecisset expeditionem in Sacas, prælio victus fugit; proinde cum castra posuisset eo loco ubi impedimenta reliquerat, omni rerum copia, ac maxime vini suppeditante, paululum quiete refecto exercitu, sub vesperam duxit, fugam simulans, & tabernacula plena relinquens; ac progressus, quantum videbatur ex usu fore, substitit. Sacæ insequentes, cum castra hominum vacua, cibo potuque plena reperissent, affatim se impleverunt. Cyrus reversus, vinolentos eos & stupidos deprehendit; itaque alii, somno obruti profundo, trucidati sunt; alii inter saltandum & bacchandum, nudi in arma hostium inciderunt, ac pene universi perierunt. At Cyrus divinitus oblatam sibi hanc victoriam arbitratus, diem istam Deæ, quam patrio more colebat, consecravit, & Sacæa appellavit. Ubicunque autem fanum ejus Deæ est, ibidem statutum est celebrari Sacæa, festum Bacchicum, per diem & noctem Scythico habitu potantibus viris ac mulieribus, atque in vino invicem per joca & lasciviam concertantibus.* Strabo, Lib. XI. p. 512.

(b) C'étoit la Déesse Anaïtis, comme Strabon l'avoit dit un peu plus haut. Sur cette Anaïtis, voyez Hist. des Celtes Livre III. p. 298. 301.

servoit à la maniere de ses Péres, & donna à la fête le nom de SACÆA. *On célèbre cette fête dans tous les lieux où il y a un Temple de la Déesse. C'est une espece de solemnité bacchique, qui dure un jour, & une nuit; & pendant tout ce tems, les Perses, tant hommes que femmes, habillés à la maniere des Scythes, boivent ensemble, & donnent dans les jeux, & dans les plaisirs que le vin porte avec soi.*

On ne peut donc pas douter, que Cyrus n'eut remporté d'abord de grands avantages sur les Saces, puisque ces heureux succès, donnerent lieu à l'institution d'une fête annuelle, dont une foule d'Historiens ont fait mention, & pendant laquelle les Perses célebroient avec de grandes démonstrations de joye, la mémoire de la défaite des Saces par ce Prince. Ce fût selon les apparences dans le même tems, que Cyrus fit construire, & fortifier sur le bord du Jaxarte, la ville de Cyra, (c) pour couvrir les frontieres de son Empire contre les incursions des Saces.

Il paroît par ce que je vienx d'exposer, que le récit de Ctesias s'accorde jusqu'ici fort bien avec ce que d'autres Historiens ont rapporté de l'expédition de Cyrus contre les Saces. Mais continuons d'entendre Ctesias. „ La Reine Sparethra, Epouse d'Amorges, ayant „ apris, que le Roi son mari avoit été fait prisonnier par les Perses, „ assembla une armée de 300000. hommes, & de 200000. femmes, „ à la tête de laquelle, elle marcha contre Cyrus, qui fut vaincu, & „ pris par les Saces, avec Parmises, frere de la Reine Amytis, & trois „ de ses fils. Des prisonniers si distingués, que l'on avoit fait de „ part & d'autre, faciliterent un accommodement entre les deux „ parties belligerantes, le Roi Amorges ayant obtenu sa liberté, après „ qu'on eut relâché les prisonniers Perses.

Cette armée de trois cent mille hommes, que les Saces avoient mise sur pied, n'aura rien d'incroyable, si on veut considerer, que

(c) *Cyra, ultimum Cyri opus, ad Jaxartem fluvium condita, & Imperii Persici terminus.* Strabo Lib. XI. p. 517. *Cyropolis - - à Cyro condita.* Arrianus Expedit. Alexan. Lib. IV. p. 241. 243.

parmi les peuples Scythes, tous les hommes faits portoient les armes, & que dans des cas de necessité, les Nations entieres alloient à la guerre. (d) Diodore de Sicile remarque d'ailleurs expressément, que les Saces étoient une Nation puissante, qui avoit resisté pendant plusieurs années à toutes les forces des Medes. Il n'est pas plus étonnant, que cette grande armée fut commandée par une Princesse, & qu'elle fut fortifiée d'un corps de deux cens mille femmes. J'ai montré ailleurs (e) que les femmes des Scythes suivoient leurs maris à la guerre, & que celles des Sarmates se battoient contre l'ennemi. Les Scythes établis en Asie avoient fourni des armées entieres d'Amazones; & il n'y avoit encore que quelques années, qu'on avoit vû la Reine Zarina, (f) dont j'ay fait mention, (g) commander les armées des Saces, soutenir avec honneur la guerre contre Cyaxare, Roi des Medes, faire de grandes conquêtes sur les peuples voisins, & surpasser toutes les personnes de son sexe, par son courage & par son adresse. Diodore de Sicile qui rapporte ces faits, ajoute expressément, (h) que les femmes des Saces, robustes & vaillantes, autant que leurs maris, partageoient avec eux tous les périls de la guerre.

§. X. Photius n'ayant donné que de courts extraits, des Ouvrages de Ctesias, il faut voir si nous ne pourrions pas trouver ailleurs, le détail des faits que ces extraits ne font qu'indiquer. Comme les Saces servoient tous à cheval, & que leur armée étoit supérieure en nombre à celle des Perses, je ne doute point du tout, qu'il ne faille placer ici ce que Diodore de Sicile rapporte au Livre XVII. de son Histoi-

(d) Diod. Siculus, Lib. II. cap. 34.

(e) Hist. des Celtes, Liv. I. chap. 2. p. 15. Liv. II. chap. 14. p. 509.

(f) Le nom de *Zarina*, qui signifie en Russien, sans aucun changement, *une Princesse*, celui de *Roxanace*, que portoit la ville capitale des Saces, (Nicolaus Damasc. in Excerpt. Vales. I. p. 437.) me feroient presque soupçonner, qu'ils étoient un peuple Esclavon, ou Sarmate.

(g) Ci-dessus §. VIII. fine.

(h) Diodor. Sic. Lib. II. cap. 34.

Histoire, favoir (*i*) „ que dans l'une des expeditions de Cyrus, ses
„ ennemis lui couperent les vivres, & le pousserent dans des défilés,
„ ou dans un païs inculte, où ses troupes souffrirent beaucoup de la
„ faim, & où elles auroient toutes péri, les Soldats étant déjà réduits
„ à se manger les uns les autres, si un peuple voisin, que l'on appel-
„ loit Arimaspes, n'avoit trouvé le moyen de conduire à l'armée
„ des Perses, un convoi de 3000. chariots, chargés de bled. En
„ considération de cet important service, Cyrus les déchargea de tout
„ impôt, leur fit de riches présens, & leur donna le nom de Bien-
„ faiteurs, qu'ils portoient encore du tems (*l*) d'Alexandre le Grand. „

Comme Quinte-Curce ajoute, que les Arimaspes, qu'il apelle (*m*) Agriaspes, fournirent non seulement des vivres aux troupes de Cyrus, mais qu'ils leur ouvrirent encore leurs propres maisons; il y a apparence, que ce Prince, après que son armée eut été un peu rétablie, par les provisions qu'on lui avoit amenées, se mit en marche pour retourner en Médie, & qu'il traversa le païs des Arimaspes, où les Soldats se remirent pleinement, de tout ce qu'ils avoient souffert de la faim & du froid. Ce fut vraisemblablement pendant cette

(*i*) *His expeditis Alexander, cum per Dranginen agenda constituisset, exercitum in Arimaspos duxit. Hoc quidem olim illis nomen erat, sed nunc Evergetæ vocitantur. Nominis ratio hæc est. Cyrus, qui primus a Medis ad Persas imperium transtulit, in expeditione quadam, cum propter victus penuriam, in locis incultis, ad extremum redactus esset discrimen, adeo quidem ut miles militis carne famem mitigare cogeretur, tum Arimaspi 3000 plaustris frumentum advexere. Rex itaque cum secus quam speraverat, periculum evasisset, non vectigalibus modo gentem exsolvit, sed aliis insuper muneribus affecit, pristinoque nomine abrogato, Evergetas nuncupavit.* Diodor. Siculus Lib. XVII. cap. 81.

(*l*) *Ex Drangis Alexander venit in Evergetas, quos Cyrus sic nominavit.* Strabo Lib. XV. p. 724.

(*m*) *His ita compositis, Alexander, Arianorum Satrape constituto, iter pronuntiari jussit in Agriaspas, quos jam tunc mutato nomine Evergetas appellabant, ex quo frigore, victusque penuria, Cyri exercitum affectum, tectis & commeatibus juverant.* Curtius, Lib. VI. cap. 3. Arrien les appelle aussi Agriaspes, Expedit. Alexand. Lib. III. pag. 228.

marche, qu'il se donna un choc, ou une bataille, dans laquelle les Saces eurent le dessus, & prirent sinon Cyrus lui-même, (n) au moins quelques Seigneurs distingués de son armée. Il y eut après cela des pourparlers, en conséquence desquels les prisonniers furent relachés de part & d'autre, & le Traité que Cyaxare avoit conclu autrefois avec les Saces, renouvellé & confirmé. Ce Traité subsistoit encore du tems de Darius Codomannus, qui, selon la remarque d'Arrien, (o) avoit dans l'armée qu'il opposa à Alexandre le Grand, un corps de troupes Saces, qui servoient en qualité de confederés, & non pas de sujets.

§. XI. Ctesias ajoute, „ que la guerre avec les Saces ayant été „ terminée de cette maniere, Cyrus marcha contre Cresus Roi de Ly- „ die, & assiégea la ville de Sardes, Amorges Roi des Saces l'ayant „ accompagné dans cette expédition, en qualité d'allié. „ On voit par là, que la guerre de Cyrus contre les Saces doit être placée, non pas à la fin de sa vie, comme l'a fait Herodote, mais dans l'espace de tems qui s'écoula, depuis la défaite d'Astyage, & la conquête de la Médie, que Cyrus soumit l'an dixième de son regne, (p) 550. ans avant J. C., jusqu'à la guerre de Lydie, que Solin (q) rapporte à la LVIII. Olympiade, c'est à dire à l'an 547. avant l'Ere Chrêtienne.

§. XII.

(n) Le Grec de Ctesias porte -- *καὶ νικᾷ* Κῦρον, *καὶ συλλαμβάνει ζωγρίαν, μετὰ καὶ ἄλλων πλείςων*, Παρμίσην *τε τὸν* Ἀμυτιος *ἀδελφὸν, καὶ τρεῖς αὐτȣ̃ παῖδας, δἰ ὀὺς ὕςερον καὶ* Ἀμόργης *ἀφείθη, ἐπεὶ -- κακεῖνοι ἀφείθησαν*. Excerpta ex Ctesia in calce Herodoti pag. 638. ce qui doit être traduit, autant que je puis en juger de cette maniere, *& Cyrum vicit, vivosque cepit, præter plures alios, Parmisem Amytis fratrem, & tres filios ejus, propter quos postea Amorges liberatus, quod & ipsi liberati fuissent.*

(o) *Conjunxerant se his* (Bactrianis) *Sacæ, ex Scythis oriundi, iis qui Asiam incolunt, non subjecti Besso, sed Dario confœderati. Erant equestres sagittarii.* Arrianus Exped. Alex. Lib. III. p. 171.

(p) L'an 4164 de la Periode Julienne. Voyez Des Vignoles Chronol. de l'Histoire Sainte. Tom. II. p. 552.

(q) Solin. Cap. I. pag. 8. Edit. Salmas.

§. XII. La derniere conquête de Cyrus fut, selon Ctesias, celle des Derbices, peuple voisin des Indes; mais il fut blessé dans cette expédition, & mourut au bout de trois jours, comme je l'ay rapporté plus haut. Il y a ici deux raisons, qui confirment le récit de Ctesias, & qui le rendent beaucoup plus probable que celui d'Herodote.

1. Si Cyrus avoit péri avec son armée dans une expédition contre les Scythes, on auroit de la peine à comprendre, qu'aucun des peuples qu'il avoit soumis, pendant un regne de trente ans, n'eut remué après sa mort, & que Cambyse son fils, & son successeur, au lieu de penser à repousser les Scythes, eut formé dès le commencement de son regne le projet de soumettre l'Egypte.

2. La seconde raison est encore plus forte. Les Perses montroient (r) à Passargada le sepulcre de Cyrus magnifiquement orné. Deux cens & quelques années après la mort de Cyrus, Alexandre le Grand eut la curiosité de faire ouvrir son sepulcre. (s) On y trouva le corps de ce Prince, couché dans un cercueil d'or, qui étoit posé sur une estrade du même métal. Ces particularités ne peuvent subsister avec le récit d'Herodote, mais elles s'accordent parfaitement avec celui de Ctesias, qui dit, que Cambyse fit conduire le corps de son Pere en Perse, pour y être enséveli, & qu'il exécuta tout ce que Cyrus avoit ordonné en mourant.

§. XIII.

(r) *Castellum Passargada nomine, hic Cyri sepulcrum.* Solin. cap. LV. p. 62. Plinius Hist. Nat. Lib. VI. cap. 26.

(s) *Aristobulus in ædicula loculum* (πυέλον) *aureum esse positum, in quo Cyri corpus conditum servatur.* Arrian. Exped. Alex. Lib. VI. p. 435. 437. *Per eum* (angustum aditum) *Aristobulus introisse se ait jussu regis, atque sepulcrum exornasse. Vidisse autem auream lecticam, & mensam cum poculis, & aureum loculum, vestem plurimam & mundum gemmis ornatum. Verum hæc se vidisse affirmat primo adventu, postea direpta fuisse, ac cetera quidem asportata, lecticam vero confractam, & loculo loco moto, cadaver nusquam apparuisse. Non hoc Satrapæ sed prædatorum opus fuisse, qui ea reliquerant quæ asportare nequiverant.* Strabo XV. p. 730. vid. etiam Plutarch. Alex. p. 706. Curtius X. 1.

§. XIII. Après ce qui vient d'etre exposé, il sera facile de déterminer, s'il y a quelque chose de vrai, dans le passage d'Ammian Marcellin, que j'ay rapporté au commencement de ce Discours. Nous avons vû que Cyrus battit les Saces, & en fut battu à son tour, dans des païs situés à l'Orient de la Mer Caspienne. Autant que je puis en juger, ce Prince passa d'abord l'Oxus & le Jaxarte, & défit les Saces dans leur propre païs; après quoi il s'en retourna, emmenant avec lui le Roi Amorges, qu'il avoit fait prisonnier dans une bataille, ou par un stratageme. La Reine Sparethra ayant promtement mis sur pied une nouvelle armée de Saces, qui servoient tous à cheval, passa les mêmes fleuves, & atteignit les Perses dans une contrée deserte, voisine des Arimaspes, & de la Drangiane, qui est un païs connu. Ammian Marcellin s'est donc trompé, en faisant passer le Bosphore à Cyrus, comme Herodote s'est mépris en lui faisant passer l'Araxe. Il est facile de découvrir ce qui a trompé le premier de ces Historiens. Ammian savoit, que les Saces à qui Cyrus fit la guerre, étoient des Scythes venus d'Europe. Il savoit, que Darius fils d'Hystaspe *avoit* passé le Bosphore, & ensuite le Danube, pour attaquer dans leur propre païs des peuples, qui avoient autrefois envahi la Medie, & une partie de l'Asie Mineure. Regardant la seconde de ces guerres, comme une suite & une continüation de la premiere, il a crû devoir suivre l'opinion des Auteurs, qui leur donnoient le même théatre. Voilà ce que j'avois à dire de l'expédition de Cyrus contre les Scythes. Dans un autre Discours je parlerai plus au long des migrations des peuples Scythes qui avoient passé en Asie, & des differentes Souverainetés, qu'ils y avoient établies. C'est un sujet, qui, autant que je puis le savoir, n'a pas encore été traité, & qui ne laisse pas d'être intéressant, par la liaison qu'il a avec ce qui nous reste de l'ancienne Histoire de l'Asie Mineure.

ELOGE

DE MONSIEUR LE COMTE DE MUNCHOW.

LOUIS GUILLAUME, Comte de MUNCHOW, Miniſtre d'Etat, Chef-Préſident de la Sileſie, Chevalier de l'Aigle Noir, Honoraire de l'Académie Royale, Seigneur de *Wollin*, *Grunau*, *Coſe*, *Coſemühl*, & autres Lieux, nâquit en 1709. Son Pére, *Chrétien Erneſt de Munchow*, étoit Préſident de la Chambre des Domaines de la Nouvelle Marche, & Commandeur de l'Ordre de St. Jean. A' ſes biens héréditaires il en avoit joint de très conſidérables en épouſant une Baronne de *Chwalkowski*.

On ne ſçauroit conteſter une haute ancienneté à la famille de *Munchow*. En fait de nobleſſe, on peut regarder le Regne de Charlemagne comme les tems fabuleux par rapport à l'Hiſtoire. Les Traditions qui remontent jusqu'à cette Epoque, ne prouvent aſſurément point les faits ſur lesquels elles roulent ; mais elles prouvent du moins que les archives des familles, où l'on conſerve ces Traditions, ſont de tems immémorial. Je n'exige donc pas des autres plus de foy que je n'en ay moi-même, pour ce *Bernard*, tige prétenduë des *Münchow*, qui ayant préſenté à Charlemagne, au bout d'une lance, les têtes de trois des principaux Sarraſins, qu'il avoit tués de ſa propre main, fut ennobli par cet Empereur, & en reçut un Ecu chargé de trois têtes de Mo-

(*) Cet Eloge & le ſuivant appartenoient au Tome IX. mais, comme il ſe trouva parvenu à la groſſeur ordinaire de nos Volumes, lorsqu'on voulut les y inſérer, ils ont différés jusqu'à celui-ci.

Mores avec cinq branches de palmier, & une Couronne au dessus du Casque.

Pour trouver un point plus fixe, il faut descendre jusqu'à *Henri de Münchow*, ou *Münko*, qui en 1238. signa comme témoin dans l'Acte d'une donation de Barnim I. Duc de Poméranie, faite à une Eglise de Stettin, acte qui se trouve dans *Micrælius*. Depuis ce tems-là cette famille s'est soutenue avec honneur, & ses diverses branches se sont étenduës dans les Marches Moyenne, Uckerane, & Nouvelle.

M. *de Münchow*, issu d'un sang aussi illustre, étoit destiné à en augmenter la gloire. Il reçut une éducation convenable à sa naissance. Après avoir acquis les premières connoissances, qui portent le nom d'Humanités, & sans lesquelles on fait rarement des progrès considérables dans les Sciences dont l'étude leur succede, le jeune *de Münchow* fut envoyé à Francfort sur l'Oder, pour s'y former principalement aux affaires Camérales & Oeconomiques, & se mettre par là en état d'exercer des emplois pareils à ceux dont son Père étoit revêtu.

Ce genre de connoissance n'est inconnu nulle part, mais on peut dire qu'il a été poussé à son plus haut point dans les Etats de la domination Prussienne; & à certains égards on n'auroit pas tort d'avancer qu'il y a été créé. Entre les diverses causes qui ont élevé si rapidement l'auguste Maison de Brandebourg à ce degré de splendeur, dont nous sommes les fortunés temoins, l'excellent ordre établi dans l'administration des finances est sans contredit une des principales. La régie des revenus du Prince est la chose du monde la plus importante, & pour le Souverain, & pour les sujets. Il en est des Etats comme des Familles; une sage œconomie peut seule les soutenir: & comme nous voyons tous les jours les fortunes les plus brillantes s'éclipser, faute de calcul, si je puis ainsi parler, les Royaumes eux-mêmes, quoique plus lentement, perdent leur force, & quelquefois leur existence, en perdant ce qu'on a fort bien appellé le nerf de toutes les entreprises. Pour prévenir ces catastrophes, il faut surtout que la perception des

des deniers publics soit une opération exacte, nette, systématique, où l'on voye jusqu'au dernier denier, d'où l'argent vient, & où il va. Il faut que les Exacteurs soyent mis dans l'impuissance d'arrêter un seul instant cette circulation aussi essentielle à la vie d'un Etat, que celle du sang l'est au corps humain. Voilà, autant que mes foibles lumières me permettent d'en juger, le chef d'œuvre de l'œconomie Prussienne: voilà le fin de cette science, dans laquelle M. *de Münchow* fut initié, & où il se distingua.

Il fut d'abord placé par le feu Roy, de glorieuse mémoire, dans la Chambre des Domaines de Cüstrin, en qualité d'Assesseur écoutant. Bientôt après il devint Conseiller de Guerre à celle de la Moyenne Marche; & au bout de quelques années, il fut déclaré Conseiller Privé de guerre. A' ces prérogatives il joignit celle d'être compris dans la dernière création des Chevaliers de l'ordre de S. Jean.

C'étoit là suivre le chemin frayé par ses Ancêtres, & passer par les grades auxquels son mérite & sa naissance l'appelloient naturellement. Mais M. *de Münchow* devoit jouër un plus grand rôle; & la Providence préparoit à l'exercice de ses talens un théatre plus élevé & plus éclatant. Le Prince Royal, aujourd'hui le Roy, pendant la résidence de quelques années qu'il fit à Reinsberg, en donna les Domaines à régir à M. *de Münchow*. Celui-cy, flatté comme il devoit l'être de cette distinction & de cette confiance, consacra toute son application & tout son génie à servir fidèlement & utilement un Maitre plus grand encore par sa bonté que par son auguste rang. Il est rare de trouver des Maitres qui sachent se faire aimer, dans le tems même qu'on les sert, & qu'on leur est utile; la grandeur a toujours quelque chose d'impérieux & de dur: mais il est plus rare encore d'en trouver qui se souviennent des services qu'on leur a rendus, & qui se croyent appellés à les reconnoitre. M. *de Münchow* jouit de ce double bonheur: il auroit été assés récompensé par les délices qu'il goutoit au service du Prince Royal; il le fut au delà de toutes ses espérances par le

torrent de faveurs dont ce Prince devenu Roy, & un grand Roy, se plût à l'inonder.

Icy s'ouvre donc cette partie brillante de la carrière de M. de *Münchow*; qui par malheur n'a pas été d'assez longue durée. Le premier pas qu'il fit, ce fut d'être Commissaire de l'Armée en Silesie, dans la glorieuse expédition de 1740. Cette belle Province étant rentrée sous une domination, à laquelle d'anciens & légitimes droits la soumettoient, le Roy convaincu par une expérience, pour ainsi dire familière & domestique, de l'habileté & de l'intégrité de M. *de Münchow*, lui remit une direction qui demandoit une mesure abondante de ces qualités, en tout tems, mais surtout dans les commencemens, où elle ne pouvoit manquer d'être fort épineuse. La force des Armes a bientôt mis une contrée sous le joug; mais quand le Conquèrant veut être en même tems Legislateur & Père de la Patrie, titres sous lesquels FREDERIC passera à la postérité la plus reculée, il faut beaucoup de tems, de patience, de support, pour établir parmi de *nouveaux* sujets les mêmes arrangemens qui font le bonheur des anciens. Personne n'étoit plus propre à y réüssir que M. *de Münchow*, qui joignoit à ses propres lumières l'avantage d'être continuellement éclairé de celles de son Souverain, soutenu par sa protection, encouragé par ses bienfaits. Il fut fait Ministre d'Etat, dirigeant en chef toute la Silesie; il fut élevé avec ses frères au rang de Comte; il fut décoré du Cordon de l'Aigle noir; il reçut en divers tems des présens dignes de la main Royale qui les lui accordoit. Le Roi de Pologne lui avoit aussi conferé l'Ordre de l'Aigle blanc.

Telle étoit la situation de M. *de Münchow*, avant que d'avoir atteint sa quarantième année. Quelle fleur fut jamais plus belle, & plutôt coupée! M. *de Münchow* livré aux affaires, avec une ardeur qui ne connoissoit point de ménagemens, altéra sa santé; & ce qui est plus dangereux encore, négligea ces premieres attentions à un mal naissant, qui auroient pû, à son âge & dans un homme aussi bien constitué, procurer son rétablissement. Il se plaignit de crampes d'estomach, & de cardial-

dial-

dialgie. La goutte s'en mêla ensuite; & il eut le malheur d'employer des remèdes qui l'en guèrirent. Dès-lors toute l'œconomie de son corps fut bouleversée. Il se vit, il y a trois ans, à deux doits de la mort; mais d'habiles Médecins, auxquels le Roi recommandoit fortement sa conservation, vinrent à bout de le tirer d'affaires. L'heureux succés d'un voyage aux Eaux de Carlsbad sembloit promettre un rétablissement parfait; il n'en fut pas de même d'un second, dont il revint l'automne dernière dans un nouveau desordre de santé, qui avoit tous les symptomes facheux des rechûtes. Il n'a fait depuis ce tems-là que lutter contre des infirmités toujours renaissantes, qu'une hydropisie a terminées. Ni les souffrances, ni tant de motifs qui auroient pû l'attacher à la vie, n'ont fait sortir aucune plainte de sa bouche; & ayant vû les approches de la mort avec beaucoup de résignation, il a rendu l'ame sans effort entre les bras d'un de Mrs ses Frères, & de quelques domestiques affectionnés, au moment qu'on le portoit de son canapé sur un lit, où il avoit souhaité qu'on le mit.

M. *de Münchow* mérite les regrets universels que sa perte a caussés, & parmi lesquels il faut distinguer ceux du Roy, dont les sentimens à son égard ont été aussi invariables que le zèle & la fidélité de ce digne Ministre. Mais l'Académie doit surtout conserver précieusement la mémoire d'un Seigneur, qui ne s'est pas contenté de lui faire honneur par la rélation qu'il a contractée avec elle, en joignant avec empressement le titre d'Académicien à tant d'autres qui auroient pû le lui faire négliger, mais qui lui a rendu dans toutes les occasions des offices essentiels, dans l'étendue de son Département, & les a assaisonnés des marques les moins équivoques de son attachement pour cette Compagnie. L'espece de correspondance que diverses affaires établissoient entre l'Académie & M. *de Münchow*, ayant passé par mes mains, m'avoit acquis quelque part à sa bienveillance; & je ne saurois m'empêcher d'en tirer ici une vanité que je crois très permise.

M. *de Münchow* étoit aimable; cette qualité ne doit pas paroitre trop frivole pour entrer dans son éloge: & il seroit à souhaiter qu'elle parut souvent, & avec autant de vérité, dans l'éloge de tous les Grands. M. *de Münchow* étoit aimable, & avoit tout ce qu'il faut pour l'être. Un extérieur des plus avantageux, une régularité de traits, une véritable fleur de cette beauté, qui n'est guères vantée que dans le sexe où elle a placé son empire, un port noble, un air prévenant, des manières aisées & engageantes, un esprit naturellement agréable, & perfectionné par les connoissances acquises, & par l'usage du monde, cette douceur & cette affabilité, qui préviennent & gagnent tous les cœurs; voilà l'homme de dehors, qui acheve le tableau, & qui donnoit tout le relief qu'on peut aisément imaginer à l'homme de dedans, sur lequel avoit roulé jusqu'à présent cet éloge.

M. *de Münchow* est mort, sans avoir été marié, le 23. de Septembre 1753.

ELOGE
DE
MONSIEUR D'ARNIM.

GEORGE DIETLOF D'ARNIM, Ministre d'Etat, Chevalier de l'Aigle Noir, Commandeur de l'Ordre de S. Jean, Grand-Maitre des Postes de la Marche Electorale, Curateur de l'Académie Royale, Seigneur de *Boitzembourg*, *Zichow*, & autres Lieux, tiroit son origine d'une famille également illustre, & par son ancienneté, & par toutes les autres prérogatives qui contribuent à la splendeur d'une Maison.

On a tout lieu de croire que la Maison *d'Arnim* est la même que celle qui porte le nom *d'Arnem*, ou *Arnheim*, dans la Gueldre où elle est établie de tems immémorial. Cette conjecture est plus vraisemblable que celle de *Leutinger* qui la dérive des Slaves, ou Venedes, quoique d'ailleurs il soit assez égal de sortir de ces Peuples, ou des anciens Germains : il ne s'agit que d'y atteindre par quelque suite de Documens non suspects. Nous croyons remonter assez haut en nous arrêtant à *Vochard Hennekin de Arnem*, qui vivoit en 1268. & qui est la tige commune de tous ceux qui portent aujourd'hui le nom d'*Arnim*. On trouve son nom en qualité de témoin dans un Acte rélatif au Cloitre de *Boitzembourg*, & donné par les Marggraves de Brandebourg *Otton* & *Conrad*. Près de cent ans après, en 1376. sous l'Empereur Charles IV. les descendans de *Vochard* avoient formé deux lignes, qui se sont subdivisées ensuite en plusieurs autres. Celle de *Bisenthal*, d'où venoit M. *d'Arnim*, a produit plusieurs Seigneurs placés dans les premiers postes de l'Etat, un Grand-Marêchal & Grand-

Cham-

Chambellan de l'Electorat de Brandebourg, des Veld-Maréchaux & Généraux au Service de l'Empereur, de la Saxe, & du Roy de Prusse; en un mot il n'y a guères d'exemples d'une prospérité aussi constante que l'est celle de cette Maison: & il ne faut pas négliger de remarquer cette exception à ce qu'on appelle ordinairement le caprice & l'injustice de la fortune, qui s'est ici réconciliée avec le mérite.

M. *d'Arnim* nâquit le 8. Septembre de 1679. Son Père, *Jaques Dietloff*, étoit Colonel de Cavalerie au Service de l'Electeur FRIDERIC GUILLAUME le Grand, & sa Mère *Euphemie de Blanckembourg*, étoit de la Maison de *Wolfshagen*. M. d'*Arnim* le Père mourut au Siège de Bonn en 1689. Cette perte toujours fâcheuse dans un âge aussi peu avancé que l'étoit celui de jeune *d'Arnim*, fut compensée par le redoublement de soins que sa Mère, Dame d'un mérite distingué, donna à l'éducation de ce Fils, qui à sa qualité d'ainé en joignoit d'autres propres à faire naitre de grandes espérances. Il reçut donc une excellente éducation sous les yeux de cette digne Mère, & sous la direction de Maitres choisis avec cette attention qui ne sçauroit être trop scrupuleuse, & dont si peu de gens de distinction connoissent l'importance.

Quand M. *d'Arnim* fut en état d'aller aux Universités, il se rendit en 1696. à Halle où l'Electeur Fréderic, depuis premier Roi de Prusse en alloit fonder une, à la naissance de laquelle il assista. Il y entendit les célébres Professeurs qui décorerent cette Académie dès son origine; & il donna en 1699. des preuves du fruit qu'il avoit remporté de leurs leçons, en soutenant avec honneur des Thêses de Droit, sous la Présidence de *Samuel Stryck*, un des plus grands Jurisconsultes de l'Allemagne.

Les voyages succéderent aux études, en vertu d'un usage accrédité, beaucoup moins utile cependant qu'il ne le paroit; parce qu'il est rare que ceux qu'on promène ainsi par les diverses contrées de l'Europe,

rope, ayent les qualités néceſſaires pour y donner une idée avantageuſe d'eux, ou pour revenir dans leur Patrie plus formés qu'ils n'en étoient ſortis. M. d'*Arnim* n'a pas fait naître cette réflexion ; & ſi des exemples pareils au ſien devenoient fréquens, ils la détruiroient. Il eut de bonne heure toute la décence & la ſolidité d'un homme qui ſait ce qu'il ſe doit à lui-même & aux autres. Il vit l'Allemagne, la la Hollande, la France, l'Italie; & parut dans toutes les Cours d'une maniere à faire honneur à la ſienne.

A' ſon retour le Roi Frideric I. le déclara Gentilhomme de la Chambre, & lui donna en même tems une Enſeigne dans les Grenadiers de ſa Garde. M. d'*Arnim* ſe trouva placé tout un coup au centre d'une Cour, qui de l'aveu de tout le monde a été une des plus brillantes de ſon tems. Il étoit très propre à y figurer ; ſon âge, ſa bonne mine, les agrémens de ſon eſprit, l'auroient diſpenſé de tout relief d'emprunt ; mais perſonne n'ignore combien le vray mérite ſait tirer d'avantage de ces dons de la fortune, indifférens en eux-mêmes, & deshonorans pour ceux qui en abuſent.

M. d'*Arnim* devint Capitaine. La guerre qu'on nomme de Succeſſion s'étant allumée, il fit quelques Campagnes comme Volontaire; & ſe trouva en 1704. à la fameuſe bataille de Hochſtedt, où il fut légerement bleſſé d'un coup de piſtolet. Il eſt d'ailleurs rechappé ſain & ſauf de pluſieurs actions différentes, & de divers ſiéges meurtriers, tels que ceux d'Ulm & de Landau, où il s'étoit rencontré. Le Prince régnant d'Anhalt-Deſſau, qui commandoit les troupes Pruſſiennes, le dépêcha comme Courier pour porter à Berlin la nouvelle de la reddition de la fortereſſe de Landau; commiſſion agréable, qui lui valut de nouvelles marques de diſtinction.

En 1705. M. d'*Arnim* ſe maria avec *Dorothée Sabine*, Comteſſe de *Schlieben*, fille ainée de *George Adam*, Comte de *Schlieben*,

Conseiller Privé, & Commandeur de l'Ordre de St. Jean. Cette union pleine de douceur a duré quarante huit ans.

Ce fut l'année suivante, 1706. que M. d'*Arnim*, pour vaquer avec plus de loisir & de tranquillité à l'administration de ses affaires domestiques, quitta le service militaire. Mais le Roi connoissoit trop le prix d'un pareil sujet pour ne pas l'employer aussi-tôt à d'autres fonctions. Il fut donc fait Grand-Justicier, (c'est ainsi que je crois pouvoir traduire le titre de *Landvogt*,) de l'Uckermarck, & eut en même tems la caractère de premier Conseiller Héraldique. Il ne tarda pas à être déclaré Conseiller Privé, & s'acquitta de tous ses emplois d'une maniere qui lui attira également la bienveillance de ses Souverains, & la vénération de tous ceux qui, placés sous sa dépendance, ou appellés à porter leurs causes devant lui, le virent invariable dans cette candeur, cette droiture, & même cette bonté compâtissante, qui ont fait la base de son caractère.

Dans la création de Chevaliers, que Monseigneur le Marggrave *Albert* de Brandebourg, alors Grand-Maitre de l'Ordre, fit en 1728. M. d'*Arnim* qui y avoit été inscrit en 1693. reçut, avec l'habit & les autres marques de Chevalerie, l'expectance de la Commanderie de *Werben*.

Au commencement de l'année 1738. le Roi Fréderic Guillaume éleva M. d'*Arnim* à ce Poste supérieur dont il étoit si digne, au Ministère. Il joignit au titre de Ministre d'Etat & de Guerre la Présidence du Conseil Privé de Justice, & des Appels, & la direction des affaires féodales; & lorsque notre Monarque eut ajouté la Silesie à ses anciens Etats, il confia à M. d'*Arnim* les affaires Civiles & Ecclesiastiques de ce Duché. C'est à la voix publique à déposer ici; son témoignage, si redoutable à tous ceux qui sont dans les grandes places, sera plus fort que tous

nos

nos éloges; & si l'on avoit renouvellé à l'égard de ce respectable Ministre l'ancien usage d'Egypte, de juger les morts, il ne se seroit assurement élevé aucun accusateur contre sa mémoire. L'excellent caractère de M. *d'Arnim* étoit si décidé que l'esprit de défiance, & les soupçons injustes qui régnent dans tous les Procés, cessoient dés qu'il étoit chargé de leur décision. Aussi le Roi lui a-t-il souvent commis des affaires importantes, ou secrètes, à régler, dans des cas où il convenoit de prévenir les suites de démêlés propres à troubler les familles, & de ramener à force d'équité & de bon sens, des esprits que la chicane des procédures ordinaires n'auroit fait qu'aigrir de plus en plus.

M. *d'Arnim* qui avoit acquis de bonne heure les connoissances solides de son état, n'avoit point négligé celles qui appartiennent plus particulièrement aux Sciences, aux Arts, aux Belles-Lettres. Il avoit l'esprit orné, il aimoit la conversation des gens de lettres; il y fournissoit un contingent, qui le rendoit à tous égards un vray Mécene. Dans cette Epoque si glorieuse pour nous, & qui a donné un nouveau lustre à cette Compagnie, rien n'étoit plus naturel que d'intéresser M. *d'Arnim* à ce qui la regardoit. Le Roi lui-même daigna le faire, en le mettant de la Commission de Ministres d'Etat, qui fut chargée de combiner l'ancienne Société avec la nouvelle. Dés ce moment il commença à nous donner les preuves les plus marquées de son zèle; & ayant été ensuite revêtu de la dignité de Curateur, lorsque M. le Comte *de Gotter* la quitta, nous ne l'avons, pour ainsi dire, plus perdu de vuë, & nous avons reçu mille marques de son affection, sur lesquelles je ne pourrois insister, sans r'ouvrir une playe véritablement saignante. Qui est en effet celui d'entre nous que ce bon & gracieux Seigneur n'ait pas prévenu, par les manières les plus engageantes, & n'ait pas obligé, lorsque les occasions s'en sont présentées, par les services les plus réels? Qui est celui d'entre nous qui n'ait pas senti

 toutes

toutes les fois qu'il paroiſſoit dans nos Aſſemblées, (& il y a parû dix jours encore avant ſa mort,) cette impreſſion ſi douce de reſpect & de tendreſſe, dans les Grands devroient être plus jaloux que de tous leurs autres avantages, parce qu'il n'y a que la véritable Grandeur qui la faſſe naitre.

Une loi commune aſſujettit les hommes; & ce n'eſt pas à nous à former des plaintes contre la Providence de ce qu'elle ne fait pas à cet égard des diſtinctions qui s'accorderoient avec nos vœux les plus legitimes. C'eſt au contraire un ſujet d'action de graces, lorsqu'elle veut bien-prolonger les jours de ceux qui vivent plus pour les autres, que pour eux-mêmes. M. *d'Arnim* a fourni une longue carrière ſuivant le cours de la nature, quelque courte que nos ſentimens pour lui l'ayent fait paroitre. Il s'étoit apperçu, il y a déjà quelques années, des infirmités attachées à un age avancé; & voulant, à l'exemple de pluſieurs Citoyens illuſtres dans tous les tems, mettre un intervalle entre la vie & la mort, il avoit demandé en 1748. la démiſſion de ſes Emplois, qui ne pouvoit être refuſée à de ſi juſtes raiſons, mais qui ne lui fut accordée qu'à regret. La ſuite ne tarda pas à le juſtifier. L'année ſuivante n'étoit pas encore écoulée, que l'auguſte Maitre, qui avoit employé les expreſſions les plus ſatisfaiſantes pour M. *d'Arnim*, en cédant aux inſtances qu'il avoit faites pour ſa retraite, en mit de plus fortes encore en œuvre, afin de le déterminer à conſacrer le reſte de ſes jours au ſervice du Souverain & de la Patrie. M. *d'Arnim* étoit incapable de réſiſter à tant de bontés; il auroit donné mille vies pour les reconnoitre. Il revint donc à Berlin; & en rentrant dans le Miniſtere, il fut décoré de l'Ordre de l'Aigle Noir, & eut la charge de Grand-Maître des Poſtes. La mort de M. *de Tettau* lui avoit fait écheoir peu auparavant la Commenderie de *Werben*. Le retour de M. *d'Arnim* fut un ſujet d'allégreſſe publique; & la nôtre fut proportionnée aux motifs qui l'excitoient.

C'eſt

C'est donc au faîte de ces honneurs si justement acquis & si bien mérités que M. *d'Arnim* a achevé, pour ainsi dire, de blanchir, & d'arriver à cette maturité qui rend la faux de la mort inévitable. La vigueur de son tempérament l'éloignoit pourtant encore beaucoup d'une décadence totale; & rien n'annonçoit une catastrophe aussi prochaine. Si elle avoit dû arriver par une suite de dégrés, nous aurions pu nous flatter de posseder encore M. *d'Arnim* quelques années; mais une fiévre violente vint en huit jours détruire ses forces & nos espérances; il succomba à la véhémence du mal, & ayant prévu un événement auquel sa piété l'avoit accoutumé à penser souvent, il n'en fut ni surpris, ni émû; il fit tous les actes de foi & d'amour qu'une ame aussi privilégiée que la sienne devoit à l'Auteur de toutes les graces dont elle avoit joui, & s'endormit doucement le 20. Octobre 1753. agé de 74. ans accomplis.

Je crois avoir répandu dans cet Eloge tous les traits qui peuvent caractèriser l'illustre défunt; & quoique je pusse en dire beaucoup davantage sans franchir les bornes de la vérité, je franchirois celles de ces Piéces Académiques, si je me livrois, & à l'abondance du sujet, & aux mouvemens d'un cœur pénétré d'une tendre & respectueuse reconnoissance pour la mémoire d'un Seigneur, qui dans les bontés dont il ma comblé a plutôt suivi sa pente généreuse que l'effet d'un mérite aussi foible que le mien. Je ne fais donc que glaner encore quelques traits en finissant.

M. *d'Arnim* avoit toutes les vertus sociales, parce qu'elles naissent toutes de la bonté de cœur, dont il étoit si richement pourvû. Il faisoit les délices de sa famille, de ses amis, & de tous ceux qui avoient le bonheur de l'approcher. Il avoit trouvé ce juste tempérament, si difficile à saisir dans l'opulence & dans les grandeurs, entre la décoration d'un faste souvent odieux ou ridicule,

& le défaut d'attention aux bienséances de son état. Cet emploi des richesses est une des principales roues, qui font mouvoir la machine de la Société; & bien loin d'être blâmable dans les Grands, il peut être mis au rang de leurs devoirs. Mais M. *d'Arnim* avoit des vuës bien plus relevées encore, & plus dignes de lui dans la dispensation des Tresors, dont il ne se croyoit que le dépositaire. Nous avons dit qu'il étoit pieux; & sa piété vraiement éclairée, étoit féconde en bonnes œuvres. Il a répandu d'une main libérale cette semence dont il recueille à présent le fruit; il a fait dans ce genre des choses fort supérieures à toutes celles qui vous paroissoient peut-être épuiser son éloge. Ses Terres formoient un petit Canton, distingué de presque tous les autres par le bonheur, la tranquillité, l'aisance, dont ceux qui les habitent, (& le nombre en est considérable,) y jouïssent. Il y a réparé les traces funestes de la guerre de trente ans, qui étoient encore sensibles; il a fait de lieux auparavant sauvages & incultes, un séjour riant & fertile; & plus attentif encore à la culture des esprits qu'à celle des terres, il a formé la jeunesse de ces contrées à l'instruction, au travail, & à tous les moyens honnêtes de subsister commodément. Aussi étoit-il chéri comme un Pére, de toutes les familles qui avoient le bonheur de vivre sous sa dépendance; & il seroit impossible de tarir leurs larmes, si son digne fils n'avoit hérité de ses sentimens encore plus que de ses biens.

Ce fils, qui avec deux filles, Comtesses *de Solms* & *de Schwerin* par le mariage, compose toute la famille de M. *d'Arnim*, dont les autres enfants sont morts en bas age; ce fils, dis-je, appartient à l'Eloge du Pére par bien des endroits. Il y appartient, parce qu'il en a toutes les grandes qualités; parce qu'il a été l'objet de sa plus tendre affection; & peut-être encore plus, parce qu'il s'est distingué par un nouveau genre de grandeur qui lui est propre, par ce courage digne du nom d'héroïsme, ou pour mieux dire,

dire, par des ſentimens fort ſupérieurs à ceux auxquels on attache vulgairement ce titre, qu'il fait éclater dans la rude épreuve que la privation de ſa ſanté, & pour ainſi dire, d'une partie de ſon être, lui fait endurer depuis pluſieurs années. Cette fâcheuſe conjonĉture a été un des plus cuiſans chagrins de la vie de M. *d'Arnim;* adouci cependant par les vertus de ſon fils, & par la conſolation qu'il a euë de ſe voir renaitre en d'illuſtres petits fils, qui ſe montrent déjà dignes de lui appartenir, & d'obtenir un jour les éloges de nos neveux.



TABLE.

TABLE.

CLASSE de Philosophie Expérimentale.

CLASSE de Mathématique.

CLASSE de Philosophie Spéculative.